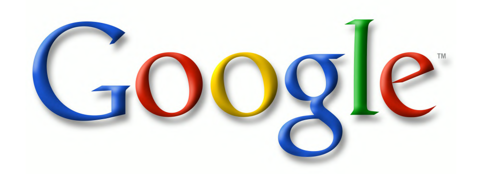
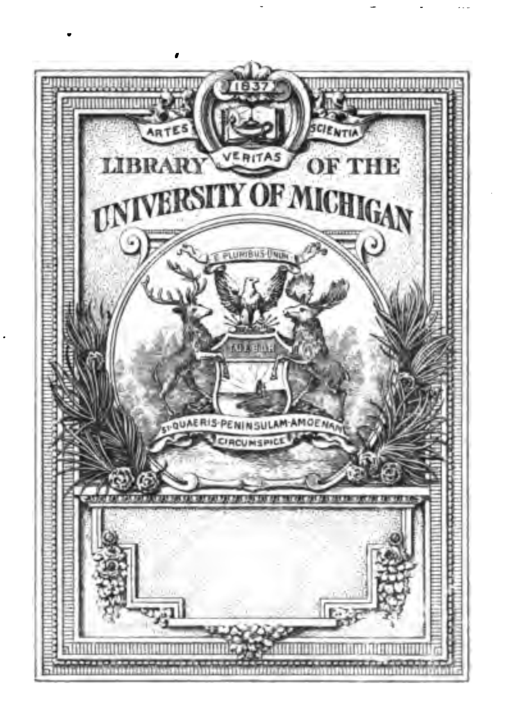

Google


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

[redacted]

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CLIX.



ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

SECHSTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

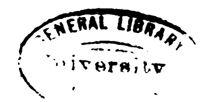
J. C. POGGENDORFF.

NEUNTER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1876.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.



ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTNEUNUNDFUNFZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTFÜNFUNDDREISSIGSTER.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1876.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Inhalt

des Bandes CLIX der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

(*Geschlossen am* 9. *October* 1876.)

Zweites Stück.

(*Geschlossen am* 9. *October* 1876.)

Drittes Stück.

(*Geschlossen am* 2. *November* 1876.)

Viertes Stück.

(*Geschlossen am* 16. *Dezember* 1876.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

Berichtigungen

zum Aufsatz von W. Wernicke, Bd. 159.

Durch Versehen des Xylographen ist die Fig. 1, S. 213 in verkehrte Lage gebracht. Das *rechte* Ende mufs *links*, das linke rechts liegen, Man verbessert indefs diesen Fehler leicht, wenn man sich auch die beiden Zahlenreihen, über und unter der Figur, ebenfalls umgekehrt vorstellt, also von der Rechten zur Linken gezählt denkt. — Fig. 2 ist richtig.

Zum Aufsatz von Vogel und Lohse, Bd. 159.

S. 300 Z. 2 v. o. lies: Und reichen *nicht* weiter als man sehen kann,
statt: Und reichen weiter als man sehen kann.

Zum Aufsatz von E. Mach, Bd. 159.

S. 330 Z. 6 v. u. lies: Luftwellenschlieren statt: Lichtwellenschlieren
S. 331 Z. 3 v. u. lies: würde statt: wurde.

Zum Aufsatz von E. Edlund, Bd. 159.

S. 431 Z. 2 v. o. lies: chemische Wärme statt: Wärme.
S. 431 Z. 8 v. u. lies: statu statt: status.
S. 437 Z. 19 v. o. lies: nicht mehr statt: mehr.
S. 441 Z. 1 v. o. lies: — statt: =.
S. 444 Z. 8 v. u. lies: zweiten Schleiffeder statt: Schleiffeder.
S. 446 Z. 2 v. o. lies: 16 statt: 15.
S. 446 Z. 8 v. o. lies: Röhre statt: Richtung.
S. 446 Z. 12 v. o. lies: Kraft statt: Kette.
S. 449 Z. 3 v. u. lies: ein Körper statt: im Körper.
S. 449 Z. 1 v. u. lies: ausübt statt: des Körpers ausübt.
S. 450 Z. 1 v. o. lies: der Moleküle des Körpers statt: des Körpers.
S. 451 Z. 4 v. o. lies: eine statt: einen Zusatz seiner.
S. 452 Z. 9 v. o. lies: ganze statt: Zuwachs der ganzen.

1876. ANNALEN № 9.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLIX.

I. *Experimentelle Untersuchungen über die Flüssigkeitsreibung bei Salzlösungen; von Adolf Sprung.*

Ueber die Ausflufsgeschwindigkeiten des Wassers und anderer Flüssigkeiten durch Capillarröhren liegt bereits eine Reihe von Untersuchungen vor. So erkannte Girard[1]) bei Versuchen mit verschiedenen Flüssigkeiten, z. B. mit Wasser, einigen Salzlösungen, Alkohol, Aether, Terpentinöl, Quecksilber usw. die Proportionalität zwischen Ausflufsgeschwindigkeit und Druckhöhe und fand, dafs Salpeter die Ausflufsgeschwindigkeit des Wassers bei niedriger Temperatur vergröfsert, bei höherer Temperatur verringert. Poiseuille bestätigte das Gesetz der Druckhöhen und ermittelte aufserdem, dafs die Ausflufsgeschwindigkeit des Wassers (und des Aethers) der Länge des Capillarrohres umgekehrt, der 4. Potenz der Weite desselben direct proportional ist[2]). Er untersuchte ferner Gemische von Alkohol und Wasser und eine Reihe von ziemlich stark verdünnten Salzlösungen[3]), namentlich um den Einflufs der gelösten Salze auf die Geschwindigkeit des Blutes im Gefäfssystem kennen zu lernen. Auffallend ist, dafs Poiseuille diese Versuche nicht bei der Körpertemperatur ausführte, sondern bei etwa 10° C.; wir werden sehen, dafs in Folge dessen der beabsichtigte Zweck nur unvollkommen

1) Girard, *Mém. de l'acad. royale de l'Institut de France, Année* 1816.
2) Poiseuille, *Annales de chim. et phys. Sér.* 3, *VII.*
3) *Annales de chim. et phys. Sér.* 3, *XXI.*

erreicht wurde. Hagen[1]) studirte besonders den Einfluſs der Temperatur auf die Ausfluſsgeschwindigkeit des Wassers. Graham[2]) untersuchte bei 20° C. Gemische von Säuren mit Wasser und beobachtete Minima der Ausfluſsgeschwindigkeiten, die mit bestimmten Aequivalentverhältnissen zusammenfielen. In neuester Zeit wurden von Hrn. Rellstab[3]) verschiedene flüssige organische Verbindungen studirt. Endlich hat Hr. Hübener[4]) die Ausfluſszeiten von Salzlösungen desselben specifischen Gewichtes bei Temperaturen zwischen 16°,7 und 20° Réaum. bestimmt.

Es fehlt somit an Versuchen mit Salzlösungen, bei denen gleichzeitig Temperatur und Concentration zwischen weiten Gränzen variiren; aus diesem Grunde wurde die vorliegende Arbeit unternommen.

Die Versuche über die Ausfluſsgeschwindigkeit durch Capillarröhren von kreisförmigem Querschnitt haben eine feste theoretische Grundlage gewonnen, seit Hr. Hagenbach[5]) gezeigt hat, wie aus den Resultaten derselben die Zähigkeit oder der Reibungswiderstand der Flüssigkeiten bestimmt werden kann.

Bezeichnet man nämlich mit

P das Gewicht der Volumeneinheit Wasser;
n die Anzahl der Molecüle, welche bei der zu untersuchenden Flüssigkeit auf der Längeneinheit liegen;
t die Ausfluſszeit eines bestimmten Volumens W;
r den Radius, l die Länge } des Capillarrohres;
H'' *die Widerstandshöhe*, d. h. denjenigen Theil des in

1) Hagen, Ueber den Einfluſs der Temperatur auf die Bewegung des Wassers in Röhren; Abhandl. der Königl. Acad. der Wissensch. zu Berlin, 1854.

2) Graham, *On Liquid Transpiration etc.*; *Philosoph. mag. and Journal of Science IV. ser.*, 24.

3) Ueber Transpirat. homol. Flüssigkeiten; Inaugural-Diss. Bonn 1868.

4) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 248.

5) Hagenbach, Ueber die Bestimmung der Zähigkeit einer Flüssigkeit durch den Ausfluſs aus Röhren; Pogg. Ann. Bd. CIX, S. 358.

der Höhe einer *Wassersäule* gemessenen Druckes H[1]), welcher zur Ueberwindung des Reibungswiderstandes dient; mit

k *diejenige Kraft, welche erforderlich ist, um eine Flüssigkeitsschicht von der Dicke eines Molecüles und der Einheit der Oberfläche mit der Einheit der Geschwindigkeit an einer anderen Schicht zu verschieben, so ist*

$$t = \frac{k\, 8\, l\, W}{n\, \pi\, P H'' r^4} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Hr. Hagenbach nennt

$$z = \frac{k}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

die „*Zähigkeit*" der Flüssigkeit; darnach ist *die Zähigkeit* z *diejenige Kraft, welche erforderlich ist, um eine Flüssigkeitsschicht von der Dicke eines Molecüles und der Einheit der Oberfläche an einer andern Schicht mit einer solchen Geschwindigkeit zu verschieben, daſs sie in Bezug auf die andere in der Secunde um die Entfernung zweier Molecüle vorrückt.*

Nach (1) und (2) ergiebt sich zur Berechnung der Zähigkeit die Formel:

$$z = \frac{\pi P H'' r^4}{8\, W l} \, . \, t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3).$$

Ist der Widerstand im Capillarrohr sehr groſs, wird also nahezu die ganze Druckhöhe H auf Ueberwindung desselben verwendet, so kann man ohne groſsen Fehler $H = H''$ setzen, und erhält:

$$z = B\, t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4),$$

wo $B = \frac{\pi P H r^4}{8\, W l}$ eine von den Dimensionen des Apparates abhängige Constante bezeichnet. Bei Anwendung des gleichen recht langen und engen Capillarrohres und derselben drückenden Wassersäule *ist also die Zähigkeit der Ausfluſszeit der Volumeneinheit proportional.*

Ist aber die Substitution $H = H''$ nicht mehr zulässig, so hat man sich zur Ermittelung der Zähigkeit der folgen-

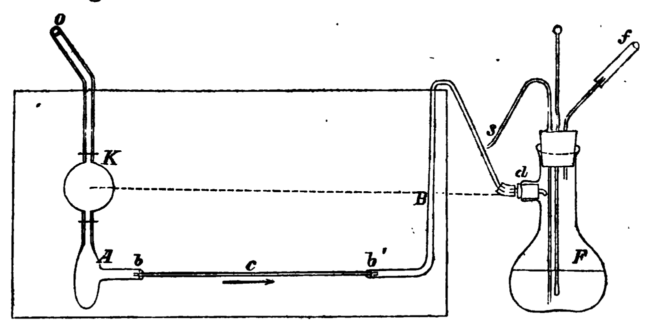
1) $H - H'' = H'$ ist die „Geschwindigkeitshöhe", derjenige Theil von H, welcher dient, um der Flüssigkeit die Geschwindigkeit zu ertheilen.

den von Hrn. Hagenbach entwickelten Formel zu bedienen:

$$z = \frac{\pi P H r^4}{8 W l} t - \frac{s P W}{2 \sqrt[3]{\pi g l}} \cdot \frac{1}{t} \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

(s ist das specifische Gewicht der Flüssigkeit; $g = 9{,}809$ Met. die Beschleunigung der Schwerkraft.) Das erste Glied in (5) stimmt mit der rechten Seite von (4) überein.

Meine Versuche führte ich aus auf Anregung des Hrn. Professor Wiedemann und in seinem Laboratorium. Der angewandte Apparat stimmt im Allgemeinen mit demjenigen überein, welchen Hr. Wiedemann in Pogg. Annal. Bd. XCIX, S. 221 beschreibt; es ist etwa noch Folgendes hinzuzufügen.



Die Hohlkugel K, welche das Volumen W faſste, war mit Ansatzröhren versehen, deren Radius $\frac{1}{6}$ von dem der Kugel betrug. Das untere Rohr erweiterte sich in der Biegung zu einer Tasche A, die sich zur Ansammlung kleiner unvermeidlicher Staubtheilchen als nützlich erwies. In die Mündungen b und b' von A und B wurde das Capillarrohr c mittelst mäſsig weicher Kautschukröhren eingesetzt. Um eine Correction für die Druckveränderung während eines Versuches zu vermeiden, war das Rohr B auſserhalb des Glaskastens genau bis zur Höhe der Kugelmitte herabgeführt. Der letzte Theil von B wurde durch einen Kautschukstöpsel in der Flasche F festgehalten, in welcher die Flüssigkeit sich sammelte, um nach Erwärmung auf die erforderliche Temperatur von Neuem zur

Füllung der Hohlkugel zu dienen. *F* ist eine Spritzflasche, deren Schnabel *s* der Umbiegung des Ansatzrohres *O* entspricht. Legt man *s* an die innere Wand von *O*, so wird der Entstehung von Luftblasen wirksam vorgebeugt. Aufserdem erfüllt die Flasche *F* den Zweck, die Salzlösung vor Aenderung der Concentration durch Verdunstung zu schützen. Vor dem Herausblasen der Flüssigkeit verschliefst man *d* und *f* durch Zusammendrücken der Kautschukröhrchen und vereint durch Schwenken der Flasche das im Halse condensirte Wasser wieder mit der Lösung.

Die einzige, aber auch schwer zu beseitigende Schwierigkeit bei der Ausführung der Versuche besteht in der Fernhaltung der Staubtheilchen; mehrfaches Filtriren verbürgt noch nicht ein sicheres Resultat, und die oben erwähnte Erweiterung *A* entsprach auch nicht ganz den gehegten Erwartungen. Hat der Apparat einige Zeit geruht, so sind die Ausflufszeiten gewöhnlich gröfser und nehmen erst bei mehrfacher Wiederholung des Versuches den früheren Werth wieder an. Es wird dies offenbar durch Theilchen veranlafst, die — das Rohr verengend — sich an die untere Wand gelegt haben, nach und nach aber vom Flüssigkeitsstrome herausgerissen werden. Es empfiehlt sich daher, nach sorgfältiger mechanischer Reinigung des Capillarrohres viele Versuche hinter einander auszuführen.

Die verdünnteren Lösungen könnte man aus den concentrirten durch Vermischen mit gewogenen Mengen Wasser herstellen; um indessen das mühsame Trocknen des Apparates bei jeder neuen Lösung zu umgehen, verdünnte ich die Lösungen nach Gutdünken und begann die Messung erst nach mehrmals wiederholtem Hindurchfliefsen. Die Concentration wurde nachher durch eine Analyse ermittelt.

Zur Bestimmung der Ausflufszeiten diente eine Secundenuhr mit Arretirung, die je 0,94 Secunden anzeigte; die beobachteten Zahlen wurden demgemäfs mit 0,94 multiplicirt.

Mit Bezug auf andere Correctionen ist Folgendes zu bemerken.

Die Veränderung der Dimensionen des Apparates durch

Veränderung der Temperatur braucht nicht berücksichtigt zu werden; denn da Hohlkugel und Capillarrohr — beide aus Glas gefertigt — dieselbe Temperatur besitzen, so ändert sich in Gl. (1) nicht nur l proportional mit r, sondern auch W mit r^3, und $\frac{r^4}{Wl}$ bleibt constant.

Dagegen wurde eine andere Correction nothwendig. Da nämlich die Zähigkeiten der untersuchten Flüssigkeiten innerhalb der weiten Gränzen 1,2169 und 0,0485 lagen, so hätte ein Capillarrohr von so geringem Durchmesser, dafs auch für die Flüssigkeiten von geringster Zähigkeit das einfache Hagenbach-Poiseuille'sche Gesetz (4) gültig geblieben wäre, die Versuche zu sehr in die Länge gezogen. Die Zähigkeiten waren also nach der von Hrn. Hagenbach für weitere und kürzere Röhren gegebenen Formel (5) zu berechnen. Anstatt aber diese Berechnung überall streng durchzuführen, wurde eine näherungsweise Correction der beobachteten Ausflufszeiten angewandt. Schreibt man in (5)

$$\frac{PW}{2\sqrt{g}\,\pi g l} = D,$$

und wie in Gleichung (4):

$$\frac{\pi P H r^4}{8 W l} = B,$$

so geht (5) über in:

$$z = Bt - \frac{sD}{t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6),$$

worin D und B für alle mit demselben Capillarrohr und unter derselben Druckhöhe angestellten Versuche constant sind, so dafs die Zähigkeit allein als Function der Ausflufszeit und des specifischen Gewichtes sich darstellt.

Setzt man nun:

$$z = Bt' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7),$$

so ergiebt (6):

$$t' = t - \frac{D}{Bt} s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Die der Zähigkeit proportionale Zeit [1]) t' erhält man also

1) Bei Vergleichung von (7) mit (4) ergiebt sich, dafs t' diejenige Ausflufszeit bedeutet, welche erhalten werden würde, wenn man die ganze Druckhöhe stets so regulirte, dafs die *Widerstands*höhe bei allen Versuchen constant $= H$ bliebe.

aus der beobachteten Ausflufszeit t durch Subtraction der kleinen Gröfse $\frac{D}{Bt}s$. Der einfachste Weg zur Berechnung derselben ergab sich aus Folgendem:

Für Wasser ($s = 1$) geht (8) über in:

$$t' = t - \frac{D}{Bt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9).$$

Bezeichnet man $t - t'$ für Wasser mit δ_w,
für Salzlösungen mit δ_s,
so folgt aus (8) und (9), *sobald Salzlösung und Wasser gleiche Ausflufszeit besitzen*:

$$\delta_s = s\,\delta_w \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (10).$$

(Ob diese gleiche Ausflufszeit t derselben oder verschiedenen Temperaturen zugehört, ist gleichgültig.) Hat man nach (9) t' und dadurch auch δ^w für eine hinreichende Anzahl von verschiedenen Temperaturen berechnet, so liefert die Zusammenstellung dieser Gröfsen δ_w mit den zugehörigen Ausflufszeiten t des Wassers eine Tabelle, welche nach (10) die bei Salzlösungen erforderlichen Correctionen δ_s leicht zu bestimmen gestattet. Uebrigens ist durchaus nicht erforderlich, hierzu die durch die Versuche gegebenen Ausflufszeiten zu verwenden, wie in der nächstfolgenden Tabelle geschehen, sondern man braucht nur beliebige zweckmäfsig gewählte Zahlen als Ausflufszeiten des Wassers zu betrachten und die zugehörigen Correctionen δ_w zu berechnen.

Die Dimensionen des Apparates, sowie die übrigen, zur Berechnung der Constante B erforderlichen Gröfsen sind:
$P = 1000000$ Grm. $r = 0{,}0002312$ Met. $l = 0{,}3$ Met.
$g = 9{,}809$ Met. $W = 0{,}0000211525$ Cbm. $H = 1{,}58$ Met.
Daraus ergiebt sich:

$$B = 0{,}00027938.$$

Zur Beurtheilung der bei meinen Versuchen erreichten Genauigkeit, so wie der Gröfse der Correctionen gebe ich in der folgenden Tabelle

unter τ die beobachteten Ausflufszeiten (Zeit-Intervalle der Uhr),

unter τ' die Mittel dieser Zahlen,
„ t die Ausflufszeiten in Secunden ($t = 0{,}94 . \tau'$),
„ t' die corrigirten Ausflufszeiten (Gl. 9),
„ δ_w die Differ. $t - t'$, und unter z die Zähigkeiten.

Wasser (Tab. I).

T	τ, die einzelnen Beobachtungen							τ'	t	t'	δ_w	z
0°	689,5	692,5	690,5					691,9	650,45	649,2	1,25	0,18136
5	588	590	587	587	588	588		588,05	552,72	551,3	1,45	0,15400
10	507,5	506,5	508	505	508	506,5	508	507,1	476,7	475,0	1,70	0,13271
15	444	443	442	442,5	443			442,9	416,45	414,5	1,95	0,11580
20	392	391	392	391	391			391,3	367,81	365,0	2,21	0,10214
25	353	351	351	350,5	350			351,1	330,06	327,6	2,46	0,09150
30	315	314	315,5	314,5				314,7	295,8	293,05	2,75	0,08186
35	286	286	284,5	284	284			284,7	267,6	264,6	3,00	0,07392
40	260	259,5	259	260				259,7	244,07	240,75	3,32	0,06725
45	238,5	238,3						238,4	224,11	220,50	3,61	0,06160
50	220	220	219	220,7				219,9	206,7	202,8	3,93	0,05667

Die gröfste Differenz unter den einzelnen Beobachtungen τ findet sich bei 25° und beträgt 0,86 Proc.; die nächstgröfste bei 35° beträgt 0,70 Proc.; erheblich geringer sind die übrigen Abweichungen. In der That zeigt die graphische Darstellung der Zähigkeit des Wassers Taf. I, Fig. 1 u. 2 keinerlei Unregelmäfsigkeiten, und die Curve verläuft regelmäfsiger, als die den Beobachtungen von Graham und Rellstab entsprechende; es hat dieses wohl seinen Grund darin, dafs alle Druck- und Temperaturänderungen während der Versuche sorgfältig vermieden wurden.

Dafs ein Zähigkeitsmaximum des Wassers bei 4° nicht existirt, bestätigen auch meine Versuche.

Die folgenden Tabellen enthalten die beobachteten Ausflufszeiten t und die *corrigirten Ausflufszeiten* t' für eine Reihe von Salzlösungen. Aus den Zahlen t' erhält man nach Formel (7) *die Zähigkeiten* z einfach durch Multiplication mit $B = 0{,}00027938$. Die *Angabe der Concentration bezieht sich immer auf wasserfreies Salz* (Gewichtsmenge des Salzes in 100 Gewichtstheilen der Lösung). Die Bestimmung der specifischen Gewichte geschah bei

der Zimmertemperatur und diente hauptsächlich der Analyse zur Controlle; die gröfsten Abweichungen von den von Hrn. Gerlach und Hrn. Kremer ausgeführten Bestimmungen[1]) zeigen sich beim Bromkalium und betragen 5 Einheiten der 3. Decimale.

Chlorammonium (Tab. II).

	Wasser		3,67 Proc. s = 1,011		8,671 Proc. s = 1,027		15,678 Proc. s = 1,047		23,37 Proc. s = 1,068	
T	t	t'	t	t'	t	t'	t	t'	t	t'
0°	650,4	649,2	615,0	613,8	584,2	582,9	555,6	554,2	540,9	539,4
5	552,7	551,3	533,4	532,0	512,0	510,4	494,2	492,6	489,5	487,9
10	476,7	475,0	465,6	463,9	450,2	448,4	438,7	436,9	439,7	437,9
15	416,4	414,5			397,7	395,7	396,4	394,5	399,4	397,4
20	367,8	365,6	364,0	361,8	357,0	354,8	358,4	356,2	367,4	365,2
25	330,1	327,6			325,8	323,3	327,4	324,9	339,3	336,9
30	295,8	293,0	294,7	292,0	297,0	294,3	302,7	300,1	312,0	309,4
40	244,1	240,7	247,1	244,0	250,9	247,8	255,5	252,4	269,2	266,2
50	206,7	202,8	210,9	207,1	215,6	211,8	224,4	220,8	237,6	234,1
60	178,3	173,7	182,4	178,0	189,3	185,1	197,2	193,1	210,4	206,5

Das Chlorammonium war trocken, rein weiss und vollkommen flüchtig; frei von $H_2 SO_4$ und $H NO_3$. Der Salzgehalt der Lösungen wurde durch Abdunsten und Trocknen im Platintiegel bei 100° bestimmt.

Bromammonium.

	15,97 Proc. s = 1,0954		25,33 Proc. s = 1,1587		36,883 Proc. s = 1,2440	
T	t	t'	t	t'	t	t'
0°	541,4	540,9	511,0	509,3	503,3	501,3
5	479,3	477,5	455,2	453,6	451,1	448,9
10	425,9	423,8	409,1	407,0	208,0	405,6
15	381,3	379,0	370,0	367,5	372,0	369,3
20	343,2	340,6	337,5	334,9	342,5	339,5
25	311,3	308,5	308,7	305,7	317,4	314,3
30	284,1	281,0	284,7	281,4	293,5	290,2
40	240,8	237,2	245,2	241,4	255,0	251,1
50	209,3	205,0	213,5	209,1	227,2	222,7
60	184,3	179,6	190,5	185,6	203,7	198,7

Das Bromammonium wurde umkrystallisirt, und liefs

1) Spec. Gew. der gebräuchlichsten Salzlösungen von Dr. Th. Gerlach; Freiberg, 1859.

dann nur noch eine Spur Chlor erkennen. Die Bestimmung des Salzgehalts der Lösungen geschah durch Abdunsten und Trocknen bei 100°.

Salpetersaures Ammon.

	5,975 Proc. $s = 1{,}026$		12,19 Proc. $s = 1{,}0528$		27,08 Proc. $s = 1{,}1203$		37,22 Proc. $s = 1{,}1732$		49,83 Proc. $s = 1{,}236$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	454,2	452,4	436,6	434,8	437,2	435,2	468,2	466,2	574,5	572,9
20	356,4	354,1	353,9	351,5	360,4	358,0	388,6	386,2	483,5	481,6
30	290,6	287,9	290,1	287,3	312,7	309,8	335,9	333,0	413,6	411,3
40	243,0	239,8	244,5	241,1	262,4	259,1	288,8	285,6	361,0	358,4
50	209,5	205,6	211,5	207,6	230,4	226,5	256,0	252,4	320,8	317,8
60	180,9	176,5	186,7	182,3	207,8	203,5	226,7	222,7	288,8	285,5

Zur Darstellung des salpetersauren Ammons wurde reine Salpetersäure mit chlorfreiem kohlensaurem Ammon gesättigt; nur die zuerst aus dieser Lösung gewonnenen Krystalle wurden benutzt. Die Bestimmung des Salzgehaltes geschah durch Austreiben des Ammoniaks mit Natronlauge und Wägung als Chlorammonium nach dem Trocknen bei 100°.

Chlorkalium.

	10,230 Proc. $s = 1{,}068$		22,215 Proc. $s = 1{,}1525$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*
5°	521,5	519,8	512,1	510,3
10	456,7	454,8	456,9	454,8
15	407,4	405,3	414,5	412,3
20	365,1	362,8	377,0	374,5
25	329,1	326,4	345,1	342,4
30	301,8	299,0	318,4	315,5
40	255,8	252,5	272,1	268,6
50	218,9	215,1	240,2	236,2
60			212,3	208,1

Das Chlorkalium war frei von H_2SO_4 und HNO_3 und färbte die Gasflamme rein violett. Die Concentration der Lösungen wurde durch Abdunsten und mäfsiges Glühen bestimmt.

Bromkalium.

	14,023 Proc. s = 1,109		23,164 Proc. s = 1,1903		34,639 Proc. s = 1,3115	
T	t	t'	t	t'	t	t'
5°	502,8	501,1	481,7	479,7	481,3	479,1
10	441,9	439,7	432,2	430,0	435,3	432,9
20	355,9	353,4	351,0	348,2	361,1	358,2
30	294,2	291,3	294,2	290,9	308,7	305,3
40	247,4	243,8	251,5	247,6	286,3	264,4
50	213,2	209,1	220,2	215,7	236,8	232,3
60	187,2	182,6	195,4	190,6	211,7	206,7

Das Bromkalium wurde mehrmals umkrystallisirt; doch war eine Spur Chlor nicht zu entfernen. Durch Abdampfen und mäſsiges Glühen wurde der Salzgehalt der Lösungen bestimmt.

Jodkalium.

	8,419 Proc. s = 1,0661		17,015 Proc. s = 1,1414		33,035 Proc. s = 1,3110		45,98 Proc. s = 1,4862		54,0 Proc. s = 1,6150	
T	t	t'	t	t'	t	t'	t	t'	t	t'
5°	517,8	516,1	487,0	485,4	449,4	447,0	456,3	453,6	478,1	475,5
10	452,1	450,2	426,7	424,6	204,5	401,9	412,5	409,7	433,5	430,7
15	401,3	399,2	380,7	378,3	367,0	364,1	377,4	374,3	398,0	394,8
20	357,2	354,8	341,3	338,6	334,0	330,8	345,6	342,1	366,6	363,1
25	318,7	316,0	308,9	306,0	306,8	303,4	319,5	315,6	341,8	338,0
30	289,0	285,8	282,1	279,0	282,6	278,8	297,8	293,7	319,4	315,3
40	241,8	238,3	239,9	236,0	242,0	237,8	262,5	258,0	280,4	275,9
50	207,8	203,7	208,7	204,3	215,4	210,5	234,6	229,6	249,0	244,7
60	181,0	176,4	182,7	177,7	191,3	186,0	209,0	203,3	228,2	222,5

Das Jodkalium war frei von Cl, Br und H_2SO_4; da Salzsäure allein keine gelbe Färbung erzeugte, war Jodsäure nicht vorhanden. Am Lichte färbte sich die Lösung schnell gelb, ein Beweis für die Abwesenheit freien Alkalis.

Die quantitative Bestimmung des Gehaltes der Lösungen geschah durch Abdampfen, Trocknen und gelindes Erhitzen.

Salpetersaures Kali.

	6,316 Proc. s = 1,040		12,19 Proc. s = 1,079		17,60 Proc. s = 1,117	
T	t	t'	t	t'	t	t'
10°	461,8	460,0	448,7	446,8	449,2	447,2
20	362,7	360,5	357,4	355,0	364,7	362,3
30	292,8	290,1	293,9	291,0	301,9	298,9
40	245,9	242,6	249,5	246,3	255,8	252,3
50	210,4	206,7	214,2	210,2	220,6	216,5
60	182,8	178,4	188,7	184,3	194,0	189,4

Reiner Salpeter des Handels, trocken und frei von Chlor wurde umkrystallisirt. Der Gehalt der Lösungen wurde durch Abdampfen und Erhitzen bis zur beginnenden Schmelzung bestimmt.

Chlorsaures Kali.

	3,506 Proc.		5,687 Proc.	
T	t	t'	t	t'
10°	467,5	465,8		
20	365,6	363,4		
30	293,0	290,3	295,4	292,7
40	244,6	241,3	242,2	238,9
50	208,6	204,7	208,3	204,4

Das chlorsaure Kali war durch Umkrystallisiren rein dargestellt. Die Bestimmung des Salzgehaltes der Lösung geschah durch Abdampfen und Trocknen bei etwa 100°.

Chlornatrium.

	7,955 Proc. $s = 1,0577$		14,312 Proc. $s = 1,1055$		23,219 Proc. $s = 1,1774$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	536,4	534,9	616,5	615,2	834,0	832,8
20	421,0	419,0	485,8	483,9	643,2	641,8
30	340,2	337,8	392,2	390,0	517,6	515,7
40	283,9	281,1	327,2	324,5	426,6	424,3
50	242,2	238,8	278,9	275,7	361,9	359,3
60	210,5	206,6	243,2	239,6	310,7	307,6

Das Chlornatrium war als rein von den HH. Brückner und Lampe bezogen; es erwies sich als frei von Mg und H_2SO_4. Die Concentration der Lösungen wurde durch Abdunsten, langsames und vollständiges Trocknen im Luftbade und Glühen bestimmt.

Bromnatrium.

	9,775 Proc. $s = 1,0801$		18,579 Proc. $s = 1,1619$		27,266 Proc. $s = 1,2566$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	493,3	491,6	539,0	537,2	624,7	623,2
20	391,5	389,3	427,2	425,1	494,4	492,3
30	319,4	316,7	350,8	348,1	403,8	401,4
40	265,8	262,5	292,9	289,8	336,9	333,8
50	227,2	223,3	251,8	248,2	287,9	284,5
60	197,6	193,3	220,3	216,0	251,7	247,8

Das Bromnatrium war durch Umkrystallisiren rein erhalten, bis auf eine Spur Chlor. Gehaltbestimmung wie beim Chlornatrium.

Jodnatrium.

	8,829 Proc. $s = 1,0725$		17,15 Proc. $s = 1,1503$		35,686 Proc. $s = 1,3693$		55,47 Proc. $s = 1,7060$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
5°			548,9	547,3	638,8	637,3		
10	477,0	475,2	481,5	479,6	560,8	559,0	1023,9	1022,9
15			427,9	425,8	499,5	497,3		
20	374,1	371,8	381,7	379,3	444,9	442,4	783,7	782,0
30	301,9	299,0	311,3	308,4	365,3	362,3	628,6	626,5
40	251,5	248,2	261,5	258,1	308,9	305,5	517,1	514,9
50	214,5	210,4	223,2	219,1	267,9	263,8	438,2	435,2
60	186,6	182,2	195,4	190,7	233,7	228,8	378,2	374,7

Das als rein bezogene Jodnatrium wurde umkrystallisirt. Die quantitative Analyse der Lösungen geschah durch Abdunsten und Trocknen bei etwa 150°.

Salpetersaures Natron.

	7,25 Proc. $s = 1,0515$		12,35 Proc. $s = 1,0888$		18,20 Proc. $s = 1,1324$		31,547 Proc. $s = 1,2445$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	493,2	491,6	522,4	520,8	566,9	565,4	789,3	787,7
20	386,7	384,6	412,5	410,5	448,8	446,7	615,4	613,6
30	313,0	311,4	334,3	331,6	365,7	363,2	497,4	495,0
40	261,4	258,3	279,4	276,2	304,2	301,3	411,7	408,8
50	223	219,4	238,2	234,4	258,8	255,3	350,6	347,0
60	194,3	190,1	205,2	201,0	231,4	227,5	303,8	299,7

Das salpetersaure Natron war vollkommen farblos und schön krystallisirt; frei von H_2SO_4 und Cl. Die Concentration der Lösungen wurde durch Abdunsten und mäſsiges Erhitzen ermittelt.

Chlorsaures Natron.

	11,50 Proc. $s = 1,0815$		20,59 Proc. $s = 1,1535$		33,543 Proc. $s = 1,2674$	
T	t	t'	t	t'	t	t'
10°	513,5	511,8	579,4	577,9	787,3	786,0
20	403,7	401,7	458,0	455,9	612,0	610,4
30	327,5	324,8	371,6	369,1	494,0	492,0
40	274,6	271,4	309,1	306,1	408,7	406,3
50	232,9	229,2	265,9	262,4	347,0	344,2

Das chlorsaure Natron war frei von $H_2\,SO_4$ und H Cl. Die Bestimmung des Salzgehaltes der Lösungen geschah einmal durch Abdunsten im Porzellantiegel und Trocknen bei etwa 120°; dann noch durch Glühen und Wägen als Na Cl; die aus beiden Bestimmungen berechneten Procentgehalte differirten um 0,25 Proc.

Schwefelsaures Natron.

	3,352 Proc. $s = 1,0295$		6,626 Proc. $s = 1,0611$		12,71 Proc. $s = 1,1161$	
T	t	t'	t	t'	t	t'
10°	524,1	522,6	579,5	578,1		
15					649,0	647,7
20	408,7	406,7	451,9	450,0	569,1	567,6
25					507,3	505,7
30	327,2	324,7	364,5	362,3	456,6	454,6
33					428,9	426,8
35					411,1	408,9
40	274,6	271,6	301,6	298,9	373,0	370,6
50			256,1	253,0	315,8	312,9
60			220,8	217,2	270,4	267,1

Käufliches schwefelsaures Natron wurde mehrmals umkrystallisirt, bis es von Chlor frei war; die Gehaltbestimmung geschah durch Abdunsten, Trocknen und mäfsiges Glühen.

Auffallender Weise zeigt sich bei 33° keinerlei Unregelmäfsigkeit im Verlaufe der Zähigkeitscurven des schwefelsauren Natrons.

Schwefelsaures Ammon.

	8,1 Proc. $s = 1{,}0458$		15,94 Proc. $s = 1{,}0930$		25,51 Proc. $s = 1{,}1495$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
0°	702,6	701,4	782,4	781,3	965,9	965,0
10	535,4	533,9	611,0	609,6	753,2	752,0
20	421,5	419,5	482,4	480,6	598,3	596,7
30	342,6	340,3	394,9	392,9	488,6	486,5
40	285,0	282,2	330,9	328,2	412,5	410,3
50	243,6	240,2	284,1	281,0	353,8	351,3
60	212,4	208,5	246,9	243,4	311,4	308,4

Käufliches reines schwefelsaures Ammon wurde zwei Mal umkrystallisirt; es war dann vollkommen flüchtig und frei von Chlor.

Die Gehaltbestimmung der Lösungen geschah durch Abdunsten und Trocknen bei 100°; ein Controllversuch ergab einen um 0,01 Proc. differirenden Procentgehalt.

Schwefelsaures Kali.

	5,173 Proc. $s = 1{,}0414$		9,769 Proc. $s = 1{,}0791$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	504,5	502,9	528,4	526,8
20	392,8	390,7	417,7	415,7
30	318,3	315,7	340,4	337,8
40	267,2	264,2	283,6	280,6
50	226,3	222,7	242,8	239,3
60	196,0	191,9	210,2	206,2

Das schwefelsaure Kali war durch Umkrystallisiren in schönen Krystallen gewonnen; die Gehaltbestimmung geschah durch Abdunsten der Lösung, Trocknen und Glühen des Rückstandes.

Gelbes chromsaures Kali.

	11,93 Proc. $s = 1,1009$		19,61 Proc. $s = 1,1730$		32,78 Proc. $s = 1,3086$	
T	t	t'	t	t'	t	t'
10°	514,8	513,2	555,3	553,7	712,5	711,2
20	408,1	406,0	448,1	446,0	578,7	577,0
30	333,6	330,9	371,5	369,1	481,5	479,3
40	269,5	266,2	313,0	311,3	409,1	406,5
50	241,0	237,4	270,3	267,0	349,3	346,3

Durch Umkrystallisiren von Schwefelsäure befreites rothes chromsaures Kali wurde mit reinem kohlensaurem Kali neutralisirt, und nur die zuerst aus der Lösung sich abscheidenden Krystalle benutzt. Der Salzgehalt wurde durch Abdampfen, Trocknen und Glühen bis zur beginnenden Schmelzung bestimmt.

Chlorlithium.

	7,757 Proc. $s = 1,0453$		13,91 Proc. $s = 1,0815$		26,93 Proc. $s = 1,1624$	
T	t	t'	t	t'	t	t'
10°	625,9	624,6	789,7	788,6	1491,6	1491,0
20	485,0	483,3	614,3	612,9	1143,0	1142,0
30	390,2	388,1	494.9	493,2	925,1	924,0
40	321,0	318,4	408,1	406,0	764,6	763,3
50	270,8	267,8	344,3	341,8	638,8	637,3

Reines kohlensaures Lithium wurde in verdünnte heiſse Salzsäure in solcher Menge eingetragen, daſs ein kleiner Theil ungelöst blieb. Nach dem Filtriren wurde die Lösung genau mit Salzsäure neutralisirt und zur erforderlichen Concentration eingeengt. Die quantitative Analyse geschah durch Bestimmung des Chlors als Chlorsilber.

Chlorbarium.

	7,605 Proc. s = 1,0714		15,402 Proc. s = 1,1583		24,34 Proc. s = 1,2625	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	507,8	506,1	563,3	561,7	656,3	654,8
20	400,9	398,8	445,7	443,7	525,8	523,9
30	325,0	322,3	366,6	364,1	432,3	430,1
40	272,3	269,1	304,6	301,7	364,2	361,5
50	232,8	229,0	261,2	257,7	313,0	310,0

Das Chlorbarium war schön und grofs krystallisirt; nach der Fällung mit H_2SO_4 hinterliefs die abfiltrirte Flüssigkeit auf Platinblech keinen Rückstand.

Der Salzgehalt wurde durch Abdunsten und mäfsiges Glühen bestimmt.

Chlorstrontium.

	7,18 Proc. s = 1,0661		12,53 Proc. s = 1,1198		21,45 Proc. s = 1,2194		31,62 Proc. s = 1,3515	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	531,8	530,2	589,3	587,9	734,4	733,2	1108,6	1107,5
20	414,7	412,7	465,3	463,4	587,3	585,8	896,8	895,5
30	336,0	333,3	379,3	376,9	479,5	477,5	740,3	738,8
40	281,7	278,5	315,9	313,0	401,4	399,2	616,4	614,7
50	239,9	236,3	270,3	266,9	343,9	341,2	530,0	528,0

Käufliches salpetersaures Strontium wurde getrocknet, fein zerrieben und mit absolutem Alkohol so lange ausgewaschen, bis Schwefelsäure im Filtrat nur noch eine unbedeutende Trübung (von geringen Mengen gelösten Strontiansalzes herrührend) erzeugte. Aus dem so von Kalk befreiten Salze wurde durch Fällung mit reinem kohlensauren Ammon kohlensaurer Strontian, und aus diesem das Chlorstrontium gewonnen.

Die Ermittelung des Salzgehaltes durch Abdampfen, Trocknen und Glühen erwies sich als genau, da das Gewicht des Salzes gleich gefunden wurde, mochte es nach schwachem Glühen und längerem Stehen im Exsiccator oder nach starkem Glühen und bald folgender Wägung bestimmt werden.

Chlorcalcium.

	15,17 Proc. $s = 1,1326$		31,60 Proc. $s = 1,3053$		39,75 Proc. $s = 1,3930$		44,087 Proc. $s = 1,4412$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
10°	721,8	720,7	1774,3	1773,6	4355,7	4355,5		
20	569,5	568,0	1425,6	1424,8	3214,0	3213,7		
30	465,2	463,2	1151,8	1150,8	2464,0	2463,6	3855,1	3854,9
40	387,7	385,4	954,0	952,9	1945,1	1944,5	2986,0	2985,7
50	329,9	327,1	807,2	806,0	1596,5	1595,8	2361,4	2361,0

Zur Darstellung des Chlorcalciums wurde weißer gewaschener Marmor in reiner Salzsäure gelöst, die heiße Flüssigkeit nach Oxydation etwa vorhandenen Eisens (durch Chlor) mit Kalkwasser alkalisch gemacht, filtrirt und mit Salzsäure neutralisirt.

Zur quantitativen Analyse der Lösungen diente die Bestimmung des Chlorgehaltes.

Schwefelsaure Magnesia.

	4,984 Proc. $s = 1,0498$		9,497 Proc. $s = 1,0988$		14,031 Proc. $s = 1,1504$		19,325 Proc. $s = 1,2116$	
T	*t*	*t'*	*t*	*t*	*t*	*t'*	*t*	*t'*
5°	730,5	729,4	1000,9	1000,0	1437,8	1437,2		
10	626,4	625,1	851,8	850,7	1222,1	1221,3	1965,0	1964,6
20	481,4	479,7	647,8	646,5	911,9	910,9	1440,6	1440,0
25			572,6	571,2			1240,1	1239,3
30	385,7	383,5	506,5	504,8	699,3	698,0	1082,4	1081,5
40	316,8	314,2	416,5	414,4	557,3	556,7	853,9	852,8
50	268,9	265,8	347,1	344,6	464,1	462,0	690,4	689,1
60	230,1	226,5	297,5	294,2	392,3	390,1	574,9	573,4

Möglichst reines Salz des Handels wurde umkrystallisirt, bis es von Chlor frei war; Schwefelwasserstoff-Schwefelammonium erzeugte keine Fällung.

Der Salzgehalt der Lösungen wurde durch Abdampfen, Trocknen und Glühen ermittelt.

Die *den Zähigkeiten proportionalen Ausflufszeiten t'* wurden in zweifacher Weise graphisch dargestellt, indem als Abscissen einmal die Temperaturen, das andere Mal die Concentrationen benutzt wurden. (Für die Ordinaten (Ausflufszeiten *t'*) der Fig. 6, Taf. I wurde die Einheit halb so grofs genommen als bei den übrigen Tafeln.)

Resultate.

A. Einflufs der Temperatur.

Mit Bezug auf den Einflufs der Temperatur auf die Zähigkeit zerfallen die untersuchten Salze in 2 Gruppen:

Gruppe I.

Chlorkalium,	Chlorsaures Kali,
Bromkalium,	Chlorammonium,
Jodkalium,	Bromammonium,
Salpetersaures Kali,	Salpetersaures Ammon.

Gruppe II.

Schwefelsaures Kali.
{ Chlornatrium, Bromnatrium, Jodnatrium,
Salpetersaures Natron, chlorsaures Natron, schwefelsaures Natron.
Schwefelsaures Ammon.
Chlorbarium, Chlorstrontium, Chlorcalcium.
Chlorlithium.
Schwefelsaure Magnesia.

Gruppe I. Die Salze dieser Gruppe zeigen die gemeinsame Eigenschaft, dafs ihre Lösungen bei niedrigen Temperaturen schneller, bei höheren Temperaturen langsamer ausfliefsen als Wasser, während bei den Salzen der zweiten Gruppe die Ausflufszeiten für alle Temperaturen gröfser sind als diejenigen des Wassers.

Das der Gruppe I eigenthümliche Verhalten wurde — wie schon anfangs erwähnt — bereits von Girard am salpetersauren Kali bemerkt, doch hat derselbe seine Beobachtung nicht so weit ausgedehnt, dafs sich die Eigenthümlichkeiten der Erscheinung übersehen liefsen. — Am deutlichsten ausgeprägt würde das Jodammonium die-

selben zeigen, wie einige mit diesem Salze angestellten Versuche ergaben; die leichte Zersetzbarkeit und schwierige Reindarstellung des Jodammoniums verhinderten indessen seine genaue Untersuchung. — Es möge daher das Chlorammonium für die folgende Betrachtung als Typus der Gruppe gewählt werden.

Aus der Tabelle II, S. 9, in welcher die Ausflufszeiten des Wassers mit denen von 4 verschieden concentrirten Chlorammonium-Lösungen zusammengestellt sind, geht hervor, dafs bei 0° die Zähigkeiten dieser Lösungen geringer, bei 40°, 50°, 60° gröfser sind, als diejenigen des Wassers (und zwar nehmen *bei* 0° *die Zähigkeiten bis zur stärksten Concentration* mit wachsendem Salzgehalt *ab*, während sie *bei* 40°, 50° und 60° *in derselben Reihenfolge zunehmen*). Wir können also sagen:

1) *Bei niedrigen Temperaturen vermindert, bei höheren Temperaturen vergröfsert das Chlorammonium die Zähigkeit des Wassers; und zwar beides in um so höherem Grade, als die Lösung concentrirter ist.*

Dem entsprechend liegt in Fig. 1, Taf. I ein Theil der Curve einer jeden Chlorammonium-Lösung, und zwar der den niederen Temperaturen entsprechende unterhalb, der andere oberhalb der Curve des Wassers.

Für jede Concentration giebt es also eine Temperatur, bei welcher dieselbe mit Wasser gleiche Zähigkeit besitzt: in Fig. 1, Taf. I wird die Curve des Wassers von allen, dem Chlorammonium zugehörigen Curven geschnitten. Diese Temperatur variirt mit der Concentration der Lösung:

2) *Die Temperatur, bei welcher Wasser und Salzlösung gleiche Zähigkeit zeigen, liegt um so höher, je geringer die Concentration der Lösung ist.*

Demgemäfs stellt sich in Fig. 1, Taf. I für die Schnittpunkte der Curve des Wassers mit den Curven des Chlorammoniums eine bestimmte Reihenfolge heraus; bezeichnet man die Lösungen, dem zunehmenden Salzgehalt entsprechend, mit 1, 2, 3, 4 und ebenso die Schnittpunkte ihrer Zähigkeitscurven mit derjenigen des Wassers, so folgen letztere einander von rechts nach links.

In Fig. 3, Taf. I ist die Abhängigkeit der Ausflußzeiten von der Concentration bei derselben Temperatur graphisch dargestellt[1]. — Alle Curven sind nach unten convex; die tiefsten Punkte der Curven (Minima der Zähigkeiten anzeigend) sind bei 0° einerseits, und bei 40° und höheren Temperaturen andererseits *die Endpunkte* der Curven, und zwar bei 0° derjenige Endpunkt, welcher der stärksten, bei 40° derjenige, welcher der geringsten Concentration entspricht. Dagegen fallen die tiefsten Punkte bei allen zwischen 5° und 35° gelegenen Temperaturen nicht mit den Endpunkten zusammen; vielmehr zeigen diese Curven, daß die Salmiaklösungen mit geringster Zähigkeit etwa die folgenden sind:

bei 5°	von dem Salzgehalt	22	Proc.
- 10	- - -	19	-
- 15	- - -	15	-
- 20	- - -	11,5	-
- 25	- - -	8	-
- 30	- - -	3	-

3) ***Es fällt somit das Minimum der Zähigkeit auf eine um so geringere Concentration, je höher die Temperatur ist.***

Die übrigen 7 Salze (denen sich auch das Jodammonium anschließt) verhalten sich insofern genau ebenso, wie das Chlorammonium, als auch für sie die Sätze 2) und 3) vollkommen gültig sind. So zeigt z. B. Fig. 2 sehr deutlich, daß die Concentration derjenigen Jodkalium-Lösung, welche mit Wasser gleiche Zähigkeit besitzt, von der Temperatur in derselben Weise abhängt, wie Satz 2) es für Chlorammonium angiebt. — Ebenso gilt für alle Salze, daß bei hoher Temperatur die Zähigkeit ihrer Lösungen mit wachsender Concentration zunimmt. Dagegen erstreckt sich die bei 5° mit wachsendem Salzgehalt zunächst stattfindende Abnahme der Zähigkeit nicht bis auf die stärksten Concentrationen. Der Verlauf der Curven Fig. 2 deutet aber offenbar darauf hin, daß dieses für

1) Man beachte zunächst nur die (in ungebrochenen schwachen Linien ausgeführten) Curven des NH_4 Cl.

Jodkalium bei einer nicht sehr weit unter Null Grad gelegenen Temperatur der Fall sein würde.

Und obgleich die stärkste Lösung des salpetersauren Ammons bei 10° sogar noch zäher ist als Wasser, so erlaubt der Gang der Curven auch hier einen ähnlichen Schluſs zu ziehen.

Von Graham ist nachgewiesen worden, daſs ganz analog wie hier bei Salzlösungen Zähigkeitsminima, so bei Gemischen von Säuren mit Wasser, Maxima der Ausfluſszeiten existiren; es fallen diese nach Graham mit bestimmten Aequivalentverhältnissen zusammen und entsprechen den „*constitutional hydrates*“ der Säuren. So kann man z. B. das Gemisch von Salpetersäure mit Wasser, welches am langsamsten ausflieſst, als das Hydrat

$$N_2O_5 + 3H_2O$$

betrachten. Das Verhalten der Salzlösungen führt zu der Vermuthung, daſs die von Graham nur bei 20° gefundenen Maxima ebenfalls einer Verschiebung mit der Temperatur unterliegen, daſs also möglicherweise *nicht* eine bestimmte chemische Verbindung das Zähigkeitsmaximum bedingt; ebenso wie die frühere Ansicht: das bei 123° in unveränderlichem Verhältnisse verdampfende Gemisch von Salpetersäure und Wasser sey eine bestimmte Verbindung: $N_2O_5 + 4H_2O$, dadurch widerlegt wurde, daſs man die Abhängigkeit dieses Verhältnisses vom Druck erkannte. Die Bestätigung der ausgesprochenen Vermuthung muſs weiteren Versuchen vorbehalten bleiben.

Gruppe II. Die Lösungen der Salze dieser Gruppe unterscheiden sich von den Lösungen der Salze der ersten Gruppe dadurch, daſs ihre Zähigkeitscurven nicht die des Wassers schneiden und bei keiner Temperatur unter derselben liegen. (Das Jodnatrium bildet zwischen beiden Gruppen insofern einen Uebergang, als die verdünntesten Lösungen desselben bei 10° und umsomehr bei 0° etwas schneller ausflieſsen als Wasser.)

Bei den Salzen der ersten Gruppe ergab sich unmittel-

bar, dafs die Zähigkeit ihrer Lösungen von der Temperatur in geringerem Maafse beeinflufst wird, als die Zähigkeit des Wassers. Um zu entscheiden, ob dasselbe, oder ein entgegengesetztes Verhalten bei den Salzen der zweiten Gruppe stattfindet, müssen wir den Quotienten

$$q = \frac{z_s}{z_w}$$

bilden (worin z_s die Zähigkeit der Salzlösung, z_w die Zähigkeit des Wassers bedeutet) und untersuchen, ob derselbe mit zunehmender Temperatur zu- oder abnimmt. Im ersten Falle ist der Einflufs der Temperatur geringer, im zweiten gröfser als beim Wasser. Wie ein Blick auf die Figg. 1 u. 2, Taf. I lehrt, zeigt q bei den Salzen der ersten Gruppe mit Erhöhung der Temperatur eine Zunahme.

Für einige Salze der zweiten Gruppe sind die Werthe des Quotienten q in folgender Tabelle enthalten.

		0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
$CaCl_2$	15,17 Proc.		1,517	1,553	1,581	1,601	1,613	
	31,6 „		3,734	3,896	3,927	3,958	3,975	
	39,75 „		9,169	8,788	8,408	8,078	7,869	
	44,087 „				13,153	12,403	11,642	
$NaCl$	7,955 Proc.		1,126	1,146	1,153	1,168	1,177	1,189
	14,312 „		1,295	1,323	1,331	1,347	1,358	1,379
	23,219 „		1,753	1,755	1,760	1,762	1,772	1,770
$(NH_4)_2SO_4$	8,10 Proc.	1,084	1,124	1,147	1,162	1,172	1,184	1,199
	15,94 „	1,204	1,283	1,314	1,340	1,363	1,385	1,401
	25,51 „	1,486	1,583	1,632	1,660	1,704	1,732	1,774
$MgSO_4$	4,984 Proc.		1,316	1,312	1,308	1,305	1,310	1,304
	9,497 „		1,791	1,768	1,723	1,721	1,698	1,692
	14,031 „		2,571	2,491	2,382	2,312	2,278	2,243
	19,325 „		4,135	3,937	3,689	3,542	3,398	3,300
$LiCl$	7,757 Proc.		1,315	1,321	1,324	1,322	1,320	
	13,91 „		1,660	1,676	1,683	1,686	1,685	
	26,93 „		3,139	3,123	3,153	3,169	3,142	

Die gröfsten Aenderungen erleidet q bei gewissen Lösungen des Chlorcalciums, der schwefelsauren Magnesia und des schwefelsauren Ammons.

Bezeichnen wir mit *Z* und *A* die Zunahme und Abnahme des Quotienten *q* mit der Temperatur, so stellt die folgende Tabelle übersichtlich diese Gröſsen für alle untersuchten Salze dar; dabei entspricht die erste Verticalcolumne (I) der verdünntesten, die Columne mit der höchsten Nummer der concentrirtesten Lösung.

	I	II	III	IV
Chlorcalcium	*Z*	*Z*	*A*	*A*
Chlorstrontium	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*
Chlorbarium	*Z*	*Z*	*Z*	
Chlornatrium	*Z*	*Z*	*Z*	
Bromnatrium	*Z*	*Z*	*Z*	
Jodnatrium	*Z*	*Z*	*Z*	*A*
Chlorsaures Natron	*Z*	*Z*	*Z*	
Salpetersaures Natron	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*
Schwefelsaures Natron	*Z*	*Z*	*A*	
Schwefelsaures Kali	*Z*	*Z*		
Schwefelsaures Ammon	*Z*	*Z*	*Z*	
Schwefelsaure Magnesia	*A*	*A*	*A*	*A*
Chlorlithium	?	?	?	
Gruppe I	*Z*	*Z*	*Z*	*Z*

Die Temperaturerhöhung übt demnach auf die Lösungen der meisten von den untersuchten Salzen einen geringeren Einfluſs aus, als auf das Wasser.

Die schwefelsaure Magnesia weicht dadurch von allen übrigen ab, daſs auch noch bei der verdünntesten Lösung der Quotient *q* mit der Temperaturerhöhung eine geringe Abnahme zeigt.

Bemerkenswerth ist der mit steigendem Salzgehalt in den Lösungen des $CaCl_2$, NaJ und Na_2SO_4 eintretende Wechsel des Einflusses.

Das Chlorlithium zeigt nur sehr geringe Aenderungen des Quotienten *q*; im Allgemeinen scheint bis 30° eine

schwache Zunahme, dann zwischen 40° und 50° wieder eine Abnahme stattzufinden.

Gerlach [1]) giebt über die Ausdehnung der Salzlösungen durch Wärme eine graphische Darstellung, aus welcher hervorgeht, dafs bei 0° genommene gleiche Volumina der verschiedenen Chlorlithium-Lösungen bei 30° am meisten von einander abweichen, bei etwa 60° hingegen wieder sämmtlich nahezu gleich werden; der Quotient aus den Dichtigkeiten der Salzlösung und des Wassers:

$$\frac{d_s}{d_w}$$

nimmt von 0° bis 30° ab, um dann wieder zu wachsen, bis er bei 60° den ursprünglichen Werth erreicht. Daraus ergiebt sich aber, dafs der Einflufs der Temperaturerhöhung auf die Dichtigkeit, den Einflufs derselben auf die Zähigkeit *nicht* erklärt; denn einer Zunahme des Quotienten $q = \frac{z_s}{z_w}$ geht eine Abnahme des Quotienten $\frac{d_s}{d_w}$ parallel, während man doch offenbar das Gegentheil erwarten müfste. Auch entspricht das auffallende Verhalten der 3 Salze: $CaCl_2$, NaJ und Na_2SO_4 durchaus nicht der von Gerlach gegebenen Tafel der Dichtigkeitsänderungen.

Es ergiebt sich also auch hier, dafs die Ausdehnung durch die Wärme zur Erklärung der mit steigender Temperatur so bedeutend abnehmenden Zähigkeit ganz unzureichend ist.

B. Einflufs der chemischen Zusammensetzung.

Haben wir vorher den Einflufs der Temperatur auf ein und dieselbe Lösung betrachtet, so vergleichen wir jetzt die Zähigkeiten von Lösungen verschiedener Salze bei derselben Temperatur. Die Betrachtung und Vergleichung der Figg. 3, 4, 5 und 6, Taf. I und der bei den übrigen Salzen erhaltenen Resultate (die hier nicht graphisch dargestellt sind) ergiebt im Wesentlichen folgende drei

1) Spec. Gew. der gebräuchlichsten Salzlösungen, von Dr. G. Th. Gerlach, Freiberg, 1859.

Sätze, denen sich auch einzelne von den HHrn. Poiseuille und Hübener erzielte Resultate unterordnen. (Als *gleichconcentrirte* Lösungen bezeichne ich solche, die gleiche Gewichtsmengen Salz in gleichen Gewichtstheilen der Lösungen enthalten.)

1. *Die gleichconcentrirten Lösungen der Salze, welche die Basen: Kali Natron und Ammon mit den Säuren:*

$$H_2SO_4, \ HCl, \ HNO_3, \ HClO_3, \ HBr, \ HJ$$

bilden, folgen hinsichtlich ihrer Zähigkeit der Ordnung der vorstehenden Säuren, so zwar, dafs den Sulfaten die gröfste, den Jodiden die geringste Zähigkeit zukommt.

2. *Von den gleichconcentrirten Lösungen, der Salze, welche die Säuren:* HCl, HNO_3, $HClO_3$, HBr, HJ *mit den Basen:*

$$NaOH, \ KOH, \ NH_4OH$$

bilden, kommt den Natronsalzen die gröfste, den Ammonsalzen die geringste Zähigkeit zu; die Zähigkeiten der Kalisalze sind um ein Geringes gröfser, als die der Ammonsalze.

Der erste dieser beiden Sätze gilt auch noch für die einzige zweibasische unter den Säuren, die Schwefelsäure, während es bei dem zweiten nicht mehr der Fall ist, indem eine Lösung von schwefelsaurem Ammon etwas langsamer ausfliefst, als eine ebenso concentrirte Lösung von schwefelsaurem Kali. Ob vielleicht die Lösungen der Salze ein- und mehrbasischer Säuren sich ihrer Zähigkeit nach in ähnlicher Weise ordnen, wie es bei den einbasischen Säuren der Fall ist, mufs den Gegenstand einer besonderen Untersuchung bilden.

3. *Vergleicht man die Ausflufszeiten gleich concentrirter Lösungen von durchaus gleich constituirten Salzen, so ergiebt sich, dafs bei allen Temperaturen die Zähigkeit der Salzlösung um so gröfser ist, je kleiner — bei derselben Basis — das Moleculargewicht der Säure, oder je kleiner — bei derselben Säure — das Moleculargewicht der Basis ist.*

Die Richtigkeit dieses Satzes ist durch die beschriebenen Versuche für folgende Gruppen erwiesen:

Jodkalium, Bromkalium, Chlorkalium.
Jodnatrium, Bromnatrium, Chlornatrium.
(Jodammonium), Bromammonium, Chlorammonium,
Chlorsaures Kali, salpetersaures Kali.
Chlorsaures Natron, salpetersaures Natron.
Gelbes chromsaures Kali, schwefelsaures Kali.

Chlorkalium, Chlornatrium, Chlorlithium.
Chlorbarium, Chlorstrontium, Chlorcalcium.

(In jeder Horizontalreihe nimmt die Zähigkeit von links nach rechts *zu*, die Gröfse der Moleculargewichte *ab*.)

Man erkennt z. B. deutlich in den Figg. 4 und 5, Taf. I, dafs die Curven des chromsauren Kalis (Moleculargew. 155,5) ganz unterhalb denen des schwefelsauren Kalis (Moleculargew. 135); die des chlorsauren Natrons (Moleculargew. 106,5) unterhalb denen des salpetersauren Natrons (Moleculargew. 85) verlaufen; besonders auffallend zeigt ferner die Aufeinanderfolge der Haloidsalze die Richtigkeit des Satzes. Für das Chlorkalium, Chlornatrium und Chlorlithium ergiebt sie sich auch aus der nächstfolgenden Tabelle.

An der Gültigkeit des Satzes, soweit er sich eben auf gleich constituirte Salze bezieht, ist hiernach wohl nicht mehr zu zweifeln, zumal Hr. Hübener für Lösungen (von gleichem specifischen Gew.) der Salze K Cl, Na Cl, Rb Cl dieselbe Beobachtung gemacht hat. Für Salze von nicht gleicher Constitution ist er nicht mehr gültig; wenn auch noch die Curve des salpetersauren Natrons (Moleculargew. 85), zwischen denen des Chlornatriums (58,5) und des Bromnatriums (103) liegt, so weicht doch die Curve des chlorsauren Natrons (106,5) von der des Bromnatriums (103) nicht unerheblich nach oben hin ab, während sie unter ihr, Fig. 5, liegen sollte. Ferner sind auch die Lösungen der Ammonsalze im Allgemeinen weniger zähe als die der Kalisalze, während doch $NH_4 = 18$, $K = 39$.

Die Chlorverbindungen der alkalischen Erdmetalle schliefsen sich nicht an diejenigen der Alkalimetalle an, sogar dann noch nicht, wenn man in denselben die Metalle

als einwerthig, also die Salze als gemäſs den Formeln: Ca Cl, Sr Cl, Ba Cl zusammengesetzt betrachtet, wie die folgende Zusammenstellung ergiebt:

Salz	Moleculares Gew.	Ausfluſszeiten der 10procentigen Lösung bei 10°	50°	der 20procentigen Lösung bei 10°	50°
Li Cl	42,5	680	291	1056	451
Na Cl	58,5	558	250	737	324
K Cl	74,5	456	215,5	452,5	232,5
Rb Cl	121				
Ca Cl	55,5	608	270	996	412
Sr Cl	79,25	558	251	704	334
Ba Cl	104	522	216	606	283

Es hat z. B. Chlorstrontium nicht eine geringere, sondern eine weit gröſsere Zähigkeit als Chlorkalium; ebenso sind auch die Chlorcalcium-Lösungen erheblich zäher, als die Chlornatrium-Lösungen, obgleich die Moleculargewichte wenig von einander abweichen.

Somit charakterisirt auch die Zähigkeit ihrer Salzlösungen die alkalischen Erdmetalle als eine besondere, von den Chloralkalimetallen deutlich geschiedene Gruppe.

Hr. Hübener giebt in seiner bereits oben erwähnten Arbeit an, daſs je nach der Weite des angewandten Rohres das Verhältniſs der Ausfluſszeiten von Chlorkalium- und Chlornatrium-Lösung sich ändert. Die folgende Tabelle enthält seine Resultate bei Untersuchung der Lösungen von 1,1058 spec. Gewicht.

Nummer des Rohres	I	III	V	II	VI
Weite desselben (Millim.)	1,235	1,1200	0,9800	0,1800	0,1694
Ausfluſsz. des Na Cl K Cl = 58,3	74,4	74,9	76,8	76,71	80

Uns scheint es, als ob sich aus diesen Zahlen kein derartiger Schluſs ziehen lieſse, da die Aenderung der Rohr-

weite von 0,98^{mm} auf 0,18^{mm} nur eine Aenderung des Verhältnisses von $\frac{76,9}{58,5}$ in $\frac{76,71}{58,5}$ hervorruft, dagegen eine Aenderung der Weite von 0,18^{mm} in 0,169^{mm} die weit gröſsere und zwar entgegengesetzte Aenderung von $\frac{76,71}{58,5}$ in $\frac{80}{58,5}$ zur Folge hat.

Auſserdem ist zu bemerken, daſs die mit den weiten Röhren erhaltenen Ausfluſszeiten nicht mehr den Zähigkeiten proportional sind; daſs aber eine entsprechende Correction der Zahlen 74,4, 74,9 usw. der letzten Zeile dieselben um so mehr vergröſsern würde, je weiter das Rohr ist; es würde also eine Verringerung der Differenzen dieser Zahlen eintreten.

Von Hrn. Hübener ist ferner folgendes Gesetz aufgestellt worden (begründet durch die Zahlen vorstehender Tabelle):

„Die Ausfluſszeiten verschiedener Salzlösungen verhalten sich *bei einer bestimmten Concentration* umgekehrt wie die Aequivalentgewichte".

Nach Hrn. Hübeners übrigen Angaben verhalten sich aber die Ausfluſszeiten der Chlorkalium- und Chlornatrium-Lösungen:

bei	1,170	spec. Gew.	wie	58,5 : 95,99
„	1,1058	„	„	58,5 : 80
„	1,059	„	„	58,5 : 68,5
und offenbar bei	1,000	„	„	58,5 : 58,5

Es durchläuft also in dem Verhältniſs

$$58,5 : x$$

das x mit wachsender Concentration alle Werthe von 58,5 bis 95,99; demnach kann es nicht überraschen, daſs x einmal den Werth 74,5 (Aequivalentgew. des K Cl) annimmt.

Eine ähnliche ganz vereinzelte Uebereinstimmung kann sich auch durch den ungleichen Einfluſs der Temperatur auf beide Lösungen ergeben, wie die folgende Tabelle zeigt, welche (nach meinen Versuchen) die Ausfluſszeiten der von Hrn. Hübener angewandten Lösungen von 1,1058 spec. Gewicht enthält.

	K Cl 15,8 Proc.	Na Cl 14,3 Proc.	Verhältniſs
T. 10°	451,6	616	58,5 : 79,79
T. 30°	305	391	58,5 : 74,99
T. 50°	224,5	276	58,5 : 71,92

Die Veränderungen der Zähigkeiten mit der Temperatur folgen also beim K Cl und Na Cl ganz verschiedenen Gesetzen.

Anstatt die verschiedenen Lösungen nach ihren Zähigkeiten zu vergleichen, ist es vielleicht zweckmäſsiger, die ihnen zugehörige Gröſse k zu untersuchen, welche nach der Definition Seite 3 die *bei gleicher Geschwindigkeit* entwickelten Reibungswiderstände darstellt.

Da

$$k = nz$$

ist und wir die absoluten Werthe von n, d. h. der Anzahl der auf der Längeneinheit vorhandenen Molecüle nicht kennen, so lassen sich für k nur relative Werthe angeben. Um diese zu bestimmen sey:

p der Procentgehalt der Lösung an Salz,
σ das Moleculargewicht des Salzes,
ω das Moleculargewicht des Wassers,
s das specifische Gewicht der Lösung.

Dann ist

$\frac{sp}{100}$ das Gewicht des Salzes
$\frac{s(100-p)}{100}$ das Gewicht des Wassers
} in der Volumeneinheit Lösung

$M = \frac{\lambda sp}{100\sigma}$ die Anzahl der Salzmolecüle
$\frac{\lambda s(100-p)}{100\omega}$ die Anzahl der Wassermol.
} in der Volumeneinheit.

$N = \frac{\lambda s}{100}\left(\frac{p}{\sigma} + \frac{100-p}{\omega}\right)$ die Gesammtanzahl der Moleküle in der Volumeneinheit.

(λ ist ein unbekannter, aber constanter Factor.)

Die Gesammtanzahl der Molecüle auf der Längeneinheit ist alsdann $n = \sqrt[3]{N}$; oder wenn wir, um bequemere Zahlen zu erhalten $\lambda = 100000\,\mu^3$ setzen:

$$\text{I.}\quad n = 10\mu \sqrt[3]{s\left(\frac{p}{\sigma} + \frac{100-p}{\omega}\right)} = 10\mu \sqrt[3]{sQ}$$

(wenn $Q = \frac{p}{\sigma} + \frac{100-p}{\omega}$ substituirt wird).

Die Anzahl der Salzmolecüle auf der Längeneinheit ist

$$\text{II.}\quad m = \sqrt[3]{M} = 10\mu \sqrt[3]{\frac{sp}{\sigma}};$$

n^2 und m^2 sind die entsprechenden Gröſsen auf der Flächeneinheit.

Auf diese Weise ergeben sich für einige Salze die folgenden Werthe:

		s	$\frac{1}{\mu^3}N$	$\frac{1}{\mu}n$	$\frac{1}{\mu^2}n^2$	$\frac{1}{\mu^2}m^2$
10 Proc.	$BaCl_2$	1,09508	5528,1	17,684	312,65	14,047
	$SrCl_2$	1,09287	5533,1	17,697	312,83	16,814
	$CaCl_2$	1,08695	5532,5	17,687	312,81	21,245
24 Proc.	$BaCl_2$	1,25736	5454,2	17,604	309,86	27,612
	$SrCl_2$	1,24622	5450,4	17,599	309,70	32,899
	$CaCl_2$	1,22336	5430,0	17,576	308,94	41,208
10 Proc.	K J	1,0781	5455,1	17,563	309,99	16,156
	K Br	1,0752	5466,4	17,616	310,31	20,136
	K Cl	1,0660	5473,0	17,623	310,57	27,356
20 Proc.	K J	1,1700	5341,0	17,480	305,55	27,087
	K Br	1,1595	5348,3	17,488	305,83	33,612
	K Cl	1,1342	5345,3	17,485	305,71	45,259
25 Proc.	K J	1,2185	5261,0	17,392	302,48	32,292
	K Br	1,2055	5276,0	17,409	303,08	40,029
	K Cl	1,1710	5272,2	17,405	302,93	53,649
39,5 Proc.	K J	1,3910	5006,3	17,106	292,65	
	K Br	1,3613	5027,2	17,130	293,45	
10,945 Proc.	K_2CrO_4	1,0908	5465,2	17,615	310,31	15,566
	K_2SO_4	1,0925	5466,5	17,616	310,26	16,747
10 Proc.	K Cl	1,06580	5471,6	17,621	310,51	
	Na Cl	1,07335	5550,1	17,705	313,47	
	Li Cl	1,0580	5539,1	17,693	313,06	

(Die specifischen Gewichte *s* mit 5 Decimalstellen sind von Hrn. Gerlach bei 15° C. ermittelt; Einheit ist das Gewicht des gleichen Volumens Wassers von derselben Temperatur. Die von Kremers angegebenen specifischen Gewichte mit 4 Decimalstellen beziehen sich in derselben Weise auf 19,5° C.)

Aus dieser Tabelle ergiebt sich, dafs *n* innerhalb einer Gruppe gleichconstituirter Salze nahezu constant ist; dafs wir also das im Satze 3 S. 27 für die Zähigkeit *z* ausgesprochene Resultat der Versuche unmittelbar auf *k*, die „Reibung", übertragen können.

Betrachten wir demnach z. B. die 24 procentigen Lösungen des $Ca\,Cl_2$, $Sr\,Cl_2$ und $Ba\,Cl_2$, so stellt sich heraus, dafs auf der Flächeneinheit unter sämmtlichen 3095 μ^2 Molecülen

bei	dem	$Ca\,Cl_2$	412,08 μ^2	Salzmolecüle
„	„	$Sr\,Cl_2$	328,99 μ^2	
„	„	$Ba\,Cl_2$	276,12 μ^2	

sich befinden. Wird nun die Flächeneinheit mit einer für die 3 Salze gleichen Geschwindigkeit an einer andern Schicht derselben Lösung vorübergeführt, so entwickelt sich ein *Widerstand*, der durch die Zähigkeitszahlen angegeben wird, *also am gröfsten ist bei derjenigen Lösung, in welcher die gröfste Anzahl von Wassermolecülen durch Salzmolecüle ersetzt ist.* Aehnliches ergiebt sich für alle unter Satz 3, S. 27 angegebenen Gruppen.

Einfache numerische Beziehungen der Reibungen *k* zu den Moleculargewichten der Salze (also eines Bestandtheiles der Lösungen) sind offenbar nicht zu erwarten; eher würde es der Fall seyn mit Bezug auf die Antheile des Salzes allein an der Reibung der Lösung. Diese zu bestimmen ist mir indessen nicht gelungen; die Aufgabe wird besonders durch den Umstand erschwert, dafs in Folge der Contraction beim Auflösen der Salze die Entfernung der Molecüle nicht bei allen Concentrationen dieselbe ist.

Aufser den obigen Salzen untersuchte ich noch eine (zunächst violette) Lösung von schwefelsaurem Chromoxyd, deren Gehalt an $\{Cr_2(SO_4)_3 + 15 H_2 O\}$ 25 Proc. betrug; darauf wurde die Lösung zum Sieden erhitzt und die nunmehr grüne Lösung nach dem Erkalten von Neuem dem Versuche unterworfen. Folgende Tabelle enthält die Resultate.

T	Ausflufszeiten			$\frac{Gr.}{Vi.}100$
	des Wassers	der Chromsulfat-Lösung		
		Violett $s = 1,1619$	Grün $s = 1,1486$	
10°	475,0	1373,4	931,0	67,78
20	365,6	1027,4	696,0	67,74
30	293,0	792,1	544,3	68,70
40	240,7	626,0	442,7	70,71
50	202,8	502,0	376,9	75,08

Die Umwandlung der violetten in die grüne Modification war von einer Verringerung des specifischen Gewichtes begleitet; dadurch dürfte sich aber doch wohl nur theilweise die so bedeutende Abnahme der Zähigkeit erklären lassen.

Die letzte Columne zeigt wieder deutlich, in wie verschiedener Weise die Reibung sonst so ähnlicher Salze von der Temperatur beeinflufst wird. (Dasselbe ergab sich z. B. aus der Tabelle S. 31 für K Cl und Na Cl.)

Um die Abhängigkeit der Reibung von anderen einwirkenden Umständen, etwa von der Masse und gegenseitigen Entfernung der Molecüle kennen zu lernen, wird man sich daher zunächst von dem Einflufs der Temperatur frei zu machen haben; dazu ist aber offenbar das Studium der Salzlösungen wenig geeignet, weil wir es bei ihnen mit sehr verwickelten Verhältnissen zu thun haben.

Zeigt aber schon die Reibung der Salzlösungen viele Gesetzmäfsigkeiten, so sind für die Theorie der Flüssig-

keitsreibung wichtige Resultate um so eher von einem gründlichen Studium homogener Liquida zu erwarten. Vielleicht empfehlen sich dazu gleichconstituirte Verbindungen mehr als homologe und isomere Flüssigkeiten. So besitzen z. B. Chlor-, Brom- und Jodäthyl nicht nur gleiche Constitution, sondern auch nahezu gleiches Molecularvolumen (gleiche gegenseitige Entfernung der Molecüle).

Oberflächliche Versuche mit Brom- und Jodäthyl ergaben für die Ausflufszeiten t' und die Reibungen k folgende Werthe:

	s	n	μ	Temp. 0°		Temp. 30°	
				k	t'	k	t'
Jodäthyl	1,946	231,68	156	638,2	275,5	474,8	205,0
Bromäthyl	1,400	234,19	109	439,2	187,5	347,2	148,2

(μ bezeichnet das Moleculargewicht,
s das specifische Gewicht,
n die Anzahl der Molecüle auf der Längeneinheit.)

Die Reibungen k des
Jodäthyls und Bromäthyls
verhalten sich
bei 0° wie 1,453 : 1
bei 30° wie 1,369 : 1
während 1,431 : 1
das Verhältnifs ihrer Moleculargewichte ist. Hiernach wären die Reibungen bei gleicher Moleculargestalt und gleicher gegenseitiger Entfernung der Molecüle nahezu ihren Massen proportional.

Ich behalte mir vor, diese Untersuchungen fortzusetzen.

Bei Ausführung der beschriebenen Untersuchungen hat mein verehrter Lehrer Hr. Hofrath Prof. Dr. Wiedemann mir in freundlichster Weise Rath und Unterweisung zu Theil werden lassen; ich spreche demselben meinen aufrichtigsten innigsten Dank aus!

II. *Ueber die Sommerregenzeit Deutschlands; von Dr. Gustav Hellmann.*

Die neuesten Untersuchungen [1]) des Hrn. von Bezold über das doppelte Maximnm in der Häufigkeit der Gewitter in den Sommermonaten haben mir eine Beobachtung in Erinnerung gebracht, welche ich etwa vor Jahresfrist bei Gelegenheit einer Specialuntersuchung [2]) über das Klima Schlesiens machte, damals, aber nicht weiter verfolgte. Ich fand nämlich für die Regenwahrscheinlichkeit in den Monaten Juni, Juli, August für jeden Tag des beigesetzten fünftägigen Zeitraums bei den Schlesischen Stationen Görlitz, Zechen bei Guhrau, und Ratibor folgende Werthe:

		Görlitz	Zechen	Ratibor
Juni	1 — 5	0,40	0,43	0,36
	6 — 10	0,46	0,44	0,27
	11 — 15	**0,52**	0,49	0,34
	16 — 20	0,46	0,57	**0,45**
	21 — 25	0,50	0,57	0,43
	26 — 30	0,46	0,51	0,39
Juli	1 — 5	0,50	0,58	0,31
	6 — 10	0,40	**0,67**	0,32
	11 — 15	0,44	0,43	0,35
	16 — 20	0,40	0,48	0,28
	21 — 25	0,42	0,36	0,31
	26 — 30	0,41	0,56	0,33
August	31 — 4	0,46	0,52	0,37
	5 — 9	0,43	0,58	0,33
	10 — 14	0,42	0,42	0,36
	15 — 19	**0,55**	**0,59**	**0,40**
	20 — 24	0,46	0,56	0,38
	25 — 29	0,40	0,43	0,31

1) Abhandl. der Bayer. Akad., math.-phys. Klasse, Juli 1875.

2) „Der Landwirth", Schlesische landwirthschaftliche Zeitung, 1875.

Aus allen drei Zahlenreihen erkennt man deutlich das Vorhandenseyn eines zweifachen Maximums der Regenhäufigkeit dieser Orte.

Ich unterliefs damals, wie gesagt, diesen Gegenstand weiter zu untersuchen und bin erst durch eine Notiz in der Oesterreichischen Zeitschrift für Meteorologie über die oben genannte Bezold'sche Arbeit wieder daran erinnert worden. Die Untersuchungen dieses Gelehrten eruiren die Thatsache, dafs es ein doppeltes Maximum in der Häufigkeit der Sonmergewitter Mitteleuropas gebe, von denen das erstere auf die erste Junihälfte, das zweite, intensiver auf das Ende des Juli falle. Es ist darnach nichts natürlicher, als die Frage aufzuwerfen, ob sich ein ähnliches Verhalten nicht überhaupt bei allen Hydrometeoren kundgebe, zumal nach Prettner die Hagelfälle in Kärnthen und nach Fournet die im Rhonethale eine ebensolche zweifache Periodicität befolgen sollen. Die oben mitgetheilten Werthe einiger Schlesischen Stationen scheinen dafür zu sprechen, jedenfalls aber zu einer genaueren Untersuchung des Gegenstandes aufzufordern. Den auf Norddeutschland entfallenden Theil derselben habe ich übernommen und lege die hauptsächlichsten Resultate der Arbeit in dieser Abhandlung nieder.

Für eine solche Untersuchung geeignetes Rohmaterial ist bis jetzt nur sehr selten und meist von vereinzelten Stationen berechnet und publicirt worden; von gröfseren Beobachtungsnetzen hat meines Wissens nur das norddeutsche solches veröffentlicht in „Preufsische Statistik XV, Berlin 1871", wo für *jeden* Tag der Monate Juni, Juli, August die Summe der Regentage und der mittleren Regenmengen des 23jährigen Zeitraums 1848—1870 für 16 gut vertheilte Stationen gegeben ist. Aus diesen Zahlen habe ich folgende fünftägige und zehntägige Mittel berechnet, die Stationen Zechen, Clausthal und Emden aber, welche nicht gleichzeitige Jahre mit den übrigen umfassen, unterdrückt.

Da bei einem so veränderlichen meteorologischen Ele-

mente, wie der Regen, der Grundsatz: „Vom Allgemeinen zum Speciellen“ durchaus geboten ist, gehe ich auch hier von dem zehntägigen Mittel aus, hierauf zu den fünftägigen und täglichen über.

I. Zehntägige Summen der Regentage der 23 Jahre 1848—1870.

	Juni		Juli			August		
	5—14	12—24	25—4	5—14	15—24	25—3	4—13	15—23
Königsberg	151	164	**186**	**177**	166	**173**	166	172
Stettin	108	121	**127**	110	114	92	106	**110**
Hinrichshagen	80	75	**88**	76	68	69	59	**82**
Posen	122	135	**142**	120	107	119	116	**125**
Ratibor	72	**97**	86	73	69	77	86	84
Görlitz	110	**111**	111	101	92	100	98	**118**
Berlin	108	105	**118**	90	87	96	93	**108**
Torgau	99	117	**131**	115	95	104	100	**119**
Erfurt	84	87	**93**	86	77	88	91	91
Heiligenstadt	84	80	**104**	75	81	74	80	**89**
Gütersloh	100	113	**124**	94	99	104	119	115
Cleve	141	**157**	153	141	149	153	150	**160**
Trier	101	**117**	104	98	106	112	101	**112**
Mittel	104	114	**121**	106	101	105	105	**114**

Das Auftreten eines doppelten Maximums in der Anzahl der Regentage erkennt man bei jeder einzelnen Station deutlich; dieselben fallen im Durchschnitt auf die Dekaden 25 Juni — 4 Juli und 14—23 August. Das nur bis Ende August vorhandene Rohmaterial gestattete nicht, noch einige weitere Dekaden hinzuzufügen, welche das zweite Maximum hätten deutlicher hervortreten lassen. Daſs es aber wirklich ein solches ist, ergiebt sich in schlagender Weise aus den Pentaden, welche zugleich ermöglichen, die Eintrittszeiten der Maxima genauer zu bestimmen.

(Hier folgt die Tabelle.)

II. Fünftägige Summen der Regentage der 23 Jahre 1848—1870.

	Juni					Juli						August					
	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29	30—4	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29	30—3	4—8	9—13	14—18	19—23	24—28
Königsberg	70	81	83	81	90	**96**	91	86	86	80	85	**88**	89	77	86	86	89
Stettin	50	58	62	59	62	**65**	61	49	59	55	36	56	50	56	**56**	59	52
Hinrichshagen	39	41	41	34	35	**53**	43	33	34	34	31	38	24	35	**44**	38	37
Posen	60	62	68	67	**72**	70	58	62	51	56	57	62	59	57	**63**	62	60
Ratibor	33	39	50	**47**	46	43	34	39	33	36	38	39	40	**46**	43	41	36
Görlitz	50	**60**	55	56	55	56	45	56	43	49	48	52	47	49	**61**	57	44
Berlin	47	61	51	54	55	**63**	51	39	44	43	39	57	44	49	**58**	47	44
Torgau	46	53	58	59	61	**70**	59	56	40	55	50	54	46	54	**62**	57	46
Erfurt	39	45	47	40	38	**55**	46	40	32	45	42	46	**47**	44	44	47	41
Heiligenstadt	34	50	40	40	50	**54**	35	40	40	41	35	39	36	44	48	41	42
Gütersloh	42	58	54	49	60	**64**	55	39	47	52	54	50	57	**62**	61	54	55
Cleve	65	76	80	77	67	**86**	77	64	65	84	77	76	72	78	**86**	74	82
Trier	42	59	**61**	56	47	57	52	46	49	57	63	49	51	50	57	55	50
Mittel	47	57	58	55	56	**64**	54	49	48	53	50	54	51	54	**59**	55	52

Genauer können wir jetzt sagen, daſs die Regenhäufigkeit in Norddeutschland Anfangs Juli (30 Juni—4 Juli) ein erstes Maximum und Mitte August (14—18) ein zweites secundäres erreicht.

Die Eintrittszeiten derselben sind so bestimmt gekennzeichnet, daſs, wenn man bei den Orten, die mit dem allgemeinen Mittel in Uebereinstimmung stehen, auf die einzelnen Tage der betreffenden Pentaden zurückgeht, man beim ersten Maximum ein Schwanken von drei, beim zweiten eins von zwei Tagen findet. Es tritt nämlich ein das I. Maximum am 30. Juni in Königsberg, Stettin, Heiligenstadt, Gütersloh, am 1. Juli in Hinrichshagen, Berlin, Cleve und am 2. Juli in Torgau, Erfurt, dagegen das II. Maximum am 17. August in Stettin, Hinrichshagen, Görlitz, Torgau, Cleve, am 18. August in Hinrichshagen, Berlin. Für ganz Norddeutschland können demnach als wahrscheinlichste Sommerregentage der 1. Juli und 17. August gelten. Es ist dabei freilich festzuhalten, daſs diese Bestimmungen aus den 23jährigen Beobachtungen von 1848 bis 1870 gewonnen sind und daſs bei einer längeren Beobachtungsreihe die Eintrittszeiten sich sehr wohl um einen oder auch mehrere Tage verschieben können. Im Sinne der alten Meteorologie würde man diesen Tagen die Namen Loos- oder Lurtage beilegen; es wäre aber falsch, im *einzelnen* Falle von denselben einen entscheidenden Einfluſs auf die zukünftige Witterung zu erwarten, wie es Bauernregeln thun, welche eine wirkliche Thatsache zur Grundlage haben, dieselbe aber falsch auslegen. Ich erinnere an die hierhergehörigen

Regnets am Johannistag
Eine nasse Ernte man erwarten mag.

If the first of July it be raing weather.
T' will rain more or lest for fom weeks together.

In Norddeutschland hält man den Siebenschläfertag (27 Juni) als entscheidenden Loostag.

Ganz analoge Verhältnisse bieten die Zahlen für die Quantität des gefallenen Regens dar. Da fünftägige Mittel

noch zu wenig sicher erscheinen, theile ich im Folgenden nur solche von zehn Tagen mit. Der Niederschlag ist noch in Pariser Linien angegeben.

Zehntägige Summen der Regenmenge der 23 Jahre 1848—1870.

	Juni		Juli			August		
	5—14	15—24	25—4	5—14	15—24	25—3	4—13	14—23
Königsberg	8,42	**9,50**	9,48	8,25	**10,77**	8,64	**10,34**	9,28
Stettin	5,48	**10,03**	9,06	8,64	6,26	9,06	9,44	**11,95**
Hinrichshagen	6,51	8,30	7,25	**10,61**	8,39	8,94	7,15	**11,55**
Posen	6,84	12,19	**13,37**	10,16	7,09	10,78	**12,78**	10,16
Ratibor	7,82	**13,00**	10,06	11,14	9,97	9,21	12,25	**14,94**
Görlitz	10,93	**13,11**	11,25	13,46	9,68	12,30	11,73	**14,90**
Berlin	10,01	11,37	**12,56**	11,68	8,67	11,04	7,74	**11,10**
Torgau	8,58	**9,91**	8,51	9,06	9,16	12,55	7,44	**12,10**
Erfurt	7,25	**11,75**	10,70	11,47	7,73	11,20	8,44	**12,23**
Heiligenstadt	8,36	10,41	**12,43**	10,19	8,17	**12,63**	8,36	9,29
Gütersloh	9,09	**12,58**	12,54	10,57	10,22	10,06	**12,50**	11,12
Cleve	9,26	**12,00**	11,71	9,12	12,45	9,81	12,25	**12,89**
Trier	11,12	**11,61**	8,70	7,34	11,48	**12,07**	10,48	10,62
Mittel	9,20	**11,37**	10,59	10,13	9,23	10,64	10,07	**11,78**

Die Eintrittszeit des ersten Maximums hat sich hier etwas verschoben; es fällt auf die Dekade 15—24 Juni und nach den fünftägigen Mitteln genau auf die Pentade vom 14—19 Juni. Aus eben diesen ergiebt sich auch wieder, dafs die Zahlen der letzten Dekade (14—23 August) wirklich ein Maximum repräsentiren.

Sehen wir von den numerischen Verschiedenheiten der einzelnen Stationen ab, so lassen sich für unseren Zweck aus den soeben mitgetheilten Tabellen zunächst folgende Schlüsse ziehen:

1) Es existirt ein doppeltes Maximum in der Regenhäufigkeit als auch Regenmenge der Sommermonate Norddeutschlands.
2) Das erste Maximum fällt bei der Regenmenge auf den Anfang der zweiten Junihälfte, bei der Regenfrequenz auf Anfang Juni; das zweite Maximum tritt für beide Mitte August ein.
3) Das erstere Maximum ist bei der Regenhäufigkeit das intensivere, bei der Regenmenge das schwächere.

Darnach kann man die oben aufgestellte Hypothese über eine zweifache Periodicitat der gesammten Hydrometeore der Sommermonate für Norddeutschland als erwiesen, zum mindesten als überaus wahrscheinlich gemacht betrachten. Es bleibt uns jetzt nur noch die Aufgabe übrig, dieselbe auf die ihr zu Grunde liegenden Bedingungen zurückzuführen.

Das erste Maximum der Niederschlagsmenge bezeichnet den eigentlichen Beginn von Deutschlands Sommerregenzeit, den Dove schon öfters mit den Kälterückfällen des Juni in Verbindung gebracht hat. Diese Wärmedepression, obgleich die bedeutendste Anomalie im Verlaufe der thermischen Jahrescurve in Mitteleuropa, ist meines Wissens noch nicht specieller untersucht worden; nur Dove und Jelinck haben darauf aufmerksam gemacht, dafs dieselbe weit bestimmter auftritt und in enge Grenzen eingeschlossen ist, als die im vieljährigen Mittel sehr unbedeutenden Kälterecidiven des Mai, denen gleichwohl eine gröfsere Aufmerksamkeit, man möchte sagen, eine Art Cultus zu Theil geworden ist Ich habe selten eine klimatologische Monographie gelesen, in der nicht den „drei Heiligen" des Mai eine oder mehrere Seiten gewidmet waren, während man die intensivere Depression im Juni unberücksichtigt liefs. Ohne eine so umfassende Arbeit über diese convexe Einbringung der Temperaturcurve im Juni hier geben zu wollen, wie sie Dove der des Mai hat zu Theil werden lassen, benutze ich doch die Gelegenheit, einige Daten zu publiciren, welche ich schon früher — anläfslich des starken Kälterückfalles im Juni 1874 — gesammelt hatte [1]).

Zur Feststellung des räumlichen und zeitlichen Umfanges sowie der Intensität der in Rede stehenden Anomalie dient am besten eine von Dove [2]) gegebene Tafel der

1) Wenn im Folgenden nicht immer die neuesten publicirten Mittel benutzt seyn sollten, so bitte ich dies durch einen augenblicklichen Aufenthalt in Spanien, wo ich nur meine früheren Aufzeichnungen verwerthen kann, zu entschuldigen.

2) Monatsber. der Berl. Akad. Juni 1870.

Differenzen der aufeinanderfolgenden Pentaden des Juni, aus welcher ich folgende Mittelwerthe gezogen habe. Alle Grade beziehen sich aufs hunderttheilige Thermometer. Die neben den Ländern stehenden Zahlen bedeuten die Anzahl der Stationen, aus denen die Gruppenmittel genommen wurden.

		Mai 31—4	Juni 5—9	10—14	15—19	20—24	24—29
Westliches Norddeutschland	27	0,69	—0,41	—0,39	0,86	0,19	
Oestliches „	22	1,39	—0,24	—0,53	0,65	—0,14	
Mitteldeutschland	33	0,96	—0,31	—0,77	0,82	0,13	
Würtemberg	10	0,30	—0,35	—1,49	1,29	1,00	
Böhmisch-Karpathisches Bergland	20	0,83	—0,40	—0,43	0,49	—0,05	
Ungarn, Siebenbürgen	17	0,34	—0,24	—0,15	0,54	0,19	
Oesterreich südl. d. Donau	36	0,44	—0,11	—0,81	1,09	0,64	
Tyrol	10	0,72	—0,19	—0,95	1,05	1,06	
Schweiz	4	0,39	—0,09	—0,04	0,35	0,60	
England	5	0,26	—0,58	0,26	0,13	0,51	
Niederlande	5	0,45	—0,61	0,03	0,24	0,25	
Scandinavien	4	0,84	—1,12	1,11	0,08	0,22	
Westliches Rufsland	5	0,94	—1,24	0,55	—0,09	0,26	
Nördliches Rufsland	4	1,71	—0,71	0,52	0,65	0,32	
Ural	3	0.33	—0,64	1,56	0,20	1,34	

Aus dieser Tabelle ergeben sich folgende Schlüsse:

1) Die Kälterückfälle im Juni beschränken sich *durchschnittlich* auf das von NW nach SO sich ausdehnende Gebiet Mitteleuropas, dessen Gebiet sind: das westliche Rufsland, das untere Donautiefland, der Balkan, das adriatische Meer, Oberitalien, das Flufsgebiet der oberen Rhone und das der Seine, die Nord- und Ostsee.

2) Im westlichen Theile dieses Continentalstreifens beginnt die Abkühlung früher als in dem östlichen, im nördlichen früher als im südlichen.

3) Die gröfste Wärmedepression fällt auf den Zeitraum vom 15—19 Juni; die östliche Hälfte weist noch ein secundäres Minimum der Temperatur in der Pentade vom 25—29 Juni auf.

4) In der westlichen Hälfte ihres Gebiets treten die Rückfälle am intensivsten auf.

Eine noch deutlichere Einsicht in das successive Fortschreiten der Wärmedepression erlangen wir beim Zurückgehen auf die Pentaden einzelner Stationen, wie etwa in folgender Tafel, wo der Rückgang von der höchsten zur niedrigsten Junipentade angegeben ist und in welcher die den Stationen beigeschriebenen Zahlen die Anzahl der Beobachtungsjahre bedeuten.

5— 9 bis 10—14	Gütersloh[25]	—0,60
	Cleve[25]	—0,36
	Crefeld[25]	—0,34
	Cöln[25]	—0,44
	Boppard[25]	—0,41
	Trier[25]	—0,26
5— 9 bis 15—19	Stettin[25]	—0,55
	Berlin[25]	—0,61
	Frankfurt a. O.[25]	—0,77
	Torgau[25]	—0,50
	Dresden[25]	—0,71
	Leipzig[25]	—0,01
	Erfurt[25]	—0,74
	Görlitz[25]	—0,66
	Guhrau[25]	—0,59
	Breslau[25]	—0,78
	Ratibor[25]	—0,55
	Prag[20]	—1,80
	Brünn[20]	—0,79
	Pilsen[19]	—1,54
	Stuttgart[25]	—0,81
	Calw[25]	—0,55
	München[20]	—1,78
	Salzburg[20]	—1,52
	Wien[20]	—1,09
10—14 bis 15—19	Tröpalach[16]	—0,55
	Obir[16]	—1,49
	Hochobir[16]	—0,83
	Klagenfurt[20]	—0,87

10—14 bis 15—19	Trient[20]	—0,50
	Agram[9]	—1,51
	Arad[12]	—1,55
	Pancsova[13]	—0,71
	Debreczin[15]	—0,71
15—19 bis 25—29	Memel[25]	—1,12
	Tilsit[25]	—0,57
	Königsberg[25]	—0,49
	Claufsen[25]	—0,52
	Posen[25]	—0,23
	Lemberg[28]	—0,51

Diese Zahlen bestätigen die oben gemachten Schlüsse im Einzelnen und zeigen besonders deutlich die Bewegung der Abkühlung von NW nach SO an. Man erkennt ferner die Abschwächung derselben an der Meeresküste gegenüber dem continental gelegenen Böhmen, Mähren, Ungarn nnd die in der Höhe gegenüber den tiefer gelegenen Orten. Schliefslich habe ich noch aus Tagesmitteln einiger Stationen folgende Tafel gebildet, welche das Fortschreiten der Wärmedepression im Juni von NW nach SO unmittelbar in die Augen fallen läfst.

Emden[30]	13—15 Juni	Rückgang	0,15
Gütersloh[26]	13—15 „	„	0,65
Zwanenburg[30]	15—16 „	„	0,13
Haarlem[55]	15—17 „	„	0,60
Berlin[110]	16—18 „	„	0,90
Danzig[81]	17—18 „	„	0,75
Posen[27]	16—18 „	„	0,94
Krakau[40]	16—18 „	„	0,41
Prag[40]	15—19 „	„	1,42
Wien[60]	13—19 „	„	1,27
Triest[20]	19—20 „	„	1,50
Schneegränze am Säntis	19—20 „	„	42m

Aus den bisher gegebenen Belegen ergiebt sich nun zweifellos, dafs es aus NW über Mitteleuropa einbrechende kalte Luftströmungen seyn müssen, welche die Kälterück-

fälle des Juni verursachen. Das Bett desselben ist im Mittel der Theil des Atlantischen Oceans, welcher, mit einer Längsrichtung von NW nach SO, sich zwischen den Britischen Inseln, Scandinavien und Jütland erstreckt und dessen südlichsten Theil wir die Nordsee nennen. An dem Südgestade, dem Gebiete der Rhein-, Ems-, Weser- und Elbemündungen trifft der kalte Luftstrom zuerst auf den Continent und auf diesem in südöstlicher Richtung fortschreitend, ruft er jene Wärmedepression hervor, deren Betrag wir oben bestimmt haben. Seiner Bewegsrichtung zufolge wird das Bett des Luftstromes allmählich breiter, er selbst aber auch nach Rechts abgelenkt: daher die breite Basis des Gebietes der Wärmeverminderung im Süden (von der oberen Rhone bis zur unteren Donau) und das spätere Eintreten derselben im Südwesten und Nordosten.

Die hier geforderten Nordwestwinde sind nun in der That vorhanden; wir wissen, dafs die mittlere Windrichtung des Sommers eine nordwestliche ist, welcher auch das Minimum der thermischen Windrose zugehört. Speciell für Norddeutschland ergiebt sich aus der von mir in „Preufs. Statistik XXXIV, Berlin 1875“ gegebenen Region der Winde für 43 Stationen deutlich das Vorherrschen der Nordwestwinde gerade im Juni. Die Ursache ihres zahlreichen Auftretens ist in der gleichzeitigen Vertheilung des Luftdruckes zu suchen und dieser wiederum von dem Verlaufe der Isothermen abhängig.

Im Spätfrühling nämlich beginnt die Temperatur der Luft in den europäisch-asiatischen Steppenlanden in Folge der kräftigen Insolation während der länger gewordenen Tage und der sandigen Beschaffenheit der Grundfläche mächtig zu steigen im Verhältnifs zu den westlich und nordwestlich davon gelegenen Ländern Westeuropas. Folgende Tafel zeigt deutlich, wie nach Osten vorschreitend die Veränderung der Temperatur vom April zum Mai und vom Mai zum Juni immer gröfser wird, ja schliefslich förmliche Sprünge zwischen den beiden erstgenannten Monaten eintreten.

	April		Mai		Juni
Cleve		4,0		3,5	
Gütersloh		4,4		3,4	
Berlin		4,9		4,0	
Prag		5,0		4,4	
Breslau		5,4		4,0	
Posen		5,4		4,3	
Krakau		5,5		4,4	
Wien		5,5		3,3	
Lemberg		6,8		4,3	
Calw		6,8		4,0	
Lugan		8,2		4,1	
Kostrowa		10,2		4,5	

Die nothwendige Folge dieser starken Erwärmung der Luft vom April zum Mai ist eine rasch zunehmende Auflockerung der Luftmassen im Osten und Südosten Mitteleuropas, wo sich in Folge dessen den ganzen Sommer hindurch eine Area niedrigen Luftdrucks erhält. Diese wirkt auf die über dem Atlantischen Ocean lagernde kältere Luftschicht mächtig aspirirend und giebt so zu dem Einbrechen der kalten und feuchten Winde aus dem nordwestlichen Quadranten Anlaſs. Der Vorgang dieses meist plötzlichen Einfallens der Nordwestwinde hat nun beträchtliche Condensationen von Wasserdampf zur Folge und bezeichnet somit den Beginn von Deutschlands Sommerregenzeit. Daher das erste Maximum in der Regenmenge, welches auf den 15—19 Juni, also die Pentade der Kälterückfälle, trifft. Wie genau die Abnahme der Temperatur mit der Zunahme der Regenquantität von Pentade zu Pentade in Uebereinstimmung steht, zeigen z. B. folgende Orte:

	Juni 5—9	10—14	15—19	20—24	25—29
Königsberg	3,58	4,84	**5,93**	3,57	5,23
Stettin	2,06	3,42	**5,29**	4,74	4,77
Hinrichshagen	2,93	3,58	**4,36**	3,94	3,46
Posen	3,70	3,44	**6,36**	5,83	5,68
Görlitz	5,81	5,12	**6,84**	6,27	5,20

Wenn beim Beginn der Wärmedepression zum ersten Male der feuchtkalte Nordwester in die überhitzte Luft des Continents hereinbricht, muſs natürlich der Condensationsproceſs des Wasserdampfes ein viel mächtigerer seyn, als in den darauf folgenden Tagen, wo es sich zum Regnen „einrichtet", wie das Volk treffend zu sagen pflegt. Darum kann das erste Maximum der Regenfrequenz nicht mit dem der Regenquantität zusammenfallen. Ersteres trifft nach den obigen Ermittelungen auf Ende Juni und das zeigt an, daſs es zum Theil dem secundären Kälterückfalle zur selben Zeit seine Entstehung verdankt. Die Luft ist dann wasserdampfärmer, der Niederschlag kann nicht mehr so bedeutend seyn; gleichwohl werden die Tage, an denen es auch nur äuſserst wenig geregnet hat, als Regentage notirt. Wir müssen daraus schlieſsen, daſs etwas andere Verhältnisse sich ergeben würden, wenn nicht der Regen nach Tagen, sondern nach seiner Dauer in Stunden bekannt wäre. Ohne Zweifel würde alsdann das Maximum der Regenhäufigkeit näher an das der Regenmenge heranrücken.

Am natürlichsten schlieſst sich an diese Vorgänge auch die Erklärung des doppelten Maximums der Gewitterfrequenz an, welches v. Bezold freilich auf andere Ursachen zurückführen will. Der genannte Physiker ist der Ansicht, daſs die zweifache Periodicität in der Häufigkeit unserer Sommergewitter mit der analogen der mediterranischen Subtropenzone im Frühling und Herbst im Zusammenhange stehe und überhaupt nur ein Nachklang des zweifachen Wärmemaximums der Aequatorialzone sey. Mich kann diese Hypothese nicht befriedigen, denn sie erklärt doch eigentlich die Erscheinung nicht; zudem sehe ich nicht recht ein, wie das doppelte Maximum der Luftwärme am Aequator das der Gewitter in Mitteleuropa, Phänomene bewegter Natur, veranlassen kann. Mir scheint vielmehr folgende Erklärung am natürlichsten.

Schon die Uebereinstimmung in den Eintrittszeiten des ersten Maximums der Gewitter und der Kälterückfälle des

Juni weist auf einen Zusammenhang beider Erscheinungen hin. Dafs die Wärmedepression die Ursache der zahlreichen Gewitter in der zweiten Junihälfte sey, wird wohl Niemand behaupten, sehr wohl aber können beide dieselbe dritte Ursache haben, das Hereinbrechen der Nordwestwinde in die aufgelockerte Luft des europäischen Continents.

In der That, es wird keinem aufmerksamen Beobachter der Witterung in Deutschland entgangen seyn, dafs gerade zur Zeit der Kälterückfälle die meisten Gewitter aus NW kommen und dem Ineinanderfallen ungleich temperirter Luftströme ihre Entstehung verdanken. Sehr schön habe ich diese Thatsache im letzten gewitterreichen Sommer in Berlin gesehen, wo Ende Juni die Gewitter meist am NW-Horizont heraufkamen, wenige elektrische Entladungen abgaben und schnell über den Horizont nach SO hinwegzogen: alles Kennzeichen des Gewitters, welches beim Aufeinandertreffen ungleich warmer Winde entsteht und die Form unserer Wintergewitter ist. Die Bezold'sche Arbeit selbst giebt einige Stützen für diese Erklärung ab. Von allen den gegebenen Reihen tritt das erste Maximum am entscheidendsten in der Rubrik „zündender Blitz“ hervor; es ist aber bekannt, dafs die Gewitter der oben beschriebenen Art durch ihre Verwüstungen am verderblichsten werden. Ich erinnere nur an die kolossalen Verheerungen mancher Wintergewitter desselben Ursprungs, die an der Nordseeküste beginnend bis tief nach Ungarn ziehen und in den meisten Ortschaften, die sie in ihrem schnellen Laufe berühren, zündende Blitze abgeben. Sodann tritt nach Bezold das erste Maximum der Gewitterhäufigkeit in Rufsland nur äufserst schwach, im Ural schon gar nicht mehr auf; auch dieser Umstand ist nach dem Vorhergehenden der soeben gegebenen Hypothese günstig.

Das zweite, intensivere Maximum der Gewitterfrequenz, welches auf Ende Juli fällt, erklärt sich leicht aus dem gleichzeitig eintretenden Maximum in Mitteleuropa. Es verdankt seine Entstehung also vorzugsweise Gewittern,

welche durch den dann am kräftigsten auftretenden Courant ascendant hervorgerufen werden. Diese Form der Gewitter ist bei uns die häufigste und darum auch das zweite Maximum das intensivere.

Es erübrigt jetzt nur noch, das zweite Maximum in der Regenhäufigkeit und Regenmenge zu erklären.

Bei dem genaueren Studium der Luftströmungen Deutschlands, wie es die bezügliche Arbeit in „Preufs. Statistik XXXIV“ mit sich brachte, habe ich eingesehen, dafs vom Mai bis Juli die Südwestwinde stark zurücktreten und den West- bis Nordwestwinden in Folge der oben geschilderten Verhältnisse den Vorrang einräumen. Erst Ende Juli, Anfang August, wenn die Wärmeunterschiede und damit auch die des Luftdruckes im NW und SO Europas sich etwas ausgeglichen haben, beginnt die Luft wieder mächtiger aus dem südlichen Quadranten zu strömen, wie z. B. folgende Stationen zeigen.

SW.

	Hela	Cöslin	Putbus	Görlitz	Mühlhausen	Oldenburg	Darmstadt
Juni	8,2	7,1	6,6	9,3	11,0	11,5	26,2
Juli	8,2	9,6	9,5	9,6	11,0	18,0	27,8
August	11,4	12,6	10,1	11,3	15,1	21,0	31,2

Nachdem also die West- und Nordwestwinde an Zahl erheblich abgenommen, läfst sich der wasserreiche Südweststrom häufiger zu Deutschlands Boden herab und giebt beim Zusammentreffen mit Luftströmen aus dem nördlichen Quadranten und solchen in localer aufsteigender Bewegung, zu zahlreichen Condensationen seines Wasserdampfes Anlafs. So entsteht das zweite Maximum, welches bei der Regenmenge das intensivere seyn mufs, da die Quelle jener Luftströmungen, der tropische Hitzgürtel, an Wasserdampf reicher ist, als der nordatlantische Ocean.

Aus den hier mitgetheilten Untersuchungen geht also hervor, dafs man in Deutschland, welches bisher in das Gebiet mit einer (Sommer)-Regenzeit gerechnet wurde, von einer zweifachen sprechen kann, wie in den südtropischen

Ländern der Mediterranzone. In dieser sind beide Regenzeiten durch einen überaus trocknen Sommer geschieden, darum ihr doppeltes Auftreten leicht in die Augen fallend; in Deutschland folgen sie schnell aufeinander und heben sich weniger von den vorhergehenden und nachfolgenden Zeiten ab; darum sind sie der bloſsen Anschauung entgangen und erst durch genaue Untersuchung sorgfältiger Beobachtungen, welche gleichzeitig 23 Jahre umfassen, constatirt worden [1]).

III. *Beobachtung der Verzögerung im Verlaufe der Inductionsströme mittelst des Stimmgabelapparates;* *von A. v. Ettingshausen.*

Bei meinen Messungen mit dem stroboskopischen Stimmgabelapparat [2]) habe ich bereits darauf hingewiesen, daſs derselbe geeignet ist, den Einfluſs der Magnetisirung und Entmagnetisirung von Eisenkernen auf den zeitlichen Verlauf der Inductionsströme zu beobachten; im Folgenden theile ich eine Versuchsmethode mit, nach welcher dieser Einfluſs in sehr bequemer und augenfälliger Weise nachgewiesen werden kann.

In den Schlieſsungskreis des Stromes einer selbstthätigen, elektromagnetischen Stimmgabel G_1 (Taf. II, Fig. 1) ist eine primäre Drahtspirale D eingeschaltet; die Enden der Inductionsspirale J, welche sich in D befindet, stehen mit

1) Es wäre interessant, wenn die Norddeutschland benachbarten Centralinstitute, denen allein das entsprechende Material zu Gebote steht, untersuchten, ob sich auch in ihrem Beobachtungsnetze die doppelte Regenzeit geltend mache.

2) Diese Ann. Bd. CLVI, 11.

den Elektromagneten E einer zweiten hinreichend nahe gleich gestimmten Gabel G_2 in Verbindung. Beim Schwingen der ersten Gabel entstehen daher im Schliefsungskreise von J abwechselnd gerichtete Inductionsströme, welche die Elektromagnete der zweiten Gabel umfliefsen. Ein Stromwender C gestattet aufserdem die in J entstehenden Ströme beide umzukehren, so dafs die alternirenden Ströme, je nach der Stellung von C, die Elektromagnete E in entgegengesetzter Weise erregen. Die Gabel G_2 ist nun selbst stark magnetisirt, daher werden in Folge der abwechselnd gerichteten Inductionsströme die Zinken dieser Gabel abwechselnd angezogen und abgestofsen.

Da die wechselnde Magnetisirung der Eisenkerne E mit der Periode einer Halbschwingung von G_1 erfolgt, so wird die zweite Gabel G_2, wenn sie sorgfältig abgestimmt wird, ebenfalls zum Schwingen angeregt werden können. Die Stellung der Elektromagnete E, d. h. ihre Entfernung von den Zinken, ist für die Intensität des Mitschwingens von G_2 von grofser Wichtigkeit; es gelingt, wenn man den Gabeln schon nahe gleiche Stimmung ertheilt hat, durch Verstellung der Elektromagnete und kleine Aenderungen in der Stimmung meist bald, die zweite Gabel in kräftige Schwingungen zu versetzen. Die beiden Gabeln sind derart aufgestellt, dafs ihre Schwingungsebenen ungefähr zu einander senkrecht stehen, auf ihren Zinken sind ferner kleine Spiegelchen s_1 und s_2 befestigt, welche eintretendes Sonnenlicht auf einen Schirm S reflectiren: mit Hülfe der Linse L wird das Bild einer kleinen runden Oeffnung des Heliostaten erzeugt. Da die Gabel G_1 wegen des zur Stromunterbrechung nöthigen Quecksilbernapfes n horizontal stehen mufs, so wird noch der Spiegel s_3 benutzt, welcher das eintretende Licht nach s_1 reflectirt und das von s_1 zurückkehrende abermals nach s_2 wirft, von wo es durch eine letzte Reflexion nach dem Schirm S gelangt. Sämmtliche Spiegel sind oberflächlich versilbert.

Schwingt die Gabel G_1 und geräth in Folge der Inductionsströme die Gabel G_2 ebenfalls ins Schwingen, wobei

wir eine bestimmte Stellung I des Commutators C voraussetzen, so zeigt sich auf dem Schirm eine Ellipse, welche bei kräftigem Mitschwingen von G_2 eine bestimmte Lage hat; ich will diese Lage mit A (Taf. II, Fig. 2) bezeichnen. Giebt man nun in die Spirale J einen massiven, weichen Eisenkern, so verändert sich die Ellipse auf dem Schirme; es werden nämlich die Schwingungen der Gabel G_2 wegen der durch das Eisen verstärkten Inductionsströme gröſser, auſserdem aber tritt eine Veränderung ein, indem die Ellipse durch die gerade Linie hindurchgeht und die Lage A' annimmt. Dies zeigt also, daſs die Phasendifferenz, welche die Schwingungen der beiden Gabeln gegen einander haben, eine Aenderung erfahren hat. Macht man den Versuch bei der anderen Stellung des Commutators II, so erhält man, wenn sich in der Spirale kein Eisen befindet, eine Ellipse B, welche durch die gerade Linie in die Lage B' übergeht, sobald der Eisenkern in die Spirale J gebracht wird. Der Uebergang aus der ersten Lage A oder B in die zweite A' bez. B' erfolgt ganz allmählich und ist im Allgemeinen um so schneller, je kräftiger G_2 zum Mitschwingen angeregt wird. Wenn sowohl die Inductionsströme, als der von ihnen erzeugte Magnetismus in den Kernen E momentane Erscheinungen wären, so müſste, wie eine einfache Ueberlegung lehrt, die resultirende Bewegung des Lichtpunktes A und B bei beiden Stellungen des Commutators geradlinig seyn; die elliptische Bewegung rührt von der zeitlichen Verzögerung der Magnetisirung der Kerne E her (s. u.).

Kennt man auſser der Lage der Ellipse noch die Richtungen der beiden sie zusammensetzenden Schwingungen auf dem Schirme, sowie den Sinn, in welchem der Lichtpunkt die Ellipse beschreibt, so läſst sich die Phasendifferenz durch das Einschieben des Eisenkerns ermitteln. Die Richtungen der beiden componirenden Schwingungen erhält man, indem man jede Gabel allein schwingen läſst, wobei geradlinige Schwingungen XX', YY' (Taf. II, Fig. 2) entstehen. G_1 schwingt allein, wenn Commutator C offen

bleibt, die der Gabel G_2 entsprechende Schwingungsrichtung erhält man, indem man nach kräftigem Zusammenschwingen G_1 rasch dämpft; wenn beide Gabeln ruhen, giebt der Lichtfleck die Mitte der Ellipse an. Um endlich den Sinn zu finden, in welchem der Lichtfleck die Ellipse beschreibt, wurde eine dritte Stimmgabel angewendet, welche unmittelbar an der Heliostatenöffnung steht und an ihren Zinken Spaltschirme trägt, wodurch das Licht intermittirend gemacht wird. Ist diese Gabel nahe mit den beiden anderen gleichgestimmt, so erscheinen auf dem Schirm statt der ganzen Ellipse zwei Lichtpunkte, welche sich stroboskopisch in der elliptischen Bahn bewegen. Die stroboskopische Bewegung dieser Punkte geht in demselben Sinne vor sich, wie die wirkliche Bewegung, wenn die intermittirende Gabel etwas tiefer gestimmt ist, als die beiden anderen Gabeln, durch deren combinirte Schwingungen die elliptische Bewegung entsteht. Bei den Versuchen wurde die Abstimmung der intermittirenden Gabel stets in der eben bezeichneten Weise hergestellt. Man kann daher den Uebergang aus der einen elliptischen Bewegung in die andere und die Aenderung des Rotationssinnes der Lichtflecke sehr leicht verfolgen, da sich die stroboskopische Bewegung wegen der grofsen Regelmäfsigkeit der Stimmgabelschwingungen, namentlich bei den tieferen Gabeln, beliebig verlangsamen läfst. Die erwähnte stroboskopische Analyse ist selbstverständlich ebenso auszuführen, wenn die intermittirende Gabel nahe auf die tiefere oder auch auf die höhere Octave, die Duodezime u. s. w. des Tones der Gabel G_1 und G_2 abgestimmt ist, man sieht dann entsprechend einen, vier, sechs u. s. w. Lichtpunkte sich in der elliptischen Bahn bewegen.

Um nun aus den so gewonnenen Daten die Aenderung der Phasendifferenz beider Gabeln durch Einschieben des Eisenkerns in J zu erhalten, zieht man an die Ellipse (Taf. II, Fig. 3) die Tangenten PQ und RS parallel der Richtung der einen, ebenso PR und QS parallel der Richtung der anderen Schwingungscomponente; dann ist der

Winkel $\frac{2\pi D}{T}$, welcher die Phasendifferenz beider Componenten mifst, gegeben durch

$$\pm \sin\frac{2\pi D}{T} = \frac{a}{PQ} = \frac{cd}{PR},$$

wobei *ab* und *cd* die Ellipsen-Durchmesser in den beiden Schwingungsrichtungen sind. Ist die Phasendifferenz dann gleich Null, wenn die componirenden Bewegungen gleichzeitig nach rechts resp. nach aufwärts gerichtet sind, zählen wir ferner $\frac{2\pi D}{T}$ von 0 bis π, so bleibt $\frac{D}{T}$ zwischen o und $\frac{1}{2}$, und es ist noch hinzuzufügen, welche Componente der anderen der Zeit nach voraus ist. Die Richtung *ab* in unserer Figur entspricht den Schwingungen der Gabel G_1 — ich werde diese Gabel die *mitnehmende* nennen — während die verticale Componente durch die Schwingungen der Gabel G_2, der *mitgenommenen*, entsteht. Es ist daher die Bewegung der mitnehmenden Gabel jener der mitgenommenen voraus, wenn die Bewegungsrichtung des Lichtpunktes in der elliptischen Bahn entgegengesetzt der Bewegung des Uhrzeigers ist; $\frac{2\pi D}{T}$ ist dabei kleiner als $\frac{\pi}{2}$, also $\frac{D}{T} < \frac{1}{4}$, wenn die grofse Axe der Ellipse in den Quadranten 1,3 liegt, liegt sie in 2,4, so ist $\frac{D}{T} > \frac{1}{4}$. Geht dagegen die elliptische Bewegung im Sinne der Uhrzeigerbewegung vor sich, so ist die mitgenommene Gabel in ihren Schwingungen der mitnehmenden voraus und es ist wieder $\frac{D}{T} < \frac{1}{4}$, wenn die grofse Axe in 1,3 liegt, $\frac{D}{T} > \frac{1}{4}$, wenn sie in 2,4 liegt.

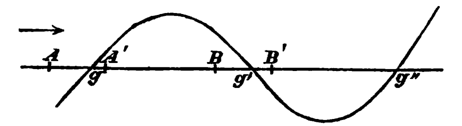
Bei den Versuchen wurden zur Verstärkung der Wirkung statt einer einzigen zwei inducirende Spiralen, jede aus zwei dicken, neben einander geschalteten Kupferdrähten gebildet, angewendet; die als Inductionsrollen verwendeten Spiralen aus dünnerem Kupferdraht waren etwas kürzer als die primären Rollen und wurden in deren Mitten eingeschoben. In jede derselben konnten massive, weiche Eisenkerne von etwa 2^{cm} Dicke und 15^{cm} Länge eingelegt

werden, welche die Rollen ziemlich vollständig ausfüllten. Die auf dem Schirm entstehenden Ellipsen waren sehr scharf begränzt, da die Oeffnung am Heliostaten möglichst klein genommen war und wurden nun in ihren verschiedenen Lagen sorgfältig nachgezeichnet: Figur 2 ist eine solche verkleinerte, genau nach der Natur aufgenommene Zeichnung. Ich habe in der beschriebenen Weise mit drei König'schen Gabelpaaren (Ut_{-1}, Ut_1, Ut_2) Versuche angestellt. Die mitgenommenen Gabeln, die (wie die mitnehmenden) einfach in ihren Stativen ausgewechselt wurden, waren dünnzinkig und verhältnifsmäfsig sehr leicht zum Mitschwingen anzuregen. Sie waren durch wiederholtes Streichen an einem kräftigen Elektromagnet sämmtlich derart magnetisirt, dafs die Zinke, welche das Spiegelchen trug, ein Südpol wurde; bei gewisser Richtung des primären Stromes in *D* und bei einer bestimmten Stellung des Stromwenders *C* wurden daher die Zinken von G_2 in Folge des Oeffnungs-Inductionsstromes von den Elektromagneten *E* angezogen, durch den Schliefsungsstrom abgestofsen, es war dies die vorhin mit II bezeichnete Stellung: bei der umgekehrten Commutatorstellung I wurden die Zinken durch den Schliefsungsstrom angezogen, dagegen durch den Oeffnungsstrom abgestofsen. Die beobachteten Aenderungen in der Phasendifferenz der beiden Gabeln durch das Einschieben von Eisen in die Inductionsspiralen bedeuten eine zeitliche Verschiebung, welche die verticale Componente, die den Schwingungen der mitgenommenen Gabel G_2 entspricht, erfahren hat. Es stellten sich nämlich folgende Resultate heraus.

Nennen wir *A* die Phasendifferenz $\frac{D}{T}$ bei der Commutatorstellung I, welche dem Mitschwingen von G_2 entspricht, wenn sich keine Eisen in den Spiralen befinden, ferner *A'* die Phasendifferenz bei derselben Commutatorstellung, als beide Eisenkerne in die Inductionsspiralen eingeschoben waren, desgleichen *B* und *B'* die entsprechenden Phasendifferenzen für die Commutatorstellung II, so ergaben sich als Mittelwerthe aus mehreren, gut übereinstimmenden Versuchen, angestellt mit dem Gabelpaare Ut_{-1}

A	A'	B	B'
0,116 —	0,037 +	0,393 +	0,452 —;

hierbei bedeutet ein den Zahlen beigesetztes Zeichen +, daſs die mitnehmende Gabel der mitgenommenen voraus ist, während das Zeichen — anzeigt, daſs die mitgenommene Gabel der mitnehmenden vorausgeht. Stellt daher die



Curve $g g' g''$ die Bewegung der Gabel G_1 dar, so liegen die Punkte, in welchen die aufsteigenden Theile der Bewegungscurve für die Gabel G_2 die Zeitlinie schneiden, etwa wie es in obenstehender Figur angedeutet ist; die Zeit wird dabei im Sinne des Pfeiles gezählt. Demnach folgt die Aenderung der Phasendifferenz $AA' = 0{,}153$, $BB' = 0{,}155$. Die Abweichungen der aus den einzelnen Beobachtungen hervorgehenden Werthe für AA' und BB' vom Mittelwerthe betragen bis beiläufig 0,02. Der primäre Strom war durch 3 *Z*-*K*-Becher geliefert. Was die Richtigkeit der hier angeführten Zahlen betrifft, so läſst sich der Fehler durch folgende Ueberlegung schätzen. Bei den Stellungen I und II des Stromwenders erfolgen die durch die Inductionsströme verursachten Impulse auf die Gabel G_2 genau in entgegengesetzter Weise; wenn sich daher die Gabel jedesmal gleich gut den Wirkungen der periodischen Kraft anpaſst, so muſs ihre Schwingungsbewegung bei der Stellung II genau um eine halbe Schwingung gegen jene, die bei der Stellung I zu Stande kommt, verschoben seyn. Nun ergiebt sich aber aus den Versuchen $AB = 0{,}509$, $A'B' = 0{,}511$; die Abweichungen sind also etwa 0,01 und dies ist auch als die Gröſse der Ungenauigkeit anzusehen, mit welcher die obigen Zahlen behaftet seyn dürften.

Nimmt man bei den Versuchen lange, dicke Eisenstangen, die auf beiden Seiten der Spirale weit hervorragen, so ist die verzögernde Wirkung noch bedeutender. Bündel von je 7 etwa 20[cm] langen, 4[mm] dicken, von einander isolirten Eisenstäben haben nahezu die gleiche Wirkung, wie

die massiven Kerne. Eiserne Röhren in die Spiralen gebracht, ergaben als Verzögerung $AA' = 0{,}144$, $BB' = 0{,}146$; zwei im übrigen gleiche, jedoch ihrer Länge nach aufgeschlitzte Röhren ergaben $AA' = 0{,}126$, $BB' = 0{,}130$, also geringere Verzögerung, als die in sich geschlossenen Röhren. Sodann wurden zwei mit Eisenfeile gefüllte Glasrohre in die Spiralen eingeführt; es stellte sich nur sehr geringe Verzögerung heraus, dieselbe betrug $AA' = 0{,}031$, $BB' = 0{,}030$. Diese Versuche sind sämmtlich in guter Uebereinstimmung mit den von Beetz[1]) angestellten Messungen. Bringt man einen nicht magnetisirbaren, leitenden Körper in die Spiralen, z. B. zwei massive Stangen von Kupfer, so zeigt sich nicht die geringste bemerkbare Aenderung in der Lage der Ellipse; es sind also nur die durch Magnetoinduction erzeugten Inductionsströme, welche die Verzögerung verursachen.

In derselben Weise wie oben wurden Versuche mit einem Paare von Gabeln, die auf $\breve{U}t_1$ gestimmt waren, ausgeführt. Als Resultate stellten sich, wenn A, A', B, B' dieselben Bedeutungen, wie bei dem Gabelpaare Ut_{-1} haben (A' und B' beziehen sich wieder auf die massiven Eisenkerne), die folgenden Mittelwerthe heraus

A	A'	B	B'
0,169 —	0,020 +	0,334 +	0,479 —

Daraus folgt für die Aenderung der Phasendifferenz $AA' = 0{,}189$, $BB' = 0{,}187$; hierbei ist $AB = 0{,}503$, $A'B' = 0{,}501$, was also wiederum für die Richtigkeit der Beobachtung spricht.

Endlich haben Versuche mit dem Gabelpaare Ut_2 (ebenfalls für die massiven Eisenkerne) ergeben

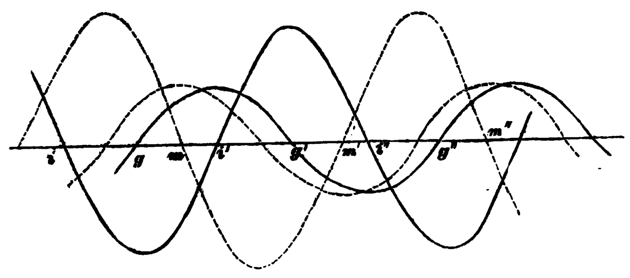
A	A'	B	B'
0,143 —	0,053 +	0,346 +	0,448 —,

woraus die Aenderung der Phasendifferenz $AA' = 0{,}196$, $BB' = 0{,}206$ sich ergiebt; es ist hierbei $AB = 0{,}489$, $A'B' = 0{,}499$. Bei den zwei letzten Versuchsreihen wurden 4 bis 5 Z-K-Elemente angewendet. Es zeigt sich bei

1) Beetz, diese Ann. Bd. CV; Wiedemann Galv. II, 2, S. 179.

diesen Versuchen derselbe Umstand, der mir schon bei meinen früheren Beobachtungen aufgefallen war, daſs nämlich die zeitliche Verschiebung im Gange der beiden Gabeln von der Schwingungsdauer der Gabeln wesentlich abhängt, ihr sogar angenähert proportional ist. Diese etwas auffällige Thatsache dürfte am besten erklärt werden unter der Annahme, daſs die Zeitdauer des verschwindenden Magnetismus nicht klein ist gegen die Schwingungsdauer der benutzten Gabeln, was auch mit den bisher bekannten Untersuchungen übereinstimmt.

Die zeitliche Verschiebung der Schwingungen der mitgenommenen Gabel rührt von der Verzögerung der Induction durch die in die Spiralen eingelegten Eisenkerne her; bekanntlich tritt nämlich bei massiven Eisenkernen durch die in ihnen selbst und in den Spiralen inducirten Ströme eine Verzögerung des gesammten Inductionsactes ein.



Stellt in obenstehender Figur die Curve $g g' g''$ wieder die Bewegung einer Zinke der Gabel G_1 dar, so werden in den Augenblicken, welche den Punkten $g g' g'' \ldots$ auf der Zeitlinie entsprechen, die abwechselnd gerichteten Inductionsströme in der Spirale J entstehen. Es sey durch $i i' i''$ der periodische Verlauf der Inductionsströme versinnlicht [1]. Da die der Commutatorstellung I entsprechende Schwingungscurve von G_2 nach den Beobachtungen die Lage der punktirten (unbezeichneten) Linie hat — sie bezieht sich

1) Selbstverständlich will ich hier ebensowenig, wie in meiner oben erwähnten Abhandlung, durch das Sinusgesetz, welches ich der Einfachheit halber angenommen habe, eine Voraussetzung über den Verlauf der periodischen Kraft ausgesprochen haben.

auf die Phasendifferenz A — so wäre der periodische Verlauf der magnetischen Kraftwirkung von E durch eine Curve $mm'm''$ auszudrücken. Bei dieser Darstellung möge der Theil dieser Curve mit positiven Ordinaten jenen Magnetismus der Elektromagnete vorstellen, durch welchen die magnetischen Gabelzinken von G_2 angezogen werden. Die Curve $mm'm''$ ist gegen die punktirte Curve um $\frac{1}{4}$ der Schwingungsdauer verschoben für den Fall, dafs die Gabel G_2 durch den periodischen Kraftverlauf der Inductionsströme ins stärkste Mitschwingen versetzt wird. Ich will noch bemerken, dafs aus der ursprünglichen Gestalt der Ellipse, welche sich ohne bei J eingeschobene Eisenkerne durch beide Gabeln herstellt (A und B), diejenige Phasendifferenz gegeben ist, welche in analoger Weise durch die Eisenkerne des Hufeisenmagnets E bedingt wird. Der zeitliche Unterschied nämlich in dem Verlaufe des Inductionsstromes und des durch ihn in den Kernen E verursachten Magnetismus ist durch die Strecke im versinnlicht und beträgt derselbe nach den Versuchen für Ut_{-1} (da $A = 0{,}116$ —) $im = 0{,}384$; in gleicher Weise folgt aus den Versuchen bei der Stellung II des Commutators (da $B = 0{,}393 +$) $im = 0{,}393$. Ebenso ergeben die Resultate der Versuche mit Ut_1 ($A = 0{,}169 -$ und $B = 0{,}334 +$) für den zeitlichen Unterschied zwischen Strom und Magnetismus entsprechend 0,331 und 0,334; endlich liefern die Versuche mit Ut_2 ($A = 0{,}143 -$ und $B = 0{,}346 +$) beziehungsweise die Werthe 0,357 und 0,346. Es stellt sich also auch hier wieder jedesmal ein beiläufig gleicher Bruchtheil der Schwingungsdauer heraus.

Es wurden auch einige der von mir schon früher angestellten Versuche wiederholt, wobei ein und derselbe stationäre Strom durch die Elektromagnete beider Gabeln geleitet und von einer derselben selbstthätig unterbrochen wird. Da die mitgenommene Gabel magnetisirt war, so gerieth sie hierbei in aufserordentlich heftige Schwingungen. Ein Stromwender erlaubte den Strom um die Elektromagnete der mitgenommenen Gabel in beiden

Richtungen zu führen; aus der Lage der entstehenden Ellipse wurde wieder die Phasendifferenz zwischen den Schwingungen beider Gabeln abgeleitet. Bei jener Stellung des Commutators, bei welcher die Zinken der mitgenommenen Gabel durch die vom stationären Strome umflossenen Elektromagnete angezogen wurden, ergab sich für Ut_{-1} die Phasendifferenz $\alpha = 0{,}115 +$ (bei den älteren Versuchen a. a. O. mit unmagnetisirter Gabel war die Differenz $0{,}070 +$). Hiernach wäre der zeitliche Unterschied zwischen Strom und Magnetismus, unter Zugrundelegung unserer bisherigen Annahme, 0,365. Mit dem Gabelpaare Ut_1 folgte bei obiger Commutatorstellung $\alpha = 0{,}086 +$ (ältere Versuche $0{,}091 +$), bei umgekehrter Stromrichtung, wobei also die Zinken der Gabel G_2 von den Elektromagneten abgestoſsen wurden, war die Phasendifferenz der Gabeln $\beta = 0{,}413 -$; demnach zwischen Strom und Magnetismus der Unterschied gemäſs α und β resp. 0,336 und 0,337. Es findet also mit den oben aus den Versuchen mit Inductionsströmen abgeleiteten Resultaten hinreichende Uebereinstimmung statt.

IV. *Ueber den Durchgang starker Inductionsströme durch Flüssigkeiten; von Herrmann Herwig.*

Bei der folgenden Untersuchung war es ursprünglich mein Plan, die von Hrn. F. Neumann in seiner Ableitung der „allgemeinen Gesetze der inducirten elektrischen Ströme“ [1]) hervorgehobene Reserve für die Anwendung des Ohm'schen Gesetzes bei solchen Strömen rücksichtlich ihrer Gränzen näher zu prüfen. Es muſste zu diesem Zwecke einmal durch die Beschaffenheit des Schlieſsungsweges die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Stromes möglichst verringert

1) Berliner Abhandl. a. d. J. 1845, S. 16.

und andererseits die Veränderung der elektromotorischen Kraft des Inductors während einer bestimmten Zeit möglichst groſs gewählt werden. **Nachdem, wie** ich im Voraus erwartete, die Anwendung eines schwächeren **Inductions**apparates in metallischen Schlieſsungskreisen selbst von sehr groſsem Widerstande keine Abweichungen ergeben hatte, ging ich deshalb, die vorangehenden Versuche nur als Vorprobe betrachtend, zur Anwendung eines groſsen Stöhrer'schen Inductors und flüssiger Widerstände über. Die gewonnenen Resultate legen jedoch die Vermuthung nahe, daſs man es in diesem Falle viel weniger mit einem continuirlichen Hindurchströmen der Elektricitäten durch die Flüssigkeiten zu thun hat, als vielmehr mit einer Art Entladung. Wenn damit nun auch der ursprüngliche Standpunkt meiner Frage verrückt war, so verfolgte ich doch die Sache weiter und glaube in dem Ergebniſs der Untersuchung einen brauchbaren Beitrag zu unserer Kenntniſs von der Elektricitätsleitung der Flüssigkeiten erblicken zu müssen.

Es ist bekannt, daſs Entladungen, die sogar mit Funkenerscheinung verbunden sind, in sehr schlecht leitenden Flüssigkeiten, z. B. in Terpentinöl, stattfinden können, wenn man zwei mit den Enden der Inductionsrolle verbundene Metallspitzen in diesen Flüssigkeiten einander gegenüber stellt. Die Flüssigkeit kann dabei noch so weit leitend seyn, daſs sie den (ja nie mit Funken verbundenen) Schlieſsungsinductionsstrom an einem empfindlichen Galvanometer deutlich anzeigt; und doch geht der gleiche Oeffnungsinductionsstrom mit Funken durch und giebt natürlich zugleich am Galvanometer einen viel stärkeren Ausschlag. Von solchen Funkenentladungen soll nun im Folgenden abgesehen und nur mit relativ groſsen Querschnitten der in den Stromesweg tretenden Flüssigkeiten operirt werden.

Ich benutzte einen ganz aus Glas bestehenden parallelepipedischen Flüssigkeitstrog, wie er zu gewöhnlichen Widerstandsmessungen üblich ist, und wählte als Flüssigkeiten käuflichen Alkohol, Gemische von Alkohol-Wasser, Alkohol-Aether und Alkohol-Terpentinöl, endlich sehr ver-

dünnte Zinkvitriollösung, als Elektroden dagegen Platten von blankem Platin, platinirtem Platin und amalgamirtem Zink. Die Einrichtung der Versuche war folgende: Die aus dem Souterrain kommenden Batteriedrähte des primären Stromes führten, parallel verlaufend, zu einem am Beobachtungsplatze stehenden Quecksilberausschalter, dann zu einer feinen Tangentenbussole und Siemens'schen Widerstandsskala, endlich zum Inductor. Die Drähte der Inductionsrolle führten über den Flüssigkeitstrog weg zu einem sehr empfindlichen Spiegelgalvanometer, dessen Angaben von dem entfernten Beobachtungsplatze aus mit Fernrohr und Skala gemessen wurden. Das Galvanometer stand von dem, übrigens symmetrisch mit seinen Enden gegen den Galvanometermagnet gestellten, Inductor 8 Meter entfernt und wurde von dem Eisenbündel desselben durchaus nicht mehr alterirt. Es wurde jetzt der Ausschlag des Galvanometers bei jedesmal einem einzigen Schliefsen, resp. Oeffnen eines primären Stromes von bestimmter Stärke beobachtet und daraus der Widerstand der Flüssigkeit abgeleitet.

Zu letzterem Zwecke wurden zahlreiche Parallelversuche derselben Art mit verschiedenen selbstgefertigten Drahtrollen gemacht, die bifilar gewickelt waren und an Stelle der Flüssigkeit traten. Die so benutzten Drahtrollen hatten Widerstände zwischen 100 und 10000 Siemens-Einheiten und konnten durch ihre gesammte Verwendung bis zu etwa 22000 S.-E. eingeschaltet werden. Die Inductionsrolle selbst *plus* dem (unbedeutenden) Galvanometerdraht besafs 11900 S.-E. In manchen Fällen benutzte ich noch einen kleineren Inductor, dessen Inductionsrolle *plus* Galvanometerdraht 1130 S.-E. betrug. Bei beiden Inductoren wurde von dem zugehörigen Condensator kein Gebrauch gemacht. Für die stärkeren Ströme wurde statt der eigentlichen Galvanometerumwindungen eine unmittelbar davor fest angebrachte Drahtrolle zum Durchleiten der Ströme verwandt; die damit erzielten Ausschläge betrugen nach immerfort von neuem controllirten Messungen $\frac{1}{7,5}$ der gewöhnlichen Ausschläge.

Bei all diesen Drahtmessungen nun hat sich zunächst ergeben, dafs für eine bestimmte elektromotorische Kraft das Einschalten weiterer Drahtwiderstände in genau demselben Maafse die Galvanometerwirkung schwächt, so dafs in dieser Richtung das Ohm'sche Gesetz auch bei solchen starken Inductionsströmen volle Gültigkeit hat. Für die verschiedenen elektromotorischen Kräfte der Induction wurde ferner das leicht begreifliche Resultat erhalten, dafs dieselben schneller wuchsen, als die primären Stromesstärken, da ja die Magnetisirungsfunction des zu dem Inductor gehörigen Eisenbündels anwächst. Für das ganze Intervall der zur Verwendung gekommenen elektromotorischen Kräfte (von der einfachen bis zur 25 fachen) betrug dieses Wachsthum etwa 30 Proc. Gerade dieser Umstand machte es nöthig, dafs für das ganze Intervall der Messungen Parallelversuche für Draht und Flüssigkeit ausgeführt wurden.

Die Flüssigkeitsmessungen haben dem gegenüber zu den in den folgenden Tabellen niedergelegten Resultaten geführt. Es ist darin aufser den in Quadratmillimetern und Millimetern angegebenen Querschnitten q und Distanzen l der Elektroden zunächst der gesammte Flüssigkeitswiderstand R in Siemens-Einheiten verzeichnet und daraus alsdann nebenstehend der specifische (gegen Quecksilber) Flüssigkeitswiderstand ϱ berechnet; bei den Zahlen des letztern ist überall durch eine Million dividirt worden. Die Flüssigkeitswiderstände sind dem oben Gesagten nach so zu verstehen, dafs der jedesmal angegebene Widerstand in Drahtform dieselbe Galvanometerablenkung ergeben würde. In einer andern Colonne ist endlich ein Maafs für die elektromotorische Kraft ε der Induction gegeben. Hierbei konnte es sich nur um die jedesmaligen gesammten Durchschnittswerthe handeln, da andernfalls eine genaue Untersuchung des zeitlichen Verlaufes der Inductionsströme erforderlich gewesen wäre. Ich habe nun unter ε diejenige Anzahl von Grove'schen Elementen jedesmal angegeben, welche in einem Schliefsungskreise von Draht während

$\frac{1}{100}$ Secunde constant thätig dieselbe Elektricitätsmenge durch jeden Querschnitt getrieben haben würden, wie der Inductionsstoſs bei gleichem Schlieſsungskreise. Die Galvanometerablenkung x durch einen solchen nur $\frac{1}{100}$ Secunde dauernden Strom leitet sich bekanntlich aus der definitiven Ablenkung α, die derselbe Strom dauernd flieſsend hervorrufen würde, und ferner aus der Schwingungsdauer T des Galvanometers und aus dem logarithmischen Decrement λ seiner Schwingungen durch die Formel ab

$$x = \frac{\pi \alpha}{100\, T e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}}$$

Die Bestimmung der obigen Werthe ε ist hiernach klar.

Tabelle I.

Alkohol. Elektroden von blankem Platin. Groſser Inductor.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
1	494,2	2000	5	17907	7163	
2	1050,4			16592	6637	
3	487,2			16950	6780	
4	498,8		16	34104	4263	
5	1013,5			31312	3914	
6	398,7		3	11758	7839	
7	433,9			11271	7514	
8	423,7			11802	7868	
9	423,7		13	29640	4560	
				Wasser statt des Alkohols.		
10	401	2000	13	14261	2194	
				Etwas des vorigen Alkohols zu diesem Wasser.		
11	460			12350	1900	
				Dem Volumen nach halb Alkohol und halb Wasser.		
12	422	2000	13	15236	2344	
13	472,6		5	8302	3321	
14	460		2,2	6417	5834	
15	777,6			4169	3790	
16	777,6		21	21168	2016	
17	422			23100	2200	

Der frühere Alkohol allein.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
18	356,1	2000	21	34335	3270	
19	770			32424	3088	
20	379,7			41118	3916	
21	1624			31984	3046	
22	599			34020	3240	
23	935,7			34209	3258	
24	854,3			34335	3270	
25	918,7			35175	3350	
26	920,6	680	3	10760	2439	
27	864,5			11713	2655	
28	905,7			11190	2536	
29	905,7		6	21320	2416	
30	872,5		60,5	180800	2032	
31	890		6	24090	2730	
32	872,5		3,4	13000	2600	
33	183			19516	3903	
34	318,5			16799	3360	
35	905,7			12376	2475	

Tabelle II.

Anderer Alkohol. Meistens grofser Inductor; die wenigen mit dem kleinen Inductor erhaltenen Resultate sind eingeklammert. Anfangs blanke Platinelektroden.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
36	993,6	650	10	51200	3328	
37	(58,4)			(88923)	(5780)	
38	(56,2)		5	(51380)	(6680)	
39	834,2			27770	3611	
40	792,5			28880	3754	
41	752,7		60	268340	2907	
42	266,6	460		351130	2692	
43	942			291910	2238	
44	264		10	70910	3262	
45	1022,6			55000	2530	
46	264		5	36530	3361	
47	1047,2			28710	2641	

Aether (25 Volumprocente) zu dem Alkohol (75 Volumprocente) gemischt.

48	1047,2	610	5	25400	3098

Derselbe Aether allein.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
49	1010	610	5		etwa 2000000	

Alkohol (50 Proc.) und Aether (50 Proc.) gemischt.

50	892,4	610	4,5	19490	2642	Von hier ab verdunstet zwi-
51	892,4	570		21000	2660	schen den einzelnen ziemlich
52	875,1	540		20833	2500	weit auseinander liegenden
53	260,5	520		26913	3110	Versuchsreihen die Mischung
54	403,6	480		21957	2342	in dem Maaſse der angegebe-
55	819,7	450		21313	2131	nenQuerschnitte. Mischungs-
56	819,7		60	223720	1678	verhältniſs deshalb unbek.

Terpentinöl.

57	1083,7	490	5		etwa 700000

Alkohol (7 Proc.) zu dem Terpentinöl (93 Proc.) gemischt.

58	1054	530	5	6438000	682400

Alkohol (21 Proc.) und Terpentinöl (79 Proc.)

59	1065	630	5	615230	77519
60	1047		2	337000	106080
61	424,8			380000	119650
62	1047		20	2574000	81080

Alkohol (30 Proc.) und Terpentinöl (70 Proc.)

63	1047	700	20	522400	18284
64	1011		5	142140	19900
65	403,6			151140	21160

Alkohol (43 Proc.) und Terpentinöl (57 Proc.).

66	988,2	530	5	44260	4692
67	403,6			49310	5227
68	932,6		20	146440	3879

Viel Alkohol und wenige Tropfen Terpentinöl.

69	1006	340	6	34270	1942

Noch einige Tropfen Terpentinöl zu.

70	981,5			31440	1780

Alkohol (91 Proc.) und Terpentinöl (9 Proc.).

71	972	380		30000	1900

Alkohol (80 Proc.) und Terpentinöl (20 Proc.).

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
72	955,4	440		28000	2051	
73	268,5			33100	2427	
74	268,5		21	99500	2085	
75	947			87100	1825	

Alkohol (91 Proc.) und Terpentinöl (9 Proc.).

76	1006	380	21	95610	1730	

Alkohol (65 Proc.) und Terpentinöl (35 Proc.).

77	989,5	445	21	95210	2063	
78	972		6	29280	2220	
79	(61,1)			(47700)	(3616)	
80	(58,2)		3	(23710)	(3599)	

Alkohol (68 Proc.) und Terpentinöl (32 Proc.).

81	(42,7)	490	3	(17490)	(2857)	
82	76,6			27040	4417	
83	94			25100	4017	

Reiner Alkohol.

84	1109,7	530	60	365320	3227	
85	1070		30	190400	3364	
86	1070		9	63510	3740	
87	287			72000	4240	

Von jetzt an platinirte Platinelektroden.

88	193,2	150	5	105910	3177	
89	312,4			92820	2785	
90	746,2			85680	2570	
91	730,9		40	675920	2535	
92	701		10	178500	2677	
93	291,3	115	10	154700	1779	
94	1215,6			148750	1710	
95	1243,5	490		58786	2880	
96	301,9			63427	3108	
97	297	480	40	210630	2527	
98	1263,5			210035	2520	
99	1253		4	21658	2599	
100	290,2			24633	2956	
101	319,4	520	2	24038	6250	
102	502,8			15315	3982	
103	1284,8	500	2	14637	3659	
104	1087,7			14994	3748	
105	1058,6		10	58429	2921	
106	1050		40	221340	2767	
107	1032,2	700		161840	2832	

Von jetzt an platinirte Platinelektroden.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
108	1012,4	210		522410	2742	
109	1218	175	10	147560	2582	
110	1197	440		68782	3026	
111	1177	640		49861	3191	
112	1157,6		4	23800	3808	
113	270,3			29988	4798	

Tabelle III.

Alkohol, der durch ein Versehen mit einer Spur Zinkvitriollösung verunreinigt war. Groſser Inductor. Blanke Platinelektroden.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
114	1418	420	30	55216	773	
115	1185	380		56049	710	
116	1311,1			51527	653	
117	1024,1	150	40	80634	302	
118	281,4		5	19159	575	Schlieſsungsströme.
				14994	450	Oeffnungsströme.
119	271,2		2	12792	959	Schlieſsungsströme.
				8687	651	Oeffnungsstr.
120	779,4			7068	530	Schlieſsungsstr.
				5426	407	Oeffnungsstr.
121	900	40	2	9877	198	
122	919,1			9841	197	
123	433,2			14399	288	Schlieſsungsstr.
				11305	226	Oeffnungsstr.
124	280,1			18564	371	Schlieſsungsstr.
				13804	276	Oeffnungsstr.
125	1087,7	100	2,5	12257	490	
126	220,4			27489	1099	Schlieſsungsstr.
				20242	810	Oeffnungsstr.
127	286,6		4,5	44506	989	Schlieſsungsstr.
				35700	793	Oeffnungsstr.
128	433,2			37366	830	Schlieſsungsstr.
				31654	703	Oeffnungsstr.

Tabelle IV.

Sehr wenig Zinkvitriol in Wasser gelöst. Beide Inductoren, die Zahlen für den kleineren eingeklammert. Blanke Platinelektroden.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
129	517,8	270	60	2580	11,6	
130	520		20	3120	42,1	
131	515,5		10	2677	72,2	
132	500			2975	80,3	
133	516,5		60	4133	18,6	
134	515,5		10	2880	77,7	
135	500			3201	86	
Jetzt eine gröfsere Zahl von Stromesdurchgängen ohne Messung vorgenommen.						
136	489			4000	108	
137	481		60	4600	20,7	
Nach 24stündigem Stehen verdunstet vom Querschnitt 270 auf 250.						
138	458,6	250	60	4540	19,1	
139	464,6		10	4020	100,5	
140	62,7			15020	375,6	
141	752,7			1390	34,8	
142	185,7			7600	190	
143	185,7		60	8550	35,7	
144	695,3			3400	14,2	
Nach mehrtägigem Stehen auskrystallisirt, von neuem dasselbe Salz gelöst.						
145	557,5	150	10	3249	48,7	Schliefsungsstr
				2761	41,4	Oeffnungsstr.
146	(34,5)			(2068)	(31)	Schliefsungsstr.
				(1741)	(26,1)	Oeffnungsstr.
147	(56,2)			(1887)	(28,3)	Schliefsungsstr.
				(1545)	(23,2)	Oeffnungsstr.
148	(55,1)		60	(3537)	(8,8)	Schliefsungsstr.
				(3390)	(8,4)	Oeffnungsstr.
149	554			4260	10,6	
150	540,6		10	3213	48,2	
151	(54,6)			(2125)	(31,9)	Schliefsungsstr.
				(1593)	(23,9)	Oeffnungsstr.
152	(52,1)		60	(3633)	(9,1)	Schliefsungsstr.
				(3390)	(8,5)	Oeffnungsstr.
153	(51,5)		10	(1825)	(27,4)	Schliefsungsstr.
				(1650)	(24,7)	Oeffnungsstr.
154	(16,5)			(3322)	(49,8)	
155	(46,3)			(1808)	(27,1)	Schliefsungsstr.
				(1672)	(25)	Oeffnungsstr.
156	319,7			4867	73	
157	279,1			5057	75,8	
158	77,4			11364	170,5	

Durch Wasser verdünnt und nur mehr die Hälfte der Lösung benutzt.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
159	153,3	250	10	7140	178,5	
160	330			4880	122	
161	(68)			(2080)	(52)	Schliefs.
				(1670)	(41,8)	Oeff.
162	(51,5)			(2181)	(54,4)	Schliefs.
				(1946)	(48,6)	Oeffn.
163	(58,4)			(2086)	(52,1)	Schliefs.
				(1808)	(45,2)	Oeffn.
164	(67,2)			(1977)	(49,4)	Schliefs.
				(1672)	(41,8)	Oeffn.
165	(22,3)			(3620)	(90,4)	
166	(29,6)			(3160)	(79)	
167	(46,7)			(2486)	(62,1)	Schliefs.
				(2147)	(53,7)	Oeffn.
168	(61,9)			(2226)	(55,6)	Schliefs.
				(1853)	(46,3)	Oeffn.
				Nach 24 stündigem Stehen etwas verdunstet.		
169	292,7	230	10	5000	115	
				Die früher fortgestellte Hälfte hinzugenommen.		
170	246,4	460		4570	210,2	
171	374,4			3570	164,2	
172	330			4760	218,9	
173	324		60	5715	43,8	

Tabelle V.

Neue Zinkvitriollösung, ähnlich der vorigen. Beide Inductoren, die Zahlen des kleineren eingeklammert. Anfangs blanke Platinelektroden.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
174	460,8	70	4	4522	79,1	Schliefs.
				2951	51,6	Oeffn.
175	286,8			7616	133,3	Schliefs.
				5236	91,6	Oeffn.
176	(66,2)			(1458)	(25,5)	Schliefs.
				(1186)	(20,7)	Oeffn.
177	(64,4)			(1571)	(27,5)	Schliefs.
				(1212)	(21,2)	Oeffn.
178	(85,7)	60	40	(7164)	(10,7)	Schliefs.
				(6554)	(9,8)	Oeffn.
179	(86,4)		4,5	(1273)	(17)	
180	496			2499	33	

Von jetzt an platinirte Platinelektroden.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
		□mm	mm	S.-E.	Million.	
181	444	170	10	1071	18,2	
182	449		60	3760	10,7	
183	449		6	1142	32,4	
184	441			1368	38,7	
185	166,7			2975	84,3	
186	566,3			845	23,9	
187	(36,8)			(1201)	(34)	
188	(28,4)			(1277)	(36,2)	
189	(62,5)			(1040)	(29,4)	
190	400		4	1119	47,5	
191	55			3927	166,9	
192	94,6	160	4	4117	164,7	
193	606,4			1095	43,8	
194	(9,9)			(1356)	(54,2)	
195	(47,8)			(994)	(40)	
196	(47,1)		10	(1401)	(22,4)	
197	(46,8)		40	(2881)	(11,5)	
198	(10,2)			(3288)	(13,2)	
199	(13,4)			(3153)	(12,6)	

Durch Verdunstung während längeren Stehens der Querschnitt verkleinert.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
200	115	110	40	5974	16,4	
201	161			5831	16	
202	377,6			3272	9	
203	564			2309	6,3	
204	612,5		60	3415	6,2	
205	151			5498	10,1	
206	193,2			5783	10,6	

Von jetzt an amalgamirte Zinkelektroden. Dieselbe Flüssigkeit in einem anderen Glastroge.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
207	(26,4)	506	65	(949)	(7,4)	
208	(25,7)		11,5	(175)	(8,7)	
209	(25,7)		8	(150)	(9,5)	

Ein Theil der Flüssigkeit fortgenommen.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
210	(24,8)	140	7	(365)	(7,3)	
211	(23,9)		14	(757)	(7,6)	
212	(16,6)			(881)	(8,8)	
213	(48,3)			(582)	(5,8)	

Wasser zugegossen.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
214	257,5	437	70	2558	16	
215	(16,6)			(1921)	(12)	

Von derselben Lösung zugegossen.

No.	ε	q	l	R	ρ	Bemerkungen
216	(16,6)	735		(1141)	11,8)	

Von derselben Lösung zugegossen.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
		Omm	mm	S.-E.	Million.	
217	(16,6)	1100		(893)	(14)	
218	(48,3)			(604)	(9,4)	

Lösung fortgenommen.

No.	ε	q	l	R	ϱ	Bemerkungen
219	(46,8)	320		(2203)	(10,1)	
220	(66,2)			(2181)	(10)	
221	(34,8)	460	19	(573)	(13,8)	
222	(34,8)	440	50	(1002)	(8,8)	
223	(34,8)	460	10	(521)	(23,9)	

Innerhalb einer jeden dieser Tabellen sind die Resultate in der Reihenfolge verzeichnet, wie sie gewonnen wurden. Jede Nummer entspricht durchweg mehreren hinter einander gemachten Messungen, die, soweit ich nicht im Folgenden speciell darauf aufmerksam mache, übereinstimmende Werthe lieferten. Die wichtigsten Punkte nun, die sich für alle Tabellen gemeinsam ergeben, sind zunächst folgendermaſsen zusammenzufassen:

Der specifische Widerstand der Flüssigkeiten gegen starke Inductionsströme wird im Vergleich mit Drahtwiderständen kleiner,

1) wenn die electromotorische Kraft der Induction wächst,

2) wenn der Querschnitt der Flüssigkeit abnimmt,

3) wenn die Länge der Flüssigkeitsschicht zunimmt.

In Bezug auf den Punkt 2) muſs noch bemerkt werden, daſs hier die Zahlenverhältnisse etwas unsicher sind, da bei der benutzten Versuchsanordnung die Electroden nicht genau den ganzen Querschnitt des Flüssigkeitstroges ausfüllen konnten. Es war vielmehr bei den blanken und platinirten Platinelectroden der wirkliche Flüssigkeitsquerschnitt gegenüber den (in Anrechnung gebrachten) Electrodenflächen wegen seitlichen Nichtanliegens derselben um etwa $\frac{1}{8}$ gröſser, bei den amalgamirten Zinkelectroden um etwa $\frac{1}{12}$. Dieser Umstand beeinfluſst natürlich ebenfalls den Punkt 3) in gewissem Grade. Indessen genügt

ein Blick auf die Tabellen, um erkennen zu lassen, dafs die Unterschiede für die verschiedenen Querschnitte und Längen weit über die hierdurch ermöglichte Unsicherheit hinausgehen und die Punkte 2) und 3) also in der obigen Fassung gleichfalls unbezweifelbare Gültigkeit haben.

Die 3 Punkte zusammengenommen schliefsen nun zunächst die Möglichkeit aus, dafs eine blofse Polarisation der Electroden die Erscheinungen erklären könne, wenigstens wenn man diese Polarisation im gewöhnlichen Sinne auffafst. Eine solche Polarisation würde zwar auch den Widerstand kleiner finden lassen bei wachsender Längsausdehnung der Flüssigkeit, aber der Einflufs einer gröfser werdenden electromotorischen Kraft und abnehmender Querschnitte könnte höchstens im gerade umgekehrten Sinne der obigen Angaben wirken.

Ich habe nun rücksichtlich der Polarisation noch einige weitere Versuche gemacht und bin dadurch allerdings zu der Folgerung gelangt, dafs sie hier eine andere Rolle spielt, als in galvanischen Strömen. Ich will das hierher gehörige kurz zusammenfassen. Zuvörderst ist zu constatiren, dafs bei Zinkvitriollösung zwischen blanken Platinelectroden schon während der oben beschriebenen Versuche der Einflufs der Polarisation in der Weise zur Geltung kam, dafs die Inductionsströme zum Theil eine Neigung zur Abschwächung zeigten. Besonders deutlich tritt dies bei den Versuchen No. 129 bis 137 hervor, die schnell nach einander gemacht wurden; dort ist ein erhebliches stetiges Wachsen der Widerstände in den mitgetheilten Mittelzahlen ausgedrückt und zeigte sich innerhalb jeder Versuchsnummer ebenso. Bei der Zinkvitriollösung verlief auch wohl am Anfange einer Versuchsreihe nach vorangegangener langer Ruhe der erste (nicht in die Tabellen aufgenommene) Schliefsungsinductionsstrom merklich stärker, als alle folgenden bei gleicher elektromotorischer Kraft. Diese folgenden Ströme fanden dann eben schon Gasschichten an den Elektroden vor, die der allererste Strom bei frischen Elektrodenplatten nicht sogleich antraf.

Man würde diesen Effect offenbar noch sehr steigern können, wenn man nicht, wie gewöhnlich geschah, Schliefsungs- und Oeffnungsströme stets abwechselnd auf einander folgen, sondern dieselben einseitig wirken liefse. Das habe ich nun mehrfach gethan. So wurde z. B. innerhalb der Versuchsreihe No. 179 folgendes gefunden:

	Ablenkung in Scalentheilen
Schliefsungsstrom	557
Oeffnungsstrom	555

Jetzt 12 mal den Schliefsungsstrom durch die Flüssigkeit und den Oeffnungsstrom durch eine daneben angebrachte Drahtleitung geführt, dann durch die Flüssigkeit

Schliefsungsstrom	462
Oeffnungsstrom	661
Schliefsungsstrom	543
Oeffnungsstrom	610
Schliefsungsstrom	559

u. s. f., bald regelmäfsig.

Hier ist also eine sehr kräftige Polarisationswirkung vorhanden. Dieses selbe Untersuchungsverfahren diente nun dazu, um ein wichtiges Factum festzustellen. Um gerade an das vorangehende Beispiel anzuknüpfen, welches einen mit dem kleinen Inductor angestellten Versuch enthielt, so wurde unmittelbar darauf der Versuch 180 mit dem grofsen Inductor gemacht und zwar so, dafs ein annähernd gleich starker Strom das Galvanometer durchlief. Dabei ergaben sich folgende Zahlen:

	Ablenkung in Scalentheilen
Schliefsungsstrom	532
Oeffnungsstrom	536

Jetzt 12 mal den Schliefsungsstrom durch die Flüssigkeit und den Oeffnungsstrom durch die Drahtleitung geführt, dann durch die Flüssigkeit

Schliefsungsstrom	505
Oeffnungsstrom	540 u. s. f.

Bei ganz denselben Dimensionen der eingeschalteten Flüssigkeit und bei annähernd gleicher Stromstärke ist also

hier die Polarisation bei Anwendung des kleinen Inductors sehr viel gröfser. Der kleine Inductor hat nun einen inneren Widerstand von 1130 S.-E., wozu der Flüssigkeitswiderstand gemäfs der Tabelle V mit der Zahl 1273 tritt, während der grofse Inductor einen inneren Widerstand von 11900 besitzt und in seinem Schliefsungskreise die Flüssigkeit sich so verhält, wie ein Drahtwiderstand von 2499. Danach ist klar, dafs die ungefähr gleiche Elektricitätsmenge im Falle des kleinen Inductors viel schneller den Schliefsungskreis durchläuft, als beim grofsen Inductor, da bei letzterem das Potential des Stromes auf sich selbst einen sehr viel gröfseren Werth hat und der weitaus gröfste Theil des Widerstandes im Inductor selbst liegt. Man hat also zu schliefsen, *dafs die Schnelligkeit, mit welcher eine gegebene Elektricitätsmenge einen polarisirbaren Flüssigkeitsapparat im starken Inductionsstrome durchfliefst, die Gröfse der Polarisation sehr erhöht.*

Aufser in dem angegebenen Beispiele habe ich dieses noch mehrfach constatirt und brauche wohl kaum hinzuzusetzen, dafs man dasselbe erhält, wenn man die Elektroden einseitig durch Oeffnungsströme, statt, wie oben, durch Schliefsungsströme polarisirt.

Die erwähnten Beispiele No. 179 und 180 zeigen nun weiter das sehr beachtenswerthe Resultat, dafs im Falle des grofsen Inductors trotz bedeutend gröfserer elektromotorischer Kraft der spec. Flüssigkeitswiderstand fast doppelt so grofs war, als beim kleinen Inductor, wobei Querschnitt und Länge der Flüssigkeitsschicht in beiden Fällen ganz gleich waren. Die schnellere Ausgleichung des kleinen Inductors bringt also eine stärkere Polarisation und gleichzeitig ein leichteres Durchgehen des Stromes durch die Flüssigkeit mit sich.

Als weitere Beispiele für dieses Verhalten der beiden Inductoren erwähne ich noch für die Zinkvitriollösung

		ϱ
No. 155 mit den Galvanometerablenkungen für den kleinen Inductor	239	(27,1)
	250	(25)
u. No. 156 beim grofsen Inductor mit Ablenkung	292	73

dann

No. 160 beim grofsen Inductor mit Ablenkung	306	122
„ 161 „ kleinen „ „ „	333	(52)
	382	(41,8)

endlich

No. 174 beim grofsen Inductor mit Ablenkung	428	79,1
	474	51,6
„ 175 „ „ „ „ „	226	133,3
	257	91,6
„ 176 „ kleinen „ „ „	392	(25,5)
	438	(20,7)

In all diesen Fällen hat die elektromotorische Kraft ε bei Anwendung des grofsen Inductors einen viel gröfseren Betrag ausgemacht.

Es sind sogar einige Beispiele zu registriren, wo bei erheblich gröfseren Ablenkungen des grofsen Inductors der kleine dennoch geringeren spec. Widerstand in der Flüssigkeit lieferte, so

		ϱ
No. 145 beim grofsen Inductor mit Ablenkung	564	48,7
	583	41,4
„ 146 „ kleinen „ „ „	168	(31)
	187	(26,1)

ferner

No. 148 beim kleinen Inductor mit Ablenkung	182	(8,8)
	188	(8,4)
„ 149 „ grofsen „ „ „	525	10,6

endlich

No. 150 beim grofsen Inductor mit Ablenkung	554	48,2
„ 151 „ kleinen „ „ „	259	(31,9)
	309	(23,9)

Dasselbe Resultat, dafs eine schneller sich ausgleichende Elektricitätsmenge geringeren spec. Flüssigkeitswiderstand findet, ist nun auch in ausgedehnter Weise in den Tabellen für Zinkvitriollösung und für den durch Zinkvitriol ein wenig verunreinigten Alkohol gegeben durch die verzeich-

neten Unterschiede zwischen Schliefsungs- und Oeffnungsströmen. Letztere, als die schneller verlaufenden, haben den kleineren Widerstand. Ich habe in dieser Richtung nur die ausgeprägteren Fälle verzeichnet und in anderen weniger ausgeprägten einfach als einzige Zahl das Mittel aus Schliefsungs- und Oeffnungsströmen hingeschrieben.

Es sind also zwei gleichzeitig stattfindende Punkte constatirt, einmal, dafs der schnellere Verlauf der Inductionsströme die Polarisation, d. h. die Bedeckung der Elektroden mit Gas, wo eine solche stattfindet, reichlicher ergiebt, alsdann, dafs durch denselben Umstand der spec. Flüssigkeitswiderstand kleiner wird. Wenn man jetzt die sämmtlichen beobachteten Erscheinungen auf das Spiel der Polarisation zurückführen wollte, so müfste von derselben angenommen werden, dafs sie durch Belegen der Elektroden mit Gas in den erwähnten Fällen das Stromesdurchgehen durch die Flüssigkeit nicht erschwert, sondern erleichtert. Damit wäre ferner allerdings der oben erwähnte günstige Einflufs einer wachsenden elektromotorischen Kraft und einer kleiner werdenden Elektrodenfläche erklärt; bei kleinerer Elektrodenfläche ist die Polarisation ja auch in galvanischen Strömen gröfser. Daneben wäre aber wohl festzuhalten, dafs die Polarisation dennoch ihren Charakter als Gegenkraft bewahrt, wie aus den obigen Abschwächungsversuchen folgt. Es bestände also eine schwer begreifliche Doppelwirkung der Polarisation und es müfsten jedenfalls ganz besondere Annahmen über die Rolle, welche die Quantitäten der auftretenden Gase hierbei spielen, hinzugenommen werden. Daraus geht zur Genüge hervor, dafs durchaus andere Vorstellungen, als die gewöhnlich mit dem Begriffe der Polarisation verknüpften, zur Erklärung hier herangezogen werden müssen, und werde ich später darauf zurückkommen.

Ich glaube übrigens auch nicht, dafs die Bedeckung der Elektroden mit Gas für das Eintreten der vorliegenden Erscheinungen geradezu nöthig ist, sondern nur, dafs sie dieselben in der angegebenen Weise sehr begünstigt. Um hierüber Aufklärung zu erhalten, habe ich namentlich noch

die Versuche mit der Zinkvitriollösung zwischen platinirten Platinelektroden und zwischen amalgamirten Zinkelektroden gemacht. Bei beiden Versuchsanordnungen ist nun ein directer Nachweis der Polarisation in der oben erwähnten Art mit Sicherheit nicht mehr zu führen gewesen, ebenso wenig war auch beim Alkohol zwischen blanken Platinelektroden die Polarisation direct nachweisbar. In all diesen Fällen brachten auch innerhalb jeder Versuchsreihe zahlreiche auf einander folgende Inductionsströme stets dieselbe Galvanometerablenkung hervor. Und doch finden die drei allgemeinen Eingangs hervorgehobenen Punkte für den spec. Flüssigkeitswiderstand auch hier statt, wenn auch in nicht so colossalem Maafsstabe, wie bei Zinkvitriollösung zwischen blanken Platinplatten. Selbst der Einflufs eines schnelleren Verlaufes des Inductionsstromes, der in den Unterschieden zwischen Schliefsungs- und Oeffnungsströmen hier nur in geringem Grade sich äufserte, ist durch Vergleichung beider Inductoren deutlich nachweisbar. So zeigte Zinkvitriollösung zwischen amalgamirten Zinkplatten

		ϱ
No. 214 beim grofsen Inductor die Ablenkung	274,2	16
„ 215 „ kleinen „ „ „	83	(12)

Ferner für Alkohol

No. 81 beim kleinen Inductor die Ablenkung	34,5	(2857)
„ 82 „ grofsen „ „ „	29,7	4417
„ 83 „ „ „ „ „	39,2	4017

In diesen Fällen ohne nachweisbare Polarisation, wo innerhalb jeder Versuchsreihe constante Verhältnisse herrschen, haben die Zahlen nun viel mehr Bedeutung, als in den Fällen entschiedener Polarisation, die also auch als Gegenkraft die Ströme abschwächt. Ich erlaube mir deshalb die Zahlen für die beiden Präparate von reinem Alkohol nochmals in den folgenden beiden Tabellen geordnet nach den Werthen von q, l und ε zusammenzustellen, um eine bessere Uebersicht zu ermöglichen.

Tabelle VI.

Erster Alkohol.

No.	q	l	ε	ϱ	Mittel
6	2000	3	398,7	7839	
8			423,7	7868	7691
7			433,9	7514	
3	2000	5	487,2	6780	6972
1			494,2	7163	
2			1050,4	6637	
9		13	423,7	4560	
4		16	498,8	4263	
5			1013,5	3914	
18		21	356,1	3270	3593
20			379,7	3916	
22			599	3240	
19			770	3088	
24			854,3	3270	
25			918,7	3350	3304
23			935,7	3258	
21			1624	3046	
27	680	3	864,5	2655	
28			905,7	2536	2487
26			920,6	2439	
33		3,4	183	3903	
34			318,5	3360	
32			872,5	2600	
35			905,7	2475	
31		6	890	2730	2573
29			905,7	2416	
30		60,5	872,5	2032	

Tabelle VII.

Zweiter Alkohol.

No.	q	l	ε	ϱ	Mittel
107	700	40	1032,2	2832	
38	650	5	(56,2)	(6680)	
40			792,5	3754	
39			834,2	3611	
37		10	(58,4)	(5780)	
36			993,6	3328	

No.	q	l	ε	ϱ	Mitte
41		60	752,7	2907	
113	640	4	270,3	4798*	
112			1157,6	3808*	
111		10	1177	3191*	
87	530	9	287	4240	
86			1070	3740	
85		30	1070	3364	
84		60	1109,7	3227	
101	520	2	319,4	6250*	
102			502,8	3982*	
104	500	2	1087,7	3748*	
103			1284,8	3659*	
105		10	1058,6	2921*	
106		40	1050	2767*	
96	490	10	301,9	3108*	
95			1243,5	2880*	
100	480	4	290,2	2956*	
99			1253	2599*	
97		40	297	2527*	
98			1263,5	2520*	
46	460	5	264	3361	
47			1047,2	2641	
44		10	264	3262	
45			1022,6	2530	
42		60	266,6	2692	
43			942	2238	
110	440	10	1197	3026*	
108	210	40	1012,4	2742*	
109	175	10	1218	2582*	
88	150	5	193,2	3177*	
89			312,4	2785*	
90			746,2	2570*	
92		10	701	2677*	
91		40	730,9	2535*	
93	115	10	291,3	1779*	
94			1215,6	1710*	

Die mit einem Stern versehenen Zahlen gelten für platinirte Platinelektroden.

Die specifischen Widerstände des ersten Präparats, beeinflufst durch die angegebenen Punkte, liegen also zwischen 2032 und 7839 Millionen, die des zweiten Präparates zwischen 1710 und 6680 Millionen. Beide Präparate verhalten sich nicht sehr verschieden. In einer ganz kürzlich veröffentlichten Arbeit[1]) giebt Hr. Oberbeck den Widerstand von Alkohol, in schnell aufeinanderfolgenden wechselnden Inductionsströmen gemessen, 13000 mal gröfser als den Widerstand einer concentrirten neutralen Kupfervitriollösung an. Setzt man für letzteren den im galvanischen Strome gefundenen Werth für gewöhnliche Temperatur mit etwa 300000 an, so ergiebt sich für Alkohol 3900 Millionen. Hr. F. Kohlrausch giebt gleichfalls kürzlich[2]) die Leitungsfähigkeit des Alkohols zu ungefähr $\frac{4 . 0,7}{10^{10}}$ also den Widerstand zu etwa 3470 Millionen an. Hr. Kohlrausch hat ferner Wasser von solcher Reinheit dargestellt, dafs es noch 4 mal schlechter leitete, als sein Alkohol, also einen Widerstand von 13888 Millionen besafs. Das Wasser, wofür oben in der Tabelle I. No. 10 der Widerstand zu 2194 Millionen angegeben wurde, war in gewöhnlicher Weise dargestelltes destillirtes Wasser, welches aufserdem längere Zeit in einer verschlossenen Glasflasche gestanden hatte. Immerhin ist aber hervorzuheben, dafs die Zahlen des Hrn. Kohlrausch mit viel schwächeren elektromotorischen Kräften gefunden wurden, dafs sich also dieselben Präparate an meinem Apparat untersucht, besser leitend erwiesen haben würden. Hr. Oberbeck, der mit starken Inductionsströmen arbeitete, hat für gewöhnliches destillirtes Wasser Werthe gefunden, die etwa zwischen 120 und 600 Millionen liegen. Es sey noch erwähnt, dafs meine sämmtlichen Versuche bei der nie weit von 20° C. abweichenden Zimmertemperatur gemacht wurden. Ein einziges Mal habe ich ein paar Versuche mit dem auf circa

1) Diese Annal. CLV, S. 601.

2) Münchener Sitzungsberichte 5. Nov. 1875.

50^0 erhitzten Alkohol angestellt und dabei eine entschieden bessere Leitung gefunden.

An dieser Stelle möge auch der interessante Punkt hervorgehoben werden, der sich zuerst bei der Mischung des Wassers mit dem Alkohol ergab. Einige Tropfen Alkohol zu dem Wasser mit einem Widerstande von 2194 Millionen gefügt, erniedrigen den Widerstand auf 1900. Und bei einer Mischung gleicher Volumina von Wasser und Alkohol ergaben sich Widerstände, die den des Wassers allein nur um weniges überragen, obschon der Alkohol allein unter denselben Umständen einen doppelt grofsen Widerstand zeigt. Weitere Aufklärungen hierüber geben die Mischungen Alkohol-Aether und Alkohol-Terpentinöl. Beide Substanzen, Aether und Terpentinöl, haben für sich einen aufserordentlich grofsen Widerstand. In gewissen Verhältnissen dem Alkohol zugemischt, können sie aber dessen Widerstand sogar noch verringern. An den Alkohol-Terpentinmischungen läfst sich die Sache am besten verfolgen und hier zeigt sich:

dafs wenig Alkohol zu viel Terpentinöl gemischt, kaum besser leitet, als das Terpentinöl allein;

dafs mit steigendem Alkoholgehalt das Verhältnifs sich schnell günstiger stellt und bald sogar eine noch reichlich Terpentinöl enthaltende Mischung entsteht, die keinen gröfseren Widerstand hat, als der Alkohol allein;

und dafs endlich bei sehr überwiegendem Alkoholgehalt die Zumischung einiger Procente Terpentinöl einen kleineren Widerstand, als den des reinen Alkohols liefert.

Die Analogien, welche das hier constatirte Verhalten sehr schlechter Leiter bei gut leitenden Flüssigkeiten und bei Quecksilberlegirungen findet, sind bekannt.

Ich gehe nunmehr zu einer näheren Erklärung der Beeinflussungen über, welche nach den vorliegenden Versuchen von Seiten der elektromotorischen Kraft der Induction, des Querschnitts und der Länge der Flüssigkeitsschicht und

endlich des schnellen Verlaufes der Inductionsströme auf die specifischen Flüssigkeitswiderstände ausgeübt werden. Alle diese Beeinflussungen sind allgemein gültig, selbst bei möglichster Vermeidung der Polarisation, sie werden aber wesentlich erhöht, wenn gewisse Mengen von Gas an den Elektroden erzeugt werden. Man wird aus diesen gesammten Erscheinungen den wahrscheinlichen Schlufs ziehen, dafs *die Ausgleichung der bewegten Elektricitäten beim Eintritt in die Flüssigkeit verzögert wird und dann schliefslich* bei entsprechendem Potentialwerthe *gröfstentheils durch eine Art Entladung erfolgt.* Die Verzögerung steht dabei in inniger Beziehung zu den allenfalls auftretenden Gasen der Polarisation und kann bei einem gewissen kleinen Quantum derselben ihr Einflufs den der Gegenkraft der Polarisation bedeutend überwiegen. Die zwischen Metallelektroden eingeschlossene Flüssigkeit würde so die gröfste Aehnlichkeit mit einem Condensator besitzen, zwischen dessen Belegen dann Ausgleichungen durch die Isolirschicht stattfinden. (Man vergleiche die Entwickelungen des Hrn. Helmholtz.[1])

Dagegen scheint eine Erklärung der Erscheinungen durch Annahme einer kleinen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Stromes in der Flüssigkeit, der im Uebrigen wie bei Drähten gleichmäfsig abfliefsend zu denken wäre, ausgeschlossen werden zu müssen. Diesen Fall, der allerdings vielleicht die Ungültigkeit des Ohm'schen Gesetzes zur Folge haben würde, hatte ich, wie ich in der Einleitung sagte, Anfangs im Auge gehabt und es möge gestattet seyn, kurz einen rohen Versuch zu erwähnen, den ich in dieser Richtung anstellte.

Von dem grofsen Inductor führte der Stromesweg an eine gewöhnliche Geifsler'sche Wasserstoffröhre, dann an eine circa 400^{mm} lange Schicht destillirten Wassers, hierauf an eine zweite Geifsler'sche Röhre und über eine zweite ähnliche Wasserschicht von 400^{mm} zurück. Die beiden Röhren waren mit ihren capillaren Theilen un-

1) Diese Annal. CL, S. 483.

mittelbar nebeneinander gestellt und zwar so, daſs sie im Inductionsstrome leuchtend einen Winkel mit scharf markirtem Scheitel bildeten. Man beobachtete sie nun in einem entfernten Spiegel, der vermittelst der Centrifugalmaschine sich in eine ziemlich schnelle Rotation versetzen lieſs, während einzelne Inductionsstöſse hindurchgingen. Dabei lieſs sich aber nicht die geringste Verschiebung des Scheitels wahrnehmen und ist nur roh, da kein feiner Rotationsapparat zur Verfügung stand, zu sagen, daſs jedenfalls die Entladung in der dem Inductor unmittelbar anschlieſsenden Röhre und in der von 2 längeren Wasserschichten eingeschlossenen Röhre nicht um $\frac{1}{10000}$ Secunde auseinanderfiel. Der specifische Widerstand des Wassers, ohne die Geiſsler'schen Röhren bei derselben Kraft der Induction untersucht, betrug dabei rund 2000 Millionen.

Kurz nach Ausführung dieses Versuches wurde von Hrn. Siemens[1]) ein analoger Versuch an einer Zinkvitriollösung von 100 Fuſs Längsausdehnung veröffentlicht. Dabei hatte sich keine Zeitdifferenz von $\frac{1}{5000000}$ Secunde ergeben. Hr. Siemens setzt den Widerstand seiner Lösung mindestens 200 Millionen Mal gröſser als Kupfer (oder etwa 3 Millionen Mal gröſser als Quecksilber), so dass, falls nicht ein Irrthum in dieser Notirung stattfand, eine sehr verdünnte Lösung vorgelegen hätte. Sein Resultat geht jedenfalls, auch insoweit es sich um den Einfluſs des specifischen Widerstandes auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit handelt, noch weiter als das meinige, und hielt ich deſshalb fernere Versuche in dieser Richtung für überflüssig.

Für die andere Auffassung der Sache hingegen, wonach die Ausgleichung der Elektricitäten in der Flüssigkeit mehr nach Art einer Entladung erfolgt, habe ich wesentlich nach zwei Verfahren instructive Versuche angestellt. Einmal stellte ich durch einen Hebelapparat, der durch einseitige Gewichtsbeschwerung in Bewegung

1) Diese Annal. CLVII, S. 314.

gesetzt wurde, und durch Quecksilbergefäfse eine einfache Wippe her, die gestattete, kurz nach Schliefsung des primären Stromes den Inductionskreis zu unterbrechen. *Vermittelst dieses Apparates ergab sich* bei passend gewählter Bewegungsgeschwindigkeit, wodurch das Intervall zwischen beiden Actionen entsprechend klein gemacht wurde, *eine bedeutende Mehrwirkung am Galvanometer gegenüber dem gewöhnlichen Untersuchungsverfahren*, wobei der Inductionskreis stets geschlossen blieb. Von vielen Fällen will ich nur ein paar Beispiele anführen. So ergab sich mit dem kleinen Inductor bei der Zinkvitriollösung unter Umständen, die etwa dem Versuche No. 177 entsprechen würden,

	mit Unterbrechung die Galvanometerablenkung				526
	ohne	„	„	„	422
ähnlich	mit	„	„	„	512
	ohne	„	„	„	408;

beim grofsen Inductor ferner für dieselbe Zinkvitriollösung

mit	Unterbrechung	die	Ablenkung	527
ohne	„	„	„	475.

Hierbei mufste natürlich, dem langsameren Verlaufe des Inductionsstromes entsprechend, das Intervall viel gröfser gewählt werden, als beim kleinen Inductor, und es liefs sich sogar durch blofse Manipulation mit der Hand bequem operiren;

ähnlich	mit	Unterbrechung	die	Ablenkung	560
	ohne	„	„	„	474.

Beim kleinen Inductor wurde sogar einmal gewonnen

mit	Unterbrechung	die	Ablenkung	740
ohne	„	„	„	462.

Diese Beispiele werden genügen, um es klar hervortreten zu lassen, dafs die Elektricitäten an die Flüssigkeit hingeströmt, dort aufgehalten werden und sich theilweise wieder rückwärts durch den Inductionsdraht ausgleichen, wenn der Inductionskreis geschlossen bleibt. Unterbricht man den Inductionskreis zu passender Zeit, so ist diese entgegengesetzte Strömung ganz oder zum Theil unmöglich gemacht und die Wirkung im ursprünglichen Strömungs-

sinne tritt viel stärker hervor. Es findet hier also zum Theil ein ähnlicher Vorgang statt, wie bei einer offenen Inductionsspirale, und wird man also wohl auch hier, um ein vollständiges Bild der Vorgänge zu haben, an die bei offenen Inductionsspiralen stattfindenden bekannten Oscillationen denken müssen, wie sie von den Herren Helmholtz, Blaserna und Bernstein beobachtet sind. In innigem Zusammenhange hiermit steht es jedenfalls, daſs Hr. Bernstein bei anderen Versuchen[1]) beobachtet hat, wie in Flüssigkeiten nach dem Aufhören eines hindurchgehenden Stromes gleichfalls Oscillationen auftraten. Ich erwähne noch, daſs, wenn statt der Flüssigkeit bifilare Drahtrollen eingeschaltet waren, etwas ähnliches nicht beobachtet werden konnte.

Mit gröſserer Leichtigkeit, als die genannten Versuche, für welche die richtige Wahl der Intervalle durch Probiren festgestellt werden muſste, lassen sich andere ausführen, wobei man die beiden früher genannten Galvanometerumwindungen (deren eine 7,5 Mal so wirksam ist, als die andere) gleichzeitig benutzt und die eine noch mit einer passenden bifilaren Drahtrolle, die andere mit der Flüssigkeit in Verbindung setzt. Führt man den also getheilten Stromesweg dann so, daſs beide Umwindungen den Magnet entgegengesetzt ablenken, und gleicht die Drahtrolle gegen die Flüssigkeit so aus, daſs ungefähr eine gleiche Wirkung jeder einzelnen Umwindung auf den Magnet erfolgt, so läſst sich beobachten, wie *die Elektricitäten nur im ersten Augenblick auch den Flüssigkeitsweg zur Ausgleichung wählen und gleich darauf vorwiegend auf dem Drahtwege zur Ausgleichung kommen.* Am besten richtet man es so ein, daſs die Flüssigkeit im ersten Augenblick um ein geringes besser die Elektricität durchläſst. Hierzu ist übrigens, wie ich besonders hervorheben will, nicht erforderlich, daſs der Flüssigkeitszweig mit demjenigen Widerstande, den er als einziger Schluſs des Stromweges zeigen würde, sich unter Berücksichtigung der Wirkungsfähigkeit beider Gal-

1) Berliner Monatsberichte 1871, S. 384.

vanometerwindungen ein wenig im Vortheil befindet gegenüber dem Widerstande des Drahtzweiges. Es darf vielmehr der Flüssigkeitswiderstand um einiges gröſser seyn, als es der gleichen Beeinflussung des Galvanometers von beiden Zweigen her entsprechen würde, und dennoch findet zunächst durch die Flüssigkeit eine vorwiegende Ausgleichung statt, die aber sehr bald einer sehr erheblichen Mehrwirkung des Drahtzweiges Platz macht. Einige Beispiele werden das Verhalten klar machen.

1) Bei Zinkvitriollösung unter Anwendung des groſsen Inductors fanden folgende Scalenstellungen bei den ersten Schwingungen für einen einzigen Inductionsstoſs statt (für die Ruhelage = 0)

Schlieſsungsstrom	0	+ 11,5	im Flüssigkeitssinne
		— 99,5	im Drahtsinne,
Oeffnungsstrom	0	— 12	im Flüssigkeitssinne
		+ 94	im Drahtsinne.

Der Drahtweg, der in seinem Zweige einen Widerstand von 225 S.-E. enthielt, würde als einziger Schluſs des Inductionskreises den unverzweigten Theil desselben ergänzend eine Ablenkung von 159 ergeben haben.

2) Aehnlich wie oben

Schlieſsungsstrom	0	+ 4,5	— 107
Oeffnungsstrom	0	— 6	+ 98.

Der Drahtweg als einziger Schluſs gäbe 155.

3) Dasselbe am kleinen Inductor

Schieſsungsstrom	0	+ 3	— 64
Oeffnungsstrom	0	— 4	+ 56,5.

Der Drahtweg als einziger Schluſs gäbe 91. Ueber die Unterschiede zwischen Schlieſsungs- und Oeffnungsströmen in diesen Beispielen braucht nach dem Früheren nichts mehr gesagt zu werden.

4) Groſser Inductor, wie vorhin

Schlieſsungsstrom	0	+ 1	— 75,5
Oeffnungsstrom	0	— 1	+ 76.

Der Drahtweg als einziger Schluſs gäbe 89,5.

5) Bei Alkohol unter Anwendung des grofsen Inductors

Schliefsungsstrom	0	+ 17	— 56
Oeffnungsstrom	0	— 18	+ 56,5.

Der Drahtweg, der hierbei in seinem Zweige einen Widerstand von 2140 S.-E. enthielt, würde als einziger Schlufs 179 geben.

6) Aehnlich wie oben.

Schliefsungsstrom	0	+ 1	— 73,5
Oeffnungsstrom	0	— 1	+ 72,5.

Der Drahtweg als einziger Schlufs gäbe 177.

Der Magnet wird bei diesen Versuchen, wenn er im Flüssigkeitssinne sich in Bewegung zu setzen eben begonnen hat, plötzlich ruckweise gehemmt und in solcher Weise im umgekehrten Sinne getrieben, dafs noch über die ursprüngliche Ruhelage hinaus Beschleunigung stattfindet. Die Zeit, welche zwischen den beiden angegebenen Ablenkungen verstreicht, ist dabei natürlich entschieden kleiner, wie die Schwingungsdauer des Galvanometers, welche letztere erst bei der folgenden Schwingung wieder in Kraft treten kann. Es findet also hier eine kurz dauernde Verlegung der Ruhelage des Galvanometers statt, d. h. die Rückströmung dauert eine gewisse Zeit.

Es ist klar, dafs etwas ganz ähnliches auch bei dem gewöhnlichen Beobachtungsverfahren vorgehen mufs, wo die Flüssigkeit den einzigen Schlufs des Inductionskreises bildet. Und in der That läfst sich dabei, wenn man aufser der ersten für die Widerstandsberechnung oben benutzten Ablenkung auch die nächstfolgenden in Betracht zieht, eine geringe anfängliche Verrückung der Ruhelage in diesem Sinne constatiren. Hierdurch ist nun eine gewisse Unsicherheit in die Beobachtung gebracht, die jedoch nur klein ist. Bei dem grofsen Inductor ging die aus den drei ersten Ablenkungen (unter Berücksichtigung der Dämpfung) berechnete Verrückung der Ruhelage nach mehrfachen Versuchen bis zu 3 Proc. der ersten Ablenkung,

bei dem kleineren Inductor mit weniger innerem Widerstand bis zu fast 6 Proc. Die gröfseren Beeinflussungen finden für kleinere Ablenkungen, wo zu dem inneren Inductorwiderstande ein bedeutender Flüssigkeitswiderstand tritt, statt. Die Zahlen für den grofsen Inductor unter sich verglichen und ebenso die für den kleinen Inductor sind also keinenfalls in ihren allgemeinen Verhältnissen hierdurch erheblich alterirt, und auch das über das Verhältnifs des grofsen Inductors zum kleinen Gesagte wird nicht berührt, da es ja eine bessere Leitung der Flüssigkeiten unter Anwendung des kleinen Inductors aussprach. Es sey noch erwähnt, dafs bei dem kleineren Inductor mit der Rückströmung ein sehr deutliches Zittern des Galvanometers während seiner Schwingungen zusammenhing.

Die Versuche mit der Differentialgalvanometervorrichtung habe ich nun in grofser Ausdehnung für alle verschiedenen Umstände durchgeführt und die beschriebenen Erscheinungen beim Alkohol und bei Zinkvitriollösung sowohl zwischen blanken, als auch zwischen platinirten Platinelektroden gefunden, dagegen kaum mehr bei Zinkvitriollösung zwischen amalgamirten Zinkplatten. Für bifilare Drahtrollen in beiden Zweigen des Differentialgalvanometers zeigte sich nichts dergleichen.

Der Entladungscharakter, den der Durchgang der Inductionsströme durch Flüssigkeiten trägt, dürfte durch das Vorangehende sehr wahrscheinlich gemacht seyn.

Nach den Ergebnissen dieser Untersuchung sind die Bewegungsvorgänge stark gespannter Ströme in Schliefsungskreisen, die eine Flüssigkeit enthalten, nicht wenig complicirt. Die folgenden Differentialgleichungen würden das Problem, wie es bei den Versuchen vorlag, ganz allgemein ausdrücken: Es sey

P das Potential des inducirten Kreises auf sich selbst,
P_1 das des inducirenden auf sich selbst,
P_2 das des letzteren auf den ersteren,
i die zur Zeit t im inducirten Kreise herrschende Stromesintensität,

J die im inducirenden Kreise herrschende,
E die elektromotorische Kraft der Batterie im inducirenden Kreise,
W der Widerstand des inducirenden Kreises,
w der Drahtwiderstand des inducirten,
c die Capacität des als Condensator aufgefafsten und durch die Inductionsspirale rückwärts verbundenen Flüssigkeitsapparates,
Q die Differenz der Potentiale an dessen beiden Belegen,
v der Widerstand der Isolirschicht des Condensators,

so gilt für den Fall des Schliefsungsinductionsstromes das folgende System von Gleichungen, woraus für den Fall des Oeffnungsinductionsstromes nur E zu streichen ist:

$$wi = - P\frac{di}{dt} - P_2\frac{dJ}{dt} - Q \quad . \ . \ . \quad (1).$$

$$WJ = E - P_1\frac{dJ}{d} - P_2\frac{di}{dt} \quad . \ . \ . \quad (2).$$

$$i - \frac{Q}{v} = c\,\frac{dQ}{dt} \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (3).$$

Die beiden ersten Gleichungen drücken die Gesammtsumme der wirksamen elektromotorischen Kräfte (unter Vernachlässigung der Gegenkraft der Polarisation) jedesmal durch die vorhandene Intensität multiplicirt mit dem Widerstande aus, während die dritte Gleichung die Differenz der durch den Draht des Inductionskreises und durch die Flüssigkeit getriebenen Elektricitäten in jedem Moment der gleichzeitigen Anhäufung im Condensator gleichsetzt. In diesen Gleichungen ist nun c als wesentlich abhängig von der Polarisation zu denken, d. h. den Versuchen gemäfs nicht nur abhängig von i, sondern auch von $\frac{di}{dt}$; ebenso ist $\frac{1}{v}$ variabel. Es ist ersichtlich, dafs selbst die einfachsten in diesen Richtungen gemachten Annahmen, die doch nur willkürlich seyn könnten, schon bedeutende analytische Schwierigkeiten bieten würden. Vor einer eingehenderen theoretischen Behandlung dürfte deshalb zunächst noch eine weitere Ausdehnung des Versuchsfeldes wünschenswerth erscheinen.

Nachschrift.

Ich darf vielleicht diese Gelegenheit benutzen, um einer etwas irrthümlichen Auffassung zu begegnen, welche kürzlich Hr. G. Wiedemann [1]) über die Hypothese geäufsert hat, die ich vor einiger Zeit in Betreff des galvanischen Leitungswiderstandes veröffentlichte [2]). Nach dieser Hypothese sollten elektrische Atmosphären die Körpermolecüle umgeben und an ihren Bewegungen mehr oder weniger Antheil nehmen. In einem durch ein Metall gehenden Strome sollte dann die elektromotorische Kraft Elektricitätstheilchen aus der Atmosphäre eines Körpertheilchens in die eines benachbarten Körpertheilchens überführen und dabei um so mehr Widerstand finden, je mehr dieses Hinüberwandern durch die Beschaffenheit des Leiters erschwert sey. Ich kam zu dem Schlusse, dafs, falls ein elektrisches Theilchen aus der Atmosphäre eines Körpertheilchens in die eines andern übergeführt werden solle, von den elektromotorischen Kräften den inneren Körperkräften gegenüber aufser der blofsen Ortsveränderung dieses Theilchens auch die Bewegungsänderung geleistet werden müsse, welche einer Stellung in der einen oder anderen Atmosphäre eventuell entspreche und dafs darin die Hauptbedeutung des Widerstandes liege.

Hr. Wiedemann versteht diese Hypothese und zwar wohl wesentlich den zuletzt citirten Satz nun so, dafs die Arbeit, welche bei der Aenderung der Bewegungsrichtung des elektrischen Theilchens geleistet werde, dem Widerstande entsprechen solle. Ich habe jedoch nirgends von wirklich *geleisteter Arbeit* gesprochen und glaube auch nicht, dafs diese im Sinne meiner Hypothese über die eigentliche Bedeutung des Widerstandes überhaupt Auskunft geben kann. Die ***geleistete Arbeit kann nur dann als Maafs des Widerstandes dienen, wenn man ein und dieselbe bestimmte Stromesstärke im Auge behält.*** Bezieht man aber

1) Leipziger Berichte, 12. Febr. 1876.

2) Diese Annal. Bd. 153, S. 411.

die Betrachtung, wie es in meiner Hypothese geschehen mufs, auf *eine und dieselbe bestimmte elektromotorische Kraft*, so ist *die geleistete Arbeit dem Widerstande umgekehrt proportional.* Was Hr. Wiedemann deshalb in Betreff der wirklich hinüberwandernden Elektricitätstheilchen, welche die Stromesstärke bedingen, sagt, ist zwar ganz richtig, trifft aber nicht den Punkt, um den es sich hier handelt. Es kommt vielmehr darauf an, dafs die Bewegungszustände der elektrischen Theilchen ein Hindernifs für das reichlichere Hinüberwandern selbst sind und dafs sie also, je intensiver sie ausgeprägt sind, um so weniger die gegebene elektromotorische Kraft zum wirklichen Arbeiten (Fortbewegung, d. h. Hinüberschaffung der elektrischen Theilchen in ihrem Sinne) kommen lassen. Auf diese Weise nimmt die Zahl der in einer bestimmten Zeit durch eine bestimmte elektromotorische Kraft hinübergeschaffter Theilchen mit wachsender Intensität der Eigenbewegung der Theilchen ab, d. h. der Widerstand wächst.

Wenn Hr. Wiedemann dann weiter an Stelle dieser Hypothese „eine Art Reibung der Elektricitätstheilchen an den Körpermolecülen" setzen und damit den Widerstand erklären will, so bin ich ganz und gar damit einverstanden, glaube aber, dafs diese „Reibung" ohne speciellere Definition doch wohl kaum mehr als einen anderen Ausdruck für Widerstand selbst bedeutet, dafs dagegen eine nähere Definition derselben gerade in meiner Hypothese liegen könnte. Wenigstens war es deren eigentlicher Zweck, von dieser Reibung, d. h. von dem Anhaften der Elektricitätstheilchen an den Körpertheilchen, ein bestimmteres Bild zu geben.

Darmstadt, den 1. Mai 1876.

V. *Beiträge zur Elektrodynamik; von Theodor Wand,*

Consistorialrath in Speyer.

Im 6. Heft des Jahrganges 1875 ist ein Aufsatz von Hrn. C. Neumann über das Weber'sche Gesetz erschienen, der mich veranlafst, die Aufmerksamkeit der geehrten Leser dieser Zeitschrift wiederholt auf diesen Gegenstand zu lenken.

Meine Ueberzeugung ist nämlich in Uebereinstimmung mit Hrn. Helmholz und entgegen Hrn. Neumann, dafs das Weber'sche Gesetz aufgegeben werden mufs. Diese Ueberzeugung habe ich bereits im Jahre 1874 in einem gröfseren Aufsatze über die Elektrodynamik ausgesprochen, der im Carl'schen Repertorium in München erschienen ist. Dieser Aufsatz ist indefs der Aufmerksamkeit der Fachmänner vielfach entgangen[1]), weshalb es mir gestattet seyn möge, hier im wesentlichen das zu wiederholen, was ich dort gegen das Weber'sche Gesetz gesagt habe und was nach meiner Ansicht wenigstens dieses Gesetz als gänzlich unhaltbar erscheinen läfst.

Im Jahre 1873 mit dem Studium der Elektrodynamik beschäftigt, bat ich Hrn. Kirchhoff mich mit den neuesten Forschungen auf diesem Gebiete bekannt zu machen und wurde durch ihn auf den Aufsatz von Hrn. Helmholtz im Borchardt'schen Journal aufmerksam gemacht, worin das labile Gleichgewicht der Elektricität nachgewiesen wird. Nach aufmerksamem Studium dieses Aufsatzes war ich der Ansicht, dafs das Weber'sche Gesetz als unhaltbar aufgegeben werden müsse. Aber auch das von Hrn. Helmholtz vorgeschlagene Potentialgesetz konnte mich nicht befriedigen, da ich mir durch dasselbe die Rotationserscheinungen nicht erklären konnte. Ich kehrte daher zu

1) Ein Exemplar, welches ich mir erlaubte, Hrn. C. Neumann zuzusenden, scheint nicht an seine Adresse gelangt zu sein.

dem Weber'schen Gesetze zurück, indem ich mich zu der Ansicht hinneigte, dafs bei der Entwicklung des Helmholtz'schen Resultates dennoch ein Rechnungsfehler untergelaufen sein müsse. In der That sind auch die Differentialgleichungen, deren sich Hr. Helmholtz bedient, auf Voraussetzungen gebaut, die nach dem Weber'schen Gesetze nicht stattfinden. Wenn sich nämlich die Elektricität verdichtet, so kann auch nicht überall gleich viel positive und negative Elektricität vorhanden sein, wie die erwähnten Differentialgleichungen voraussetzen, sondern es mufs sich bald ein Ueberschufs von positiver oder negativer Elektricität an den verschiedenen Stellen des Raumes ergeben, der um so gröfser wird, je länger die Bewegung dauert; es mufs sich sogar an einzelnen Stellen der ganze Vorrath an positiver oder negativer Elektricität ganz rasch erschöpfen. Will man nun diesen *wesentlichen* Umstand nicht vernachlässigen, so stöfst man nicht blos auf sehr complicirte Differentialgleichungen, sondern mufs noch überdiefs für beide Arten der Elektricität gesonderte Differentialgleichungen aufstellen. Ich suchte mir nun das Problem durch die Annahme zu vereinfachen, dafs sich immer gleiche Quantitäten positiver und negativer Elektricität nach entgegengesetzten Richtungen bewegen. Zunächst nun entwickelte ich das Potential und fand, dafs dasselbe wirklich auch für die mit Verdichtung verbundene Bewegung mit der Zeit negativ werden könne. Allein dieses Resultat führt, so zu sagen, aus dem Regen in die Traufe, denn da für den Anfang der Bewegung, wo sich noch keine freie Elektricität angesammelt hat, wie auch die Darstellung des Hrn. Helmholtz zeigt, das Potential entschieden positiv wird, so giebt dieses Resultat an, dafs die Bewegung, wenn sie *ohne Aufwand von Kraft* eine Zeit lang gedauert hat, unter Umständen wieder aufhören kann. Ueber den Grund dieses unsinnigen Resultates war ich denn auch nicht lange im Zweifel. Das Weber'sche Potential lautet nämlich, wenn man zwei Massentheilchen, die auf einander wirken durch m_1 und

m_2, ihre Entfernung durch r und die bekannte Constante wie üblich, durch A bezeichnet, endlich die Geschwindigkeit durch v:

$$\sum \frac{m_1 v^2}{2} = \tfrac{1}{2} \sum\sum - \frac{m_1 m_2}{r} + \tfrac{1}{2} \sum\sum \frac{A^2 m_1 m_2}{2r} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

oder:

$$\sum \frac{m_1}{2} \left[\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dt}\right)^2\right] = -\tfrac{1}{2} \sum\sum \frac{m_1 m_2}{r}$$
$$+ \tfrac{1}{2} \sum\sum \frac{A^2 m_1 m_2}{2r} \left[\frac{dr}{dx_2}(x_2 - x_1)' + \frac{dr}{dy_2}(y_2 - y_1)' + \frac{dr}{dz_2}(z_2 - z_1)'\right]^2.$$

Hierbei sind zur Abkürzung die Differentialquotienten nach der Zeit durch Kommata bezeichnet.

Das Weber'sche Gesetz giebt also die auf der linken Seite stehende lebendige Kraft in einer unentwickelten Gleichung. Das einfachste Beispiel einer solchen ist:

$$mv^2 = C - m\alpha v^2.$$

Nach oberflächlicher Anschauung würde diese Gleichung sagen, dafs das Potential bei fortwährendem Wachsthum von v aus dem Positiven ins Negative übergeht, während man doch aus derselben ganz einfach

$$mv^2 = \frac{C}{1+\alpha}$$

erhält. Derselbe Umstand findet aber auch bei den Kräften statt. Setzt man zur Vereinfachung voraus, dafs für den Anfangszustand weder freie Elektricität noch eine Strömung vorhanden sey, so hat man für die Kraft, welche zwischen dem im Punkte 1 befindlichen positiven Theilchen m_1 und dem im Punkte 2 befindlichen positiven Theilchen m_2 wirkt:

$$\frac{m_1 m_2}{r^2} + \frac{2A^2 m_1 m_2}{\sqrt{r}} \left[\frac{d\sqrt{r}}{dx_2}(x''_2 - x''_1) + \frac{d\sqrt{r}}{dy_2}(y''_2 - y''_1) + \frac{d\sqrt{r}}{dz_2}(z''_2 - z''_1)\right].$$

Bezeichnet man die Coordinaten der im Punkte 2 sich bewegenden negativen Elektricität m_2 durch ξ_2, η_2, ζ_2, so

hat man für die Kraft, welche von der im Punkte 2 befindlichen negativen Elektricität auf die im Punkte 1 befindliche positive wirkt:

$$-\frac{m_1 m_2}{r^2} + \frac{2A^2 m_1 m_2}{\sqrt{r}}\left[\frac{d\sqrt{r}}{dx_2}(x''_1 - \xi''_2) + \frac{d\sqrt{r}}{dy_2}(y''_1 - \eta''_2) + \frac{d\sqrt{r}}{dz_2}(z''_1 - \zeta''_2)\right].$$

Addirt man und macht man zur weiteren Vereinfachung die Voraussetzung, dafs die negative Elektricität sich immer mit gleicher Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung, wie die positive bewegt, setzt man also $\xi''_2 + x''_2 = 0$ u. s. f., so erhält man für die Kraft, welche vom Punkt 2 aus auf die im Punkt 1 befindliche positive Elektricität wirkt, den Ausdruck:

$$\frac{2A^2 m_1 m_2}{\sqrt{r}}\left(\frac{d\sqrt{r}}{dx_2}x''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dy_2}y''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dz_2}z''_2\right).$$

Für die in der Richtung x wirkende Kraft erhält man:

$$4A^2 m_1 m_2\left(\frac{d\sqrt{r}}{dx_2}x''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dy_2}y''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dz_2}z''_2\right),$$

und schliefslich ergiebt sich für x''_1 die Gleichung:

$$x''_1 - 4A^2 \sum m^2\left(\frac{d\sqrt{r}}{dx_1}\frac{d\sqrt{r}}{dx_2}x''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dx_1}\frac{d\sqrt{r}}{dy_2}y''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dx_1}\frac{d\sqrt{r}}{dz_2}z''_2\right) = 0,$$

wobei sich die Summation über alle Punkte, mit Ausnahme des ersten, erstreckt. So fortschreitend erhält man für jeden Punkt 3 Gleichungen bezüglich der 3 Coordinatenrichtungen. Hat man also im Ganzen m Punkte, so ergeben sich 3 m lineare Gleichungen zur Bestimmung der 3 m entsprechenden Differential-Coëfficienten. Diese Gleichungen *können, müssen aber nicht* erfüllt werden durch die Annahme, dafs alle diese Differential-Coëfficienten gleich Null sind. Denn ist unter diesen Gleichungen eine mit einer der anderen identisch, oder allgemein gesprochen, ist die Determinante des Systems ihrer Coëfficienten gleich

Null, so sind zwar die verschiedenen Werthe dieser Differential-Coëfficienten in ihrem gegenseitigen Verhältnifs bestimmt, aber nicht ihrer Gröfse nach, und es ergiebt sich das Resultat, *dafs nach dem Weber'schen Gesetze aus dem Gleichgewichtszustande heraus beliebige elektromotorische Kräfte entstehen können.* Dies ist denn auch in der That der Fall, wie im Folgenden nachgewiesen werden soll.

Ersetzt man das Summenzeichen oben durch das Integralzeichen, so erhält man:

$$x''_1 - 4A^2 \int \left(\frac{d\sqrt{r}}{dx_1} \frac{d\sqrt{r}}{dx_2} x''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dx_1\, dy_2} y''_2 + \frac{d\sqrt{r}}{dx_1\, dz_2} z''_2 \right).$$

Die Integration erstreckt sich hierbei auf den ganzen mit Elektricität erfüllten Raum und unter dem Integralzeichen ist nur der Punkt 2 veränderlich. Nun ist, wie man leicht findet:

$$4 \frac{d\sqrt{r}}{dx_1} \frac{d\sqrt{r}}{dx_2} = -\frac{1}{r} - \frac{d^2 r}{dx_1\, dx_2}$$

$$4 \frac{d\sqrt{r}}{dx_1} \frac{d\sqrt{r}}{dy_2} = \quad - \frac{d^2 r}{dx_1\, dy_2}$$

$$4 \frac{d\sqrt{r}}{dx_1} \frac{d\sqrt{r}}{dz_2} = \quad - \frac{d^2 r}{dx_1\, dz_2}.$$

Setzt man weiter zur Abkürzung:

$$x'' = u; \quad y'' = v; \quad z'' = w,$$

so hat man:

$$\left.\begin{aligned} u_1 + A^2 \int \frac{u_2}{r} + A^2 \frac{d}{dx_1} \int \left(\frac{dr}{dx_2} u_2 + \frac{dr}{dy_2} v_2 + \frac{dr}{dz_2} w_2 \right) &= 0 \\ v_1 + A^2 \int \frac{v_2}{r} + A^2 \frac{d}{dy_1} \int \left(\frac{dr}{dx_2} u_2 + \frac{dr}{dy_2} v_2 + \frac{dr}{dz_2} w_2 \right) &= 0 \\ w_1 + A^2 \int \frac{w_2}{r} + A^2 \frac{d}{dz_1} \int \left(\frac{dr}{dx_2} u_2 + \frac{dr}{dy_2} v_2 + \frac{dr}{dz_2} w_2 \right) &= 0 \end{aligned}\right\} (1).$$

Der weiteren Discussion dieser Gleichungen mufs der Satz vorausgeschickt werden:

Bedeuten u, v, w drei physische Functionen der Raumcoordinaten, d. h. drei Functionen, die sich nicht ins unendliche erstrecken und nirgends unendlich oder discontinuirlich sind, so lassen sich diese Functionen in je zwei:



$$u = u' + u''; \quad v = v' + v''; \quad w = w' + w''$$

zerlegen, welche die Eigenschaft haben:

$$\frac{du'}{dx} + \frac{dv'}{dy} + \frac{dw'}{dz} = 0$$

$$u'' = \frac{dp}{dx}; \; v'' = \frac{dp}{dy}; \; w'' = \frac{dp}{dz}.$$

Kürzer habe ich diesen Satz in der oben citirten Abhandlung auch ausgedrückt. Jede Bewegung läſst sich in eine wirbelnde und strahlende zerlegen. (Innerhalb einer geschlossenen Oberfläche läſst sich diese Zerlegung in der Weise ausführen, daſs die wirbelnde Bewegung überall längs der Oberfläche hingleitet.)

Für den unendlichen Raum vollzieht sich diese Zerlegung leicht. Man hat nämlich:

$$\Delta^2 p = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz},$$

und nach der Potentialtheorie:

$$p = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{\Delta^2 p}{r}$$

über den unendlichen Raum integrirt. Nun hat man ebenfalls über den unendlichen Raum integrirt

$$\int \Delta^2 p = \int\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right) = \int\Big(u \cos(rx)$$

$$+ v \cos(ry) + w \cos rz)\Big) d\varsigma = 0,$$

weil ja der Voraussetzung nach in unendlicher Entfernung die Functionen u, v, w, verschwinden. In unendlicher Entfernung hat man daher:

$$p = \frac{Fx' + Gy' + Hz'}{r^2},$$

wobei F, G, H Constante und x', y', z' die Richtungscosinus bedeuten.

Wir kehren nunmehr zu den Gleichungen (1) zurück und bestimmen die Function

$$\int\left(\frac{dr}{dx}u + \frac{dr}{dy}v + \frac{dr}{dz}w\right) = \Psi.$$

Zunächst ergiebt sich:

$$\int\left(\frac{dr}{dx}u'+\frac{dr}{dy}v'+\frac{dr}{dz}w'\right)=\int rn'd\varsigma,$$

wenn man die wirbelnde Bewegung in der Richtung der Normale mit n' bezeichnet. Es ist nun weiter

$$n'=-\frac{dp}{dn}$$

in unendlicher Entfernung; man hat daher auf einer unendlich grofsen Kugelfläche vom Radius R:

$$n'=\frac{2(Fx'+Gy'+Hz')}{R^3},$$

woraus folgt, wenn man $d\varsigma=R^2dw$ setzt:

$$\int rn'd\varsigma=\int(Fx'+Gy'+Hz')dw=0.$$

Der von der wirbelnden Bewegung herrührende Theil des Integrals Ψ verschwindet also.

Der von der strahlenden Bewegung herrührende Theil wird:

$$\int\left(\frac{dr}{dx}\frac{dp}{dx}+\frac{dr}{dy}\frac{dp}{dy}+\frac{dr}{dz}\frac{dp}{dz}\right)=\int p\frac{dr}{dn}d\varsigma-\int p\Delta^2r.$$

Ueber eine unendliche Kugelfläche integrirt, verschwindet auch hier das Integral:

$$\int p\frac{dr}{dn}d\varsigma,$$

und man hat schliefslich:

$$\Psi=-\int p\Delta^2r=-2\int\frac{p}{r}.$$

Wir haben jetzt noch das erste Integral in den Gleichungen (1) zu behandeln. Nun ist

$$\int\frac{dp_2}{rdx_2}=\int\frac{p_2\cos(nx)}{r}d\varsigma-\int p_2\frac{d}{dx_2}\left(\frac{1}{r}\right).$$

Auch hier verschwindet das erste Integral rechts, wenn man über eine Kugel von unendlichem Radius integrirt, und da

$$\frac{d}{dx_2}\left(\frac{1}{r_{12}}\right)+\frac{d}{dx_1}\left(\frac{1}{r_{12}}\right)=0$$

ist, hat man

$$\int\frac{dp_2}{rdx_2}=\frac{d}{dx_1}\int\frac{p}{r}.$$

Alles zusammengefafst, erhält man schliefslich:

$$u' + \frac{dp}{dx} + A^2 \int \frac{u'}{r} - A^2 \frac{d}{dx_1} \int \frac{p}{r} = 0.$$

Setzt man weiter zur Abkürzung

$$U' = \int \frac{u'}{r}; \quad P = \int \frac{p}{r},$$

so werden die Gleichungen (1) zu:

$$\left.\begin{aligned} u' + \frac{dp}{dx} + A^2 U' - A^2 \frac{dP}{dx} = 0 \\ v' + \frac{dp}{dy} + A^2 V' - A^2 \frac{dP}{dy} = 0 \\ w' + \frac{dp}{dz} + A^2 W' - A^2 \frac{dP}{dz} = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (2).$$

Hierbei ist noch die Bemerkung wesentlich, dafs P nirgends unendlich wird, denn es ist

$$P = \int \frac{p}{r} = \tfrac{1}{2} \int p \Delta^2 r = \tfrac{1}{2} \int r \Delta^2 p,$$

wie man nach den Green'schen Sätzen leicht findet. Löst man

$$r = \sqrt{[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_1 - z_2)^2]}$$

in eine Reihe auf und bezeichnet man die Entfernung des Punktes 1 vom Coordinatencentrum durch ϱ_1, die Entfernung des Punktes 2 von diesem Centrum durch ϱ_2, die Richtungscosinus durch $x'_1\, y'_1\, z'_1$, $x'_2\, y'_2\, z'_2$, so hat man

$$r = \varrho_1 - (x'_1 x'_2 + y'_1 y'_2 + z'_1 z'_2)\varrho_2 \ldots$$

Da nun, wie wir bereits oben gesehen haben

$$\int \Delta^2 p = 0,$$

so bleibt das Integral P in der That endlich auch in unendlicher Entfernung.

Nun ist weiter

$$\int\left(u' \frac{dP}{dx} + v' \frac{dP}{dy} + w' \frac{dP}{dx}\right) = \int P n' d\varsigma = 0$$

über eine unendlich grofse Kugel integrirt. Ebenso ist

$$\int\left(U' \frac{dp}{dx} + V' \frac{dp}{dy} + W' \frac{dp}{dz}\right) = 0$$

über eine unendlich grofse Kugel integrirt. Denn $U'\,V'\,W'$ sind in unendlicher Entfernung unendlich klein und

$$\frac{dU'}{dx}+\frac{dV'}{dy}+\frac{dW'}{dz}=0.$$

Es ist nämlich:

$$\frac{dU'}{dx}=\frac{d}{dx_1}\int\frac{u'_2}{r}=-\int u'_2\frac{d}{dx_2}\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$=-\int\frac{1}{r}u'_2\cos(nx)\,d\varsigma+\int\frac{1}{r}\frac{du'_2}{dx'_2}.$$

Das erste der beiden letzten Integrale verschwindet über eine unendliche Kugelfläche integrirt und aus dem zweiten Integral ergiebt sich leicht der zu beweisende Satz.

Multiplicirt man nun die drei Gleichungen (2) mit $u'\,v'\,w'$ addirt und integrirt, so erhält man:

$$\int(u'^2+v'^2+w'^2)+A^2\int(u'U'+v'V'+w'W')=0.$$

Weiter ist $u'=-\frac{1}{4\pi}\Delta^2 U'$ gemäfs der Definition von U' u. s. f. also:

$$\int u'U'=-\frac{1}{4\pi}\int U'\Delta^2 U'=\int\left[\left(\frac{dU'}{dx}\right)^2+\left(\frac{dU'}{dy}\right)^2+\left(\frac{dU'}{dz}\right)^2\right].$$

Bezeichnet man den letzten eingeklammerten Ausdruck einfach durch $(\Delta U')^2$, so hat man:

$$\int(u'^2+v'^2+w'^2)+\frac{A^2}{4\pi}\int[(\Delta U')^2+(\Delta U')^2+(\Delta W')^2]=0,$$

welche Gleichung erfordert:

$$u'=0;\quad v'=0;\quad w'=0.$$

Die Gleichungen (2) reduciren sich daher schliefslich auf eine einzige:

$$p-A^2P+C=0,$$

und hieraus erhält man

$$\Delta^2 p+4\pi A^2 p=0.$$

Diese Differentialgleichung erfordert nicht mehr $p=0$, sondern wird auch durch wirkliche Functionen aufgelöst. Setzt man zur Vereinfachung $4\pi A^2=\gamma^2$ und setzt man weiter voraus, dafs p blofs eine Function von ϱ, der Entfernung vom Centrum sey, so wird diese Gleichung aufgelöst durch:

$$p = \frac{\sin\gamma\varrho}{\varrho}.$$

Berechnet man nun das Integral P innerhalb einer Kugel vom Radius R, so erhält man für alle Punkte innerhalb dieser Kugel:

$$P = 4\pi\left(\frac{\sin\gamma\varrho}{\gamma^2\varrho} - \frac{4\pi\cos\gamma R}{\gamma}\right),$$

und für alle Punkte aufserhalb dieser Kugel:

$$P = \frac{4\pi(\sin\gamma R - \gamma\cos\gamma R)}{\gamma^2\varrho}.$$

Bestimmt man daher den Radius der Kugel so, dafs

$$\sin\gamma R - \gamma\cos\gamma R = 0$$

ist, so erfüllt die Function, welche von 0 bis R gleich

$$p = \frac{\sin\gamma\varrho}{\varrho}$$

und von da an gleich Null ist, die Gleichung (3).

Es stellt somit der Ausdruck

$$\frac{d}{d\varrho}\left(\frac{\sin\gamma\varrho}{\varrho}\right) = \frac{\gamma\cos\gamma\varrho}{\varrho} - \frac{\sin\gamma\varrho}{\varrho^2}$$

eine von den unendlich vielen Arten vor, auf welche aus dem Gleichgewichtszustande heraus nach dem Weber'schen Gesetze die Elektricität in Bewegung gerathen kann. *Der Weber'sche Ausdruck für die zwischen den elektrischen Theilchen wirkende Kraft kann also unmöglich ein Naturgesetz darstellen.*

Ich glaube überhaupt, dafs alle Versuche, die elektrodynamischen Erscheinungen durch ein einfaches Gesetz der Wirkung zwischen den gleichnamigen und ungleichnamigen *Elektricitäten* zu erklären, fruchtlos bleiben. Es gilt dies namentlich auch von dem Versuche, welchen Hr. Clausius in einem der letzten Hefte dieser Zeitschrift unternommen hat, indem er für die zwischen zwei Elektricitätstheilchen e und e' wirkende Kraft (d. i. für ihre Componenten) folgende Ausdrücke setzt:

$$\frac{1}{ee'}X = \frac{\xi}{r^3} - k\left(\frac{\xi}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\xi}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\xi}{dt}\right),$$

$$\frac{1}{ee'}Y = \frac{\eta}{r^3} - k\left(\frac{\eta}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\eta}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\eta}{dt}\right),$$

$$\frac{1}{ee'}Z = \frac{\zeta}{r^3} - k\left(\frac{\zeta}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\zeta}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\eta}{dt}\right).$$

Hierbei sind X, Y, Z die Componenten der Kraft, v und v' die absoluten Geschwindigkeiten; $\xi=(x-x')$, $\eta=(y-y')$, $\zeta=(z-z')$, ε der Winkel vv', k und n sind Constanten, n beliebig, wahrscheinlich gleich Null.

Dafs dieses Gesetz dem Princip der Erhaltung der Kraft widerspricht, läfst sich leicht nachweisen. Multiplicirt man nämlich die erste Gleichung mit $\frac{d\xi}{dt}$, die zweite mit $\frac{d\eta}{dt}$, die dritte mit $\frac{d\zeta}{dt}$ und addirt, so erhält man für den Zuwachs der Arbeit ee' mal

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\right) + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\right)\left[\cos\varepsilon\,vv' + \left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right]$$

$$+\frac{k}{2r}\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\left[-\frac{1}{r} + \frac{k}{2r}\left(\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right)\right]$$

$$+\frac{k}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\right)\left[2\cos\varepsilon\,vv' + \left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right].$$

Nun ist

$$\cos\varepsilon\,vv' = \frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt}.$$

Setzt man $e=e'$, so sind die Coordinaten des Schwerpunktes der beiden Elektricitätsmassen:

$$x_0 = \frac{x+x'}{2};\quad y_0 = \frac{y+y'}{2};\quad z_0 = \frac{z+z'}{2},$$

und wenn man die absolute Geschwindigkeit des Schwerpunktes mit v_0 bezeichnet, so hat man

$$4v_0^2 - \left[\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right] = 4\cos\varepsilon\, v\, v'.$$

Die Zunahme der Arbeit berechnet sich somit zu ee' mal:

$$\frac{d}{dt}\left[-\frac{1}{r} + \frac{k}{2r}\left(\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right)\right]$$
$$+\frac{k}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\right)\left[2v_0^2 + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right)\right].$$

Nun entspricht zwar der erste Theil dieses Ausdruckes dem Princip der Erhaltung der Kraft, aber nicht der zweite. Denn da die absolute Geschwindigkeit des Schwerpunktes ganz unabhängig ist von der relativen Bewegung der einzelnen Theile, so braucht man nur v_0^2 übereinstimmend periodisch mit $\frac{1}{r}$ sich verändern zu lassen, um eine periodische Bewegung zu erhalten, die fortwährend Arbeit erzeugt. Ist z. B. die relative Bewegung der beiden Punkte e und e' eine elliptische, so dafs man hat:

$$\xi = a\cos t, \quad \eta = b\sin t, \quad \zeta = 0,$$
$$r^2 = \xi^2 + \eta^2 = \frac{a^2+b^2}{2} + \frac{a^2-b^2}{2}\cos 2t,$$

so findet man für den zweiten Theil der Zunahme der Arbeit

$$\frac{k}{2}\frac{(a^2-b^2)\sin 2t}{r^3}\left[2v_0^2 + \frac{a^2+b^2}{4} - \frac{a^2-b^2}{4}\cos 2t\right].$$

Giebt man nun dem Schwerpunkte des Systems eine oscillirende Bewegung, so dafs $v_0^2 = A + B\sin 2t$ ist, so ergiebt sich, dafs bei einer solchen Bewegung die Arbeit beständig zunimmt.

Hr. Clausius motivirt die Einführung der absoluten Geschwindigkeiten in sein Gesetz dadurch, dafs er eine Wirkung des umgebenden Mediums (der Luft oder des umgebenden Weltäthers) auf die elektrisirten Theilchen annimmt. Man hätte also unter v und v' nicht die absoluten Geschwindigkeiten der Theilchen e und e' zu verstehen (absolute Geschwindigkeiten giebt es überhaupt nicht), sondern die relativen Geschwindigkeiten der Elek-

tricitätstheilchen und des Mediums. Nun bewegt sich aber auch das Medium selbst, und diese Bewegung des Mediums darf man nicht vernachlässigen. Weit entfernt also, auf dem Gebiete der elektrodynamischen Erscheinungen ein sicherer Führer zu sein, geleitet uns das neue Clausius'sche Gesetz in ein wahres Labyrinth von Schwierigkeiten, aus dem es gar keinen Ausweg giebt.

Wir sind überhaupt durch Nichts gezwungen, die elektrodynamischen Erscheinungen durch Kräfte zu erklären, welche zwischen den *Elektricitäten* zur Wirkung kommen. Die Annahme, dafs es zwei Elektricitäten giebt, welche sich gegeneinander bewegen, ist im Gegentheil sehr unwahrscheinlich und man thut gewifs gut daran, diese Annahme nur als eine *Fiction* anzusehen, welche die analytische Betrachtung der elektrischen Erscheinungen erleichtert.

So lange man überhaupt über das Wesen der Elektricität nichts näheres weifs, wird man sich auf die Beantwortung der Frage beschränken müssen, welches die Gesetze sind, nach denen elektrische Ströme durch Induction entstehen und in welcher Weise die Elemente, welche Träger von elektrischen Strömen sind, magnetisch (ponderomotorisch) aufeinander einwirken. Ist diese Frage erschöpfend beantwortet, dann mag die Wissenschaft weitere Schritte unternehmen, um die weitere Ursache der elektrischen Erscheinungen selbst zu ergründen.

Analytisch formulirt sich diese Aufgabe folgendermafsen: Welches sind die elektromotorischen und magnetischen (ponderomotorischen) Kräfte, welche zur Wirkung kommen, wenn die elektrischen Strömungen in einem System materieller Theilchen sowie die Bewegungen dieser Theilchen selbst gegeben sind?

In dieser Weise wurde das Problem von den meisten Physikern seither behandelt.

Es kann nun nicht Aufgabe des gegenwärtigen Aufsatzes sein, einen kritischen Ueberblick über verschiedene elektrodynamische Theorien zu geben; ich will mich viel-

mehr darauf beschränken, einige Bemerkungen über das sogenannte Potentialgesetz des Hrn. Helmholtz zu machen, da dieses Gesetz wegen des Ansehens, welches sein Urheber geniefst, der Gegenstand einer sehr lebhaften Discussion geworden ist, die namentlich auch in diesen Blättern geführt wird.

Das Helmholtz'sche Potentialgesetz hat hauptsächlich aus dem Grunde grofse Anfechtung erfahren, weil sich durch dasselbe die Rotationserscheinungen nicht leicht erklären lassen; auch ich gehöre zu denjenigen, welche das Helmholtz'sche Potentialgesetz verwerfen, wenn auch aus anderen Gründen, als viele andere Gegner dieses Gesetzes. So ist nach meiner Ansicht unanfechtbar, was Hr. Helmholtz über die Wirkung der Zwischenschicht in seinem Aufsatz über die Elektrodynamik im 78. Bande des Borchardt'schen Journals schreibt und ist keiner der von Hrn. Zöllner in dieser Zeitschrift veröffentlichten Versuche im Stande, Hrn. Helmholtz zu widerlegen, insofern man überhaupt das Vorhandensein einer solchen Zwischenschicht zugesteht. Ob nun aber *physikalisch* das Vorhandensein einer solchen Zwischenschicht, wie sie Hr. Helmholtz in seiner *analytischen* Behandlung der Rotationserscheinungen voraussetzt, sich überall nachweisen läfst, ist eine andere Frage, die mir in hohem Grade zweifelhaft erscheint. Hierin liegt *eine* grofse Schwierigkeit, auf welche man geführt wird, wenn man mit dem Potentialgesetz die Rotationsphänomene erklären will. Eine *zweite* weit gröfsere Schwierigkeit entsteht, wenn man das Potentialgesetz nicht auf die magnetischen, sondern auf die elektromotorischen Wirkungen anwendet. Nach dem Potentialgesetz ist nämlich die elektromotorische Kraft, die ein Strom in der Richtung x z. B. ausübt, proportional dem Ausdruck

$$\frac{d}{dt}\int\frac{i\,dx}{r},$$

wenn i die Intensität des bewegten oder veränderlichen Stromes, dx die x-Coordinate des Drahtstückes ds und r

die Entfernung des Elementes ds von dem Punkte bedeutet, für welchen man die elektromotorische Kraft bestimmen will. Bei einem Kreisstrom (oder Magneten) der um seine Achse rotirt, bleibt nun dieses Integral constant, sein Differentialcoëfficient nach der Zeit genommen ist Null und es kann keine elektromotorische Kraft auftreten. Tritt aber keine elektromotorische Kraft auf, so kann auch kein Strom entstehen. Nun entsteht aber, wie durch Versuche unwiderleglich nachgewiesen ist, ein Strom, wenn man einen Magneten rotiren läſst, während auf seiner Achse und auf seiner Oberfläche die Enden eines leitenden Drahtes schleifen.

Will man daher das Potentialgesetz aufrecht halten, so muſs man demselben eine Ergänzung zufügen, welche etwa lautet: Schleift in der Nähe eines rotirenden Magneten ein Stück leitenden Stoffes auf einem anderen Stück, so wird eine elektromotorische Kraft an der Gleitstelle inducirt, welche die und die Gesetze befolgt. Oder allgemeiner: haben die Theilchen eines leitenden flüssigen Stoffes die Geschwindigkeiten u, v, w, so wird durch Bewegung eines Stromes eine elektromotorische Kraft inducirt, welche proportional ist den Verschiebungscoëfficienten

$$\frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}, \frac{du}{dz}, \frac{dv}{dx} \text{ u. s. f.}$$

Macht man aber den Versuch, eine solche Ergänzung dem Potentialgesetz zuzufügen, so geräth man nicht blos auf den unsicheren Boden von unmotivirten Hypothesen, sondern der Hauptzweck des Potentialgesetzes, eine einfache leicht zu übersehende Regel zur Bestimmung der elektrodynamischen Erscheinungen darzustellen, geht überdies verloren.

Weit mehr noch, als durch diese Gründe wird aber das Potentialgesetz durch einen Versuch erschüttert, welchen Hr. Helmholtz selbst angestellt und in einer in der Sitzung der Berliner Akademie vom 17. Juni 1875 verlesenen Abhandlung[1]) beschrieben hat. Durch diesen Ver-

1) Hr. Helmholtz hatte die Güte, mir einen Abdruck dieser Abhandlung zu übersenden.

such wird mit Hülfe eines Condensators nachgewiesen, dafs in der That *auch ohne Gleitstelle* in einem Conductor, der in der Nähe eines Magneten rotirt, eine elektromotorische Kraft wirkt. Auch Hr. Helmholtz erkennt in dieser Abhandlung an, dafs dieser Versuch das Potentialgesetz unhaltbar erscheinen läfst, indem er den Vorbehalt ausspricht, mit Hülfe der Faraday-Maxwell'schen Theorie dem Potentialgesetz einen Zusatz zu geben, der es auch mit diesem Versuch in Einklang bringt.

Bei diesem Stand der Sache möchte ich mir daher erlauben, die Aufmerksamkeit der Fachmänner auf das Elementargesetz zu lenken, welches ich in dem oben erwähnten im Jahre 1874 erschienenen Aufsatze aufgestellt habe, da dieses Elementargesetz alle Schwierigkeiten löst, welche sich bis jetzt in der Elektrodynamik ergeben haben. Dieses Gesetz lautet folgendermafsen:

I. *Die elektromotorische Kraft, welche von einem Volumelement 1 aus im Punkte 2 wirkt, ist gleich diesem Volumelement multiplicirt mit:*

$$\frac{A^2}{\sqrt{r}}\left(\frac{4\,d^2\sqrt{r}}{ds_1\,dt}\,i_2 - 2\,\frac{d\sqrt{r}}{dt}\,\frac{d\varepsilon_1}{dt} + 2\,\frac{d\sqrt{r}}{ds_1}\,\frac{di_1}{dt}\right) + A^2\,\frac{d^2\varepsilon_1}{dt^2} + \frac{\varepsilon_1}{r^2},$$

und geht in der Richtung von 1 zu 2.

II. *Die magnetische Kraft, welche zwischen zwei Volumelementen wirkt, die sich in den Punkten 1 und 2 befinden, ist gleich dem Producte dieser Volumelemente mal:*

$$\frac{A^2}{\sqrt{r}}\cdot\frac{4\,d^2\sqrt{r}}{ds_1\,ds_2}\,i_1\,i_2 + A^2\,\frac{d\varepsilon_1}{dt}\,\frac{d\varepsilon_2}{dt} + \frac{\varepsilon_1\,\varepsilon_2}{r^2},$$

und sucht in der Richtung der Verbindungslinie die Elemente zu entfernen.

Hierbei bedeutet A die bekannte elektromagnetische Constante, r die Entfernung der Punkte 1 und 2, i_1 und i_2 sind die Intensitäten der Strömung in den Punkten 1 und 2, s_1 und s_2 die Richtungen der Strömungen i_1 und i_2, e_1 und e_2 die Dichtigkeit der freien Elektricität in den Punkten 1 und 2, t die Zeit.

Dieses Gesetz ist mit Ausnahme derjenigen Glieder, welche eine Wirkung der frei werdenden Elektricität (ich möchte sagen der Elektricität in statu nascenti) angeben, ganz dasselbe, wie dasjenige, welches aus der Weber'schen Hypothese folgt.

Aehnliche Ausdrücke für die Wirkung der frei werdenden Elektricität ergeben sich auch aus dem Potentialgesetz des Hrn. Helmholtz. Mein Elementargesetz unterscheidet sich indeſs in einem wesentlichen Punkte von jenem Gesetz.

Ich lege nämlich den Betrachtungen, welche mich zu obigem Elementargesetz geführt haben, auſser dem Princip von der Erhaltung der Kraft noch ein weiteres Princip zu Grunde, welches ich in dem oben erwähnten Aufsatze *das Princip der Erhaltung des Magnetismus* genannt habe. Geht man nämlich von der Hypothese aus, daſs die Elemente des Eisens elektrische Ströme enthalten, welche ohne Widerstand kreisen, so muſs man annehmen, daſs kein elektrischer Kreisproceſs im Stande ist, diese Ströme zu verändern; denn auſserdem wäre es ja möglich, durch einen solchen Kreisproceſs die magnetische Eigenschaft des Eisens zu vernichten. Soll nun kein Kreisproceſs im Stande seyn, eine solche Wirkung zu äuſsern, so muſs die in einem geschlossenen Stromleiter inducirte elektromotorische Kraft analytisch gesprochen gleich

$$\frac{dF}{dt}$$

sein, wobei F eine Function bedeutet, die nur von den elektrischen Zuständen abhängt. Dieser Ausdruck spricht nämlich aus, daſs dies Integral F der elektromotorischen Kraft in einem geschlossenen Leiter dasselbe wird, so oft derselbe elektrische Zustand wiederkehrt.

Diesem Gesetze wird aber auch Genüge geleistet, wenn man die in einer beliebigen Richtung x z. B. wirkende elektromotorische Kraft gleich

$$\frac{dF}{dt} + \frac{dG}{dx}$$

setzt. Denn durch Integration über eine geschlossene Curve verschwindet das zweite Glied.

Für einen geschlossenen oder ungeschlossenen Strom 1 giebt mein Gesetz insbesondere eine im Punkt 2 wirkende elektromotorische Kraft in der Richtung x, welche gleich ist:

$$-A^2 \frac{d}{dt}\int \frac{i_1 dx_1}{r} - A^2 \frac{d}{dx_2}\int \left(4 \frac{d\sqrt{r}}{ds_1}\frac{d\sqrt{r}}{dt} + \frac{d^2 r}{ds_1\, dt}\right) i_1 ds_1 + \frac{d\varphi}{dx_2}.$$

Hierbei bedeutet φ die Potentialfunction der freien Elektricität. Bewegt sich blos der Punkt 2 mit einer Geschwindigkeit, deren Componenten $\xi_2\ \eta_2\ \zeta_2$ sind, so wird diese elektromotorische Kraft:

$$-A^2 \frac{d}{dt}\int \frac{i_1 dx_1}{r} + A^2 \frac{d}{dx_2}\int \frac{(\xi_2 dx_1 + \eta_2 dy_1 + \zeta_2 dz_1)}{r} i_1 + \frac{d\varphi}{dx_2}.$$

Für eine Elementarcurve, deren Fläche f ist und deren Normale parallel mit der z-Achse ist, findet man:

$$\int \frac{dx_1}{r} = -f \frac{d}{dy_1}\left(\frac{1}{r}\right);\ \int \frac{dy_1}{r} = f \frac{d}{dx_1}\left(\frac{1}{r}\right);\ \int \frac{dz_1}{r} = 0.$$

Diese Elementarcurve stelle einen Elektromagneten dar Rotirt dieser um die z-Achse, oder was dasselbe ist, rotirt der Raum rückläufig um dieselbe Achse mit der Winkelgeschwindigkeit g, so hat man:

$$\xi_2 = g(y_2 - y_1);\ \eta_2 = -g(x_2 - x_1);\ \zeta_2 = 0$$

und das Integral, welches wir oben mit G bezeichnet hatten, wird gleich

$$-A^2 i_1 f g \left[(y_2 - y_1)\frac{d}{dy_1}\left(\frac{1}{r}\right) + (x_2 - x_1)\frac{d}{dx_1}\left(\frac{1}{r}\right)\right]$$
$$= A^2 i_1 f g \left[\frac{1}{r} - \frac{(z_1 - z_2)^2}{r^3}\right] = A^2 i_1 f g \frac{d^2 r}{dz_1^2}.$$

Für die magnetische Wirkung zwischen zwei Strömen habe ich in dem mehrfach erwähnten Aufsatze gefunden:

$$A^2 \iint i_1 i_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{\cos(s_1 s_2)}{r}\right) ds_1\, ds_2 + A^2 \int G_1 \frac{d\varepsilon_2}{dt} ds_2 + A^2 \int G_2 \frac{d\varepsilon_1}{dt} ds_1.$$

Der erste Theil dieser Wirkung ist derselbe, der aus dem Potentialgesetz folgt. Die den beiden letzten Integralen entsprechende Wirkung soll nun näher betrachtet werden.

Ist das Stromsystem 1 ein Magnet, so ist $\frac{d\varepsilon_1}{dt} = 0$; erstreckt sich ferner das Stromsystem 2 über den ganzen Raum, so wird das zweite Integral

$$\int G_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt}$$

und ist nun die Integration über den ganzen Raum zu vollziehen.

Ist das Rotationsmoment des Magneten um die z-Achse gleich M, so ist die Zunahme der magnetischen Wirkung

$$Mg \frac{dg}{dt} = \int G \frac{d\varepsilon}{dt} = A^2 i_1 f g \int \frac{d^2 r}{dz_1^2} \frac{d\varepsilon_2}{dt}$$

$$M \frac{dg}{dt} = A^2 i_1 f \int \frac{d^2 r}{dz_1^2} \frac{d\varepsilon_2}{dt}.$$

Der durch eine elektrische Entladung ertheilte Stoſs ist daher:

$$M\dot{g} = -A^2 i_1 f \frac{d^2}{dz_1^2} \int r\varepsilon,$$

wobei ε die Dichtigkeit der freien Elektricität vor der Entladung bedeutet.

Ist die Elektricität vor der Entladung in kugelförmigen concentrischen Schichten gelagert, so ist das Integral nur eine Function von ϱ, der Entfernung vom Centrum dieser Kugelschichten. Nun ist

$$\Delta^2 \int \varepsilon r = 2 \int \frac{\varepsilon}{r},$$

d. i. gleich dem doppelten Niveau der Elektricität; dies ist innerhalb der Hohlkugel constant gleich N; man hat daher:

$$\Delta^2 \int \varepsilon r = 2N = 2 \frac{d}{\varrho d\varrho} \int \varepsilon r + \frac{d^2}{d\varrho^2} \int \varepsilon r;$$

$$\int \varepsilon r = \frac{N\varrho^2}{3} + C = \frac{N(x^2 + y^2 + z^2)}{3} + C.$$

Befindet sich daher innerhalb einer Kugel, welche bis zum Niveau N mit Elektricität geladen ist, ein Elementarmagnet,

so erhält dieser durch die Entladung einen Stofs, welcher gleich ist

$$-\tfrac{2}{3}A^2 ifN,$$

und dieser Stofs sucht den Magneten um seine magnetische Achse zu bewegen.

Ist die Länge des Magneten gleich l, so ist der Stofs gleich

$$-\tfrac{2}{3}A^2 iflN.$$

Es handelt sich jetzt noch darum, die hier vorkommenden Ausdrücke gehörig zu bestimmen.

Nun ist die Wirkung zweier Elementarmagnete oder Elementarströme, wie sie hier in Betracht gezogen sind, gleich

$$A^2 ifi'f' \frac{d^2}{dn\,dn'}\left(\frac{1}{r}\right),$$

wenn n und n' die Richtungen der magnetischen Achsen beider Magnete bedeuten. Die Wirkung des Magneten von der Länge l und eines Elementarmagneten $i'f'$ gleich

$$\left[A^2 ifi'f' \frac{d}{dn'}\left(\frac{1}{r}\right)\right]_b^a,$$

wobei durch die Indices oberhalb und unterhalb der Klammer die Werthe angegeben sind, welche der eingeklammerte Ausdruck an den beiden Enden des Magneten erhält und die Klammer selbst andeutet, dafs man die Differenz dieser Werthe zu nehmen hat. Man sieht hieraus, dafs die Abstofsung eines Pols unseres Magneten und eines Pols eines identischen Magneten gegeben wird durch den Ausdruck

$$\frac{A^2 i^2 f^2}{r^2}.$$

Diese Kraft bedeutet die Geschwindigkeit, welche eine bestimmte Masse erhält, wenn sie eine Zeiteinheit lang dem Einflusse dieser Kraft unterworfen ist. Hält also der abstofsenden Kraft der beiden Magnetpole ein Gewicht m das Gleichgewicht und ist g die Endgeschwindigkeit eines frei fallenden Körpers nach einer Secunde, so hat man:

$$\frac{A^2 i^2 f^2}{r^2} = mg; \quad Aif = r\sqrt{mg}.$$

In ähnlicher Weise läſst sich das Niveau bestimmen. Ladet man zwei Kugeln vom Radius ϱ bis zum Niveau N, so ist die Quantität Elektricität, welche jede derselben enthält, gleich $N\varrho$ und ihre Abstoſsung in der Entfernung R ist

$$\frac{\varrho^2 N^2}{R^2} = \mu g; \quad R = \frac{R}{\varrho} \sqrt{\mu g};$$

und hierbei bedeutet μ wieder ein Gewicht, welches der Abstoſsung der beiden Kugeln gleichkömmt.

Der Stoſs, welchen der Magnet durch die Entladung erhält, berechnet sich also zu

$$-\frac{2}{3}\frac{A l r R g}{\varrho}\sqrt{m\mu}.$$

Nun ist Ag beiläufig gleich 1 : 30000000. Setzt man weiter beispielsweise die Kraft, welche eine elektrisirte Kugel von einem Centimeter Radius, die bis zum Niveau N elektrisirt ist, auf eine gleiche Kugel in der Entfernung von 10 Cm. ausübt, gleich 10 Gr., die Kraft des Magnetpols in der Entfernung von 5 Cm. gleich 1000 Grm., die Länge des Magneten 30 Cm., so hat man für die Gröſse des Stoſses

$$\frac{30 \,.\, 2 \,.\, 5 \,.\, 10 \,.\, \sqrt{10000}}{3 \,.\, 30000000} = \frac{1}{300} \text{ Centim. mal Gramm}$$

in der Secunde. Bei der hier vorausgesetzten Stärke des Magneten würde es natürlich vortheilhafter seyn, die elektrisirte Hohlkugel beweglich aufzustellen, um den Stoſs zu beobachten.

Würde man einen kleineren Magneten anwenden von hundertmal kleinerer Kraft, so würde gleichwohl der Stoſs nur zehnmal kleiner werden und man würde daher den Versuch ohne Zweifel in letzter Weise am besten einrichten, da man alsdann den Magneten, der um seine magnetische Achse nur ein kleines Drehungsmoment hat, drehbar einrichten kann.

Es bleibt nun nur noch übrig, die Vorzeichen richtig zu wählen.

Der den Magneten ersetzende Kreisstrom ist in Bezug auf den Nordpol rechtläufig. Es wird sich also, wenn die Hohlkugel mit positiver Elektricität geladen ist, der darin

aufgehängte Magnet um seinen Nordpol bei der Entladung rückläufig drehen.

Die von mir behauptete Wirkung der elektrischen Entladung auf einen Magneten ergiebt sich übrigens ganz einfach durch folgende Betrachtung: Ist die elektromotorische Kraft durch eine Function G in der oben angegebenen Weise ausgedrückt und sind die Strömungscomponenten u, v, w, so ist die Zunahme der elektromotorischen Wirkung

$$\int\left(u\frac{dG}{dx}+v\frac{dG}{dx}+w\frac{dG}{dz}\right)$$

über den unendlichen Raum integrirt, und dieses Integral wird nach bekannter Methode:

$$\int G\left(u\cos(nx)+v\cos(ny)+w\cos(nz)\right)d\varsigma$$
$$-\int G\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right).$$

Bedeutet nun ε die Dichte der Elektricität, so ist der eingeklammerte Ausdruck im ersten Integral gleich $\frac{d\varepsilon}{dt}$ an der Oberfläche, und der eingeklammerte Ausdruck im zweiten Integral gleich $\frac{d\varepsilon}{dt}$ im Innern. Beide Integrale zusammen geben daher als elektromotorische Wirkung einfach

$$\int G\frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Nach dem Princip der Erhaltung der Kraft muſs aber diese elektromotorische Wirkung durch eine gleich groſse entgegengesetzte magnetische Wirkung compensirt werden.

Schlieſslich sey noch eines Versuches gedacht, der nach einem kürzlich in diesen Blättern erschienenen Aufsatze Hrn. Edlund Schwierigkeiten gemacht hat. Man denke sich nämlich eine metallene Trommel, in deren innerem Raum ein Magnet so befestigt ist, daſs seine Achse mit der Achse der Trommel zusammenfällt und daſs man nach Belieben sowohl die Trommel allein, als auch den Magneten mit der Trommel rotiren lassen kann. Läſst man nun den Magneten mit der Trommel rotiren, während ein Leitungsdraht mit seinen beiden Enden auf der Achse und der

cylindrischen Oberfläche der Trommel gleitet, so entsteht ein Strom; es entsteht aber auch ein Strom, wenn man die Trommel allein rotiren läſst und dieser Strom hat gleiche Intensität und Richtung, ob man nun den Magneten mit der Trommel oder diese allein rotiren läſst.

Diese Erscheinung hat durchaus nichts Auffallendes, wenn man den oben für die elektromotorische Kraft gegebenen Ausdruck in Betracht zieht. Rotirt nämlich ein Magnet rechtläufig mit der Geschwindigkeit g, so wird in dem Raume, in Bezug auf welchen der Magnet rechtläufig rotirt, eine elektromotorische Kraft inducirt, welche sich durch die Function

$$A^2 i f g \frac{d^2 r}{dz^2} = g H$$

in der Weise ausdrücken läſst, daſs der nach irgend einer Richtung genommene Differentialcoëfficient dieser Function die in dieser Richtung wirkende elektromotorische Kraft angiebt. Rotiren nun Magnet und Trommel rechtläufig mit der Geschwindigkeit g, so wird nur im Draht eine elektromotorische Kraft inducirt. Diese ist:

$$g \int_a^b \frac{dH}{ds} ds = g H_b - g H_a,$$

wenn H_b und H_a die Werthe bedeuten, welche die Function H an den Endpunkten a und b des Drahtes besitzt. Diese elektromotorische Kraft bewirkt einen Strom

$$g H_b - g H_a,$$

der im Drahte von a nach b und in der Trommel von b nach a geht. Dreht man dagegen die Trommel allein, so bewegt sich der Magnet nur in Bezug auf die Trommel, jetzt aber mit der relativen Geschwindigkeit $-g$ und es wird nur in der Trommel eine elektromotorische Kraft

$$-g \int_a^b \frac{dH}{ds} ds = -g H_b + g H_a$$

inducirt, welche wieder einen in der Trommel von *b* nach *a* und im Draht von *a* nach *b* gehenden Strom

$$gH_b - gH_a$$

erzeugt, der also ganz derselbe ist, wie der vorige.

Speyer, im März 1876.

VI. *Ueber die Abhängigkeit der elektrischen Leitungsfähigkeit des Selens von Wärme und Licht; von W. Siemens.*

(A. d. Monatsbericht d. Kgl. Akad. d. W. zu Berlin, Febr. 1876.)

Das von Berzelius 1817 entdeckte Selen steht wie das Tellur auf der Grenze zwischen den Metallen und Metalloiden und hat sowohl chemische wie physikalische Eigenschaften beider Klassen von Körpern.

Die physikalischen Eigenschaften des Selens sind namentlich von Hittorf[1]) in seiner Abhandlung über die Allotropie des Selens untersucht. Er fand, dafs es bei 217° schmilzt, dafs es bei der Abkühlung bis weit unter seinen Schmelzpunkt flüssig bleibt, dafs es bei weiterer schneller Abkühlung zu einer glasigen, amorphen, die Elektricität nicht leitenden, Masse von etwas grünlichem Ansehen vom specifischen Gewichte 4,276 erstarrt, ohne eine latente Schmelzwärme abzugeben. Wird dies amorphe Selen wieder erhitzt, so beginnt bereits bei 80° C. eine Umwandlung desselben. Es bekommt ein weifses metallisches Ansehen, ein feinkörniges, krystallinisches Gefüge, verdichtet sich zum specifischen Gewichte 4,796[2]) und entbindet eine so bedeutende Wärmemenge, dafs es sich in gröfseren Mengen bis zu seinem Schmelzpunkte erhitzt.

1) Pogg. Ann. Bd. 84, S. 214. 1851.

2) Rammelsberg hat neuerdings das sp. Gewicht des amorphen Selens auf 4,28, das des krystallinischen auf 4,8 resp. 4,5 bestimmt.

Es leitet in diesem krystallinischen Zustande die Elektricität wie die Kohle, das Tellur und die Elektrolyten, indem seine Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur zunimmt. In der Nähe des Schmelzpunktes ist diese Leitungsfähigkeit im Verhältnifs zu seiner Leitungsfähigkeit bei der Lufttemperatur sehr bedeutend. Wird die Schmelztemperatur überschritten, so sinkt die Leitungsfähigkeit mit Aufnahme der latenten Wärme beträchtlich, doch leitet es auch im geschmolzenen Zustande die Elektricität.

Durch die Beobachtung des Superintendent Mai der Valentia-Kabelstation, dafs die Leitungsfähigkeit des Selens durch Beleuchtung vergröfsert wird, eine Beobachtung, die von Willoughby Smith publicirt und darauf von Lieutenant Sale constatirt [1]) und näher untersucht wurde, ist die Aufmerksamkeit der Physiker neuerdings in hohem Grade auf das Selen gelenkt.

Sale fand, dafs Licht aller Farben die Leitungsfähigkeit des Selens erhöht, dafs die dunklen, actinischen Strahlen des Spectrums keinen Einflufs auf dasselbe ausüben, und von hier aus die Lichtwirkung bis zum Roth zunimmt, dafs sie beim Ultraroth abnimmt und die Wirkung der jenseits desselben liegenden dunklen Wärmestrahlen nur gering ist.

Ich habe in einer der Akademie im Mai vorigen Jahres gemachten vorläufigen Mittheilung [2]) diese Angaben Sale's bestätigt. Es war mir gelungen, das amorphe Selen durch eine mehrere Stunden anhaltende Erhitzung auf eine Temperatur von 200 bis 210° in eine Modification überzuführen, welche bei der Lufttemperatur eine 20 bis 30mal gröfsere Leitungsfähigkeit und eine entsprechend gröfsere Lichtempfindlichkeit hat, als das durch Erhitzung auf 100 bis 150° krystallinisch gemachte Selen zeigt. Diese Modification hat ferner die Eigenschaft, die Elektricität *wie ein Metall*, d. i. in der Weise zu leiten, dafs die Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur *abnimmt*. Ich fand ferner, dafs der Einflufs des Lichtes sich nicht auf die

1) Pogg. Ann. Bd. 150, S. 333.
2) Diese Berichte, S. 280.

ganze Masse des Selens erstreckt, sondern wesentlich eine Oberflächenwirkung ist. Hierdurch geleitet, gelang es mir durch Einschmelzen des Selens zwischen die Windungen zweier flacher, ineinanderliegender Drahtspiralen ein äufserst lichtempfindliches Präparat herzustellen, welches ich zur Construction eines Selen-Photometers benutzte. Endlich constatirte ich, dafs die Zunahme der Leitungsfähigkeit des Selens durch Beleuchtung annähernd den Quadratwurzeln der Lichtstärken proportional ist.

W. G. Adams[1]) hat gleichzeitig mit mir die Lichtwirkung auf das Selen untersucht. Er fand, abweichend von Hittorf, dafs die Leitungsfähigkeit seiner Selenstange, über deren Herstellung er keine Angaben macht, mit zunehmender Temperatur abnahm, also ein ähnliches Verhalten zeigte, wie ich es durch anhaltende Erhitzung des Selens auf 200° C. hervorrief. Ferner constatirte er, dafs der durch eine Kirchhoff-Wheatstone'sche Brücke gemessene Widerstand des Selens um so geringer ausfiel, je gröfser die Anzahl der Zellen der zur Messung benutzten Kette war. Adams läfst es unentschieden, ob die Lichtwirkung auf das Selen in einer Veränderung seiner Oberfläche bestände oder ob durch Beleuchtung im Selen ein Polarisationsstrom hervorgerufen würde, welcher sich dem Durchgange des messenden Stromes entgegensetzte und dadurch seine Leitungsfähigkeit erhöhte. In gleicher Weise will er die Verminderung des Widerstandes des Selens bei Anwendung stärkerer Batterien erklären. Hierbei ist er aber offenbar in einem Irrthum befangen, da ein solcher durch das Licht oder durch den Strom hervorgerufener Gegenstrom den entgegengesetzten Effekt haben müfste. Es müfste das Licht die Leitungsfähigkeit vermindern und bei Anwendung stärkerer Batterien müfste man einen gröfseren Widerstand finden.

Zunächst bemühte ich mich die höchst merkwürdige Eigenschaft des Lichtes, das beleuchtete Selen besser leitend zu machen, auch bei anderen Körpern aufzufinden.

1) *Proc. of the Royal Soc. Vol. XXXIII, p.* 535. Juni 1875.

Diese Bemühungen waren aber gänzlich erfolglos. Ich glaubte schon am Tellur eine analoge Wirkung gefunden zu haben, überzeugte mich aber bald, daſs die beobachtete geringe Steigerung der Leitungsfähigkeit der Erwärmung des Tellurs durch Licht und Wärmestrahlen zuzuschreiben war. Da ich hiernach annehmen muſste, daſs es sich hier nicht um eine allgemeinere Eigenschaft des Lichtes, sondern um ein abnormes Verhalten des Selens handelte, so entschloſs ich mich, das Verhalten dieses Körpers zur Wärme und dem galvanischen Strome näher zu untersuchen, in der Hoffnung, hierdurch Anhaltspunkte zur Erklärung der Einwirkung der Beleuchtuug auf denselben zu gewinnen. Zunächst wiederholte ich den Hittorf'schen Versuch mit meinen besseren Messinstrumenten für galvanische Ströme.

Da Glas und selbst Porzellan bei höheren Temperaturen die Elektricität leiten, so lieſs ich mir aus einem Stück Speckstein, welches selbst bei Glühhitze noch völlig isolirt, einen dickwandigen Tiegel herstellen, welcher etwa 6 Gramm Selen aufnehmen konnte. Durch den gutschlieſsenden Specksteindeckel reichte ein Thermometer bis in die Mitte der Höhlung des Tiegels hinein. Die circa 10 Mm. dicke Tiegelwand war etwa in halber Höhe durchbohrt und die beiden Löcher durch genau eingepaſste Cylinder aus Gaskohle, welche nach innen und auſsen vorragten, ausgefüllt. Nachdem der Tiegel mit geschmolzenem Selen angefüllt und dann schnell erkaltet war, so daſs amorphes Selen ihn anfüllte, wurden die äuſseren Enden der Gaskohlencylinder mit den gut isolirten Zuleitungsdrähten meines sehr empfindlichen Spiegelgalvanometers mit aperiodisch schwingendem Cylindermagnet verbunden und in den Leitungskreis eine Daniell'sche Zelle eingeschaltet, nachdem ich mich überzeugt hatte, daſs selbst bei Einschaltung einer Batterie von 100 Daniell'schen Zellen kein Strom durch das amorphe Selen ging. Der so vorbereitete Tiegel wurde nun schnell in ein gröſseres Gefäſs mit Paraffin, dessen Temperatur 280° C. war und während

des Versuches möglichst genau auf dieser Temperatur gehalten wurde, eingetaucht und die Temperatur des Selens im Tiegel sowie die Ablenkung meines Spiegels fortlaufend gleichzeitig beobachtet und notirt. Bei dem bedeutenden Leitungswiderstande des Selens, in Folge dessen der Widerstand des zwischen den Kohlenspitzen befindlichen Selens selbst bei höheren Temperaturen noch immer sehr grofs gegen den Widerstand des Galvanometers ist, können die Ablenkungen des Spiegels ohne wesentlichen Fehler der Leitungsfähigkeit des Selens proportional gesetzt werden.

Die Ergebnisse dieses Versuches sind in der Kurventafel Taf. III. Fig. 1 zur Anschauung gebracht. Die mit *A* bezeichnete Kurve giebt die Temperatur des Selens, die Kurve *B* die Stromstärke oder die Leitungsfähigkeit des Selens an, während Kurve *C* die berechnete Kurve darstellt, nach welcher die Temperatur im inneren Gefäfse steigen müfste, wenn keine selbstthätige Temperaturveränderungen des Selens stattfänden. Die Abscissenaxe bezeichnet die seit der Eintauchung verflossene Zeit, die Ordinatenaxe gleichzeitig die Temperatur des Selens in Kurve *A* und die Leitungsfähigkeit desselben in Kurve *B*.

Es ergiebt sich aus der Betrachtung dieser Kurven, dafs etwa 2½ Minuten vergingen, bis eine Temperaturzunahme des Selens bemerklich wurde. Nach Verlauf von 5 Minuten hat sie 80° erreicht, ohne von der Normalkurve abzuweichen. Dann steigt sie schnell über die Normalkurve und bleibt bedeutend über derselben, bis die Schmelzung bei 217° beginnt.

Das Maximum der Erhebung der Selen-Temperatur über die der Normalkurve findet etwa bei 170° statt und beträgt hier circa 13°. Von hier ab nähert sie sich wieder der letzteren, schneidet sie bei 215°, zeigt dann über 15 Minuten lang ziemlich constante Temperatur, nähert sich darauf wieder, anfänglich schnell, später langsamer, der Normalkurve, ohne sie vollständig zu erreichen. Es zeigt dies Verhalten, in Uebereinstimmung mit Hittorf, dafs

das amorphe Selen bei etwa 80° C. sich in krystallinisches umzuwandeln beginnt und dabei eine latente Wärme ganz oder doch zum grofsen Theil abgiebt. Etwa bei 170° hat diese Wärmeentwickelung ihr Maximum erreicht und die Temperatur des Selens steigt von jetzt ab langsamer als die der Normalkurve. Bei 217° beginnt das Selen zu schmelzen und es wird von ihm wieder Wärme absorbirt, wodurch bewirkt wird, dafs seine Temperatur beinahe 20 Minuten nahe constant bleibt. Darauf nähert sie sich wieder der Normalkurve, anfangs schnell, dann langsam, ohne sie vollständig zu erreichen.

Während dieser Temperaturänderungen des Selens sind nun ganz merkwürdige Veränderungen seiner Leitungsfähigkeit zu constatiren, wie sie durch Kurve *B* veranschaulicht werden. 5 Minuten nach der Eintauchung des Tiegels, also bei der Selen-Temperatur von 80°, war das Selen noch vollständig nichtleitend. Nach 10 Minuten, bei der Selen-Temperatur 162°, war die Ablenkung des Spiegels schon 870 Scalentheile, nach weiteren 5 Minuten, bei der Selen-Temperatur 200°, war sie 152 und nach abermals 5 Minuten bei der Selen-Temperatur 215 nur noch 120 Scalentheile. Während der jetzt vor sich gehenden Schmelzung des Selens fiel die Ablenkung auf 70, stieg dann mit wachsender Temperatur des geschmolzenen Selens erst schneller, später langsamer bis 300. Eine Grenze des Ansteigens der Leitungsfähigkeit war hier nach Verlauf von 140 Minuten nach der Eintauchung des Tiegels noch nicht zu erkennen, obschon die Selen-Temperatur bereits nach Verlauf von 60 Minuten constant geworden war.

Die Zahlenwerthe dieser Versuchsreihe können nur einen relativen Werth haben, da die von Wärme schlecht leitendem, starrem Selen umschlossene Thermometerkugel, bei steigender Temperatur durch Wärmezuflufs von aufsen, immer zu niedrige Werthe angeben mufste, wogegen sie bei innerer Wärmeentwickelung höhere Temperaturen zeigen konnte als die des Selens in der Nähe der Tiegelwand,

welches mit den Kohlencylindern in Berührung war; sie bestätigen aber vollständig die Hittorf'schen Beobachtungen, wonach das amorphe Selen bei ca. 80° C. seine Umwandlung in krystallinisches Selen beginnt, dabei eine bedeutende Wärmemenge entbindet und leitend für Elektricität wird. Es bestätigt sich ferner Hittorf's Angabe, daſs die Leitungsfähigkeit des krystallinischen Selens mit der Temperatur in steigender Progression zunimmt und daſs dieselbe sich mit Aufnahme der latenten Schmelzwärme bei gleichbleibender Temperatur wieder beträchtlich vermindert.

Es geht aus diesen Versuchen ferner hervor, daſs auch die Leitungsfähigkeit des geschmolzenen Selens mit steigender Temperatur sich vergröſsert. Ich fand bei einer anderen Versuchsreihe, bei welcher ein ähnlicher Specksteintiegel durch eine Flamme direkt erhitzt wurde, daſs die Leitungsfähigkeit des geschmolzenen Selens bis zur Temperatur von 350°, bei welcher bereits eine reichliche Verdampfung eintrat, noch fortwährend wuchs. Eine auffallende Erscheinung ist hierbei die, daſs sowohl beim festen wie beim geschmolzenen Selen die Leitungsfähigkeit sich mit der Dauer der Erhitzung vermindert, so daſs es bei schneller Erhitzung auf eine bestimmte Temperatur weit besser leitet, wie bei langsamer Erhitzung auf dieselbe, so wie ferner, daſs durch andauernden Strom durch erhitztes Selen ebenfalls eine schnelle Verminderung der Leitungsfähigkeit herbeigeführt wird, wie wenn eine Polarisation einträte, welche dem Durchgange des Stromes entgegenwirkte. Die angestellten zahlreichen Messungen der Temperatur und der zugehörigen Leitungsfähigkeit konnten aus diesen Gründen keine übereinstimmenden Zahlenwerthe ergeben. Als ein lehrreiches Beispiel dieser Versuche ist in Taf. 3 Fig. 2, eine Kurventafel dargestellt, welche ziemlich übereinstimmend die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Temperatur bei sehr langsamer, mehrere Stunden dauernder Erwärmung und Abkühlung zur Anschauung bringt. Das im Specksteintiegel befindliche Selen

war erst durch Abkühlung amorph gemacht, dann auf 150° erhitzt und mehrere Stunden auf dieser Temperatur erhalten, worauf es langsam abgekühlt wurde. Es mufste also krystallinisches Selen sein, welches seine latente Wärme bereits abgegeben hatte. Kurve *A* zeigt nun die Steigerung der Leitungsfähigkeit mit der Zunahme der in der Abscissenaxe angegebenen Temperatur. Die Messung geschah derart, dafs durch einen Morse-Taster eine Daniell'sche Zelle in den aus dem Selen, den Gaskohlenspitzen und dem Galvanometerdraht gebildeten Schliefsungskreis so lange eingeschaltet wurde, bis die Ablenkung des Spiegels ein Maximum geworden war. Da das Galvanometer vollkommen aperiodisch war, so fiel dies Maximum des Ausschlages mit der dauernden Ablenkung vollkommen zusammen. Beim Loslassen des Tasters wurde die Daniell'sche Zelle ausgeschaltet. Es bot diese Methode den Vortheil, dafs man mit der Messung des Stromes gleich eine Messung der etwa vorhandenen Polarisation verbinden konnte. Wird nämlich durch Anbringung eines Richtstabes, in passender Entfernung unter dem Magnete des Galvanometers, die Richtkraft des letzteren so grofs gemacht, dafs die Aperiodicität gerade vollständig ist ohne überschritten zu sein, wie dies bei meinem Galvanometer ohne Richtstab der Fall ist, so geht der Spiegel bei Rückstromschaltung ebenso wie bei Unterbrechung des Stromes genau in seine 0-Stellung zurück, ohne darüber hinauszuschwanken. Ist aber Polarisation vorhanden, durchläuft also ein Rückstrom die Galvanometerwindungen während des Rückganges des Spiegels, so wirkt dieser Strom beschleunigend auf den Magnet und treibt ihn über die Ruhelage hinaus. Die Gröfse dieser Ueberschreitung der Ruhelage ist dann ein Maafs der Stärke der Polarisation. Die später angeführten Polarisationsmessungen sind in dieser Weise ausgeführt, wenn nicht angegeben ist, dafs sie mit der continuirlichen Wippe, oder ohne gleichzeitige Strommessung, von der Ruhestellung aus, angestellt sind.

Wie sich aus dem Anblick der Kurve *A*, *A'* ergiebt,

nimmt die Leitungsfähigkeit mit wachsender Temperatur in schneller Progression zu. Bei der ersten Messung bei 50° C. war sie 15, bei 100° : 78, bei 150° : 290, bei 200° : 927. Auf dieser Temperatur wurde das Bad 15 Minuten lang erhalten. Die Leitungsfähigkeit sank dadurch auf 819 zurück und erhob sich erst nach weiterer Erhitzung auf 203° wieder bis 923. Als die Temperatur nun wieder 50 Minuten nahe constant erhalten wurde, sank die Leitungsfähigkeit wieder bis auf 815 hinab. Bei der jetzt beginnenden Abkühlung war sie bei 200° : 789, bei 150° : 267, bei 130° : 170, wo der Versuch abgebrochen werden mufste. Am folgenden Tage wurde der Versuch in gleicher Weise wiederholt und ergab die ähnlichen in Kurve *A* bei aufsteigenden und Kurve *A'* bei fallenden Temperaturen dargestellten Kurven. Dr. Frölich hat versucht eine empirische Formel für die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Temperatur aufzustellen. Die Kurve *B* ist nach der von ihm gefundenen Formel $k = C + a \cdot e^{\alpha t}$ oder in Zahlen $k = - 17 + 8{,}48, (1{,}025)^t$, gezeichnet. Hiernach ist, da $C = k_{-\infty}$, d. h. die Leitungsfähigkeit bei sehr niederer Temperatur,

$$k' = k - k_{-\infty} = a \cdot e^{\alpha t},$$

$$\frac{dk'}{dt} = \alpha \cdot k' ,$$

d. h. das Wachsthum der Leitungsfähigkeit k' proportional mit k' selbst.

Die beschriebenen Versuche waren mit Zuleitungen aus Gaskohle angestellt, um sicher zu sein, dafs keine Verbindung des geschmolzenen oder stark erhitzten Selens mit denselben einträte. Nachdem ich mich aber überzeugt hatte, dafs weder Platina noch Eisen von festem Selen angegriffen wird, benutzte ich bei den weiteren Versuchen die weit bequemeren, oben beschriebenen Drahtspiralen oder Gitter, deren Zwischenräume mit Selen ausgefüllt waren.

Es kam mir jetzt vor allen Dingen darauf an, Anhaltspunkte zur Erklärung der merkwürdigen Thatsache zu

finden, dafs amorphes Selen längere Zeit auf 200 bis 210° erhitzt, seine physikalischen Eigenschaften so vollständig ändert, dafs seine Leitungsfähigkeit bei gewöhnlicher Temperatur 30 bis 50 mal gröfser wird als die des durch Erhitzung auf 100 bis 150° krystallinisch gemachten Selens, und jetzt mit steigender Temperatur sich vermindert während die des letzteren sich vergröfsert. Es erschien mir wahrscheinlich, dafs diese Umwandlung in innigem Zusammenhange mit der Erscheinung stehen müsse, dafs die Leitungsfähigkeit des Selens sich bei höheren Temperaturen mit der Zeit der Erhitzung vermindert.

Zwei Drahtgitter aus 10 parallelen Drähten von 0,04 Mm. Dicke im Abstande von 1 Mm., etwa 12 Mm. im Quadrat grofs, wurden zwischen zwei Glimmerblättern im Abstande von 0,7 M. mit amorphem Selen ausgefüllt. Die Einrichtung war so getroffen, dafs die Verlängerung der beiden Gitterdrähte aus dem Paraffinbade, in welches sie eingetaucht wurden, hervorragten und leicht mit den Galvanometerdrähten verbunden werden konnten. Es wurde dann das Paraffin schnell auf 200° C. erhitzt. Bis zur Temperatur 100° C. war kein Strom zwischen beiden Gitterdrähten durch eine Batterie von 6 Elementen wahrzunehmen. Dann begannen beide Gitter zu leiten und bei 180° war der Strom eines Daniells nur mit Hilfe einer am Galvanometer angebrachten Nebenschliefsung zu messen, welche seine Empfindlichkeit auf $\frac{1}{10}$ verminderte. Bei 200° erreichte der Strom bei beiden Gittern sein Maximum. Gitter No. 33 hatte die Leitungsfähigkeit 2720, Gitter No. 36 die Leitungsfähigkeit 2120. Die Temperatur wurde nun 4 Stunden lang constant erhalten. Nach der ersten Stunde war die Leitungsfähigkeit von dem ersten auf 1240, die vom zweiten auf 940 gesunken. Nach Verlauf der zweiten Stunde war die Leitungsfähigkeit des ersten noch 1090, die des zweiten 820, und nach Verlauf der vierten Stunde waren sie 1000 resp. 800. Es wurde jetzt No. 36 rasch durch Eintauchen in kaltes Petroleum abgekühlt, während No. 33 langsam abgekühlt und während dieser Zeit die Leitungs-

fähigkeit von Zeit zu Zeit gemessen wurde. Das letztere hatte bei 180° die Leitungsfähigkeit 1020, bei 150° die Leitungsfähigkeit 2460, bei 130° die Leitungsfähigkeit 5730, bei 120° die Leitungsfähigkeit 8320. Bei 100° ging der Spiegel über die Scala und es mufste ein gröfserer Nebenschlufs am Galvanometer angebracht werden, welcher seine Empfindlichkeit auf $\frac{1}{23}$ reducirte. Die Leitungsfähigkeit war nun bei 100° : 17020, bei 80° : 21280 und nahm von hier ab langsam wieder ab. Da das Paraffin bei 60° erstarrte, so nahm auch dessen Temperatur von hier an nur sehr langsam ab. Nach vollständiger Abkühlung am anderen Tage war die Leitungsfähigkeit nur noch 6190.

Das rasch von der Temperatur 200° in kaltem Petroleum abgekühlte Gitter No. 33 hatte nach der Abkühlung die Leitungsfähigkeit 16450 und ging jetzt continuirlich, erst schneller, dann immer langsamer, zurück. Nach $\frac{1}{2}$ Stunden war sie noch 14330 und am nächsten Tage noch 7710.

Es folgt aus diesen Versuchen, dafs das längere Zeit auf 200° erhitzte amorphe Selen eine Umwandlung erfährt, durch die seine Leitungsfähigkeit bei dieser Temperatur bis auf etwa $\frac{1}{3}$ ihrer anfänglichen Gröfse vermindert wird. Es hat dann die Eigenschaft der Metalle, dafs die Leitungsfähigkeit bei abnehmender Temperatur wächst, während dieselbe bei krystallinischem Selen, welches nicht längere Zeit erhitzt war, mit abnehmender Temperatur rasch abnimmt.

Bei schneller Abkühlung zur Lufttemperatur leitet das abgekühlte Selen über 16 mal besser wie bei der Temperatur von 200°. Es behält diese grofse Leitungsfähigkeit aber nicht dauernd. Dieselbe verliert sich nach und nach wieder und nähert sich erst nach Verlauf mehrerer Tage einer Constanten.

Hat die Erhitzung des Selens auf 200 bis 210° so lange gedauert, bis keine weitere Verminderung der Leitungsfähigkeit mehr stattfindet, so beginnt bei eintretender Abkühlung sofort die Vergröfserung der Leitungsfähigkeit. War diese Grenze nicht erreicht, so nimmt die Leitungs-

fähigkeit bei eintretender Abkühlung zuerst ab, nähert sich dann einem Wendepunkte, von dem ab sie dann wieder zunimmt. Die Höhelage dieses Wendepunktes hängt von der Dauer der Erhitzung, und der durch sie herbeigeführten Verminderung der Leitungsfähigkeit während derselben ab. Dauert die Erhitzung nur kurze Zeit, so wird der Charakter des Selens dadurch nicht geändert; seine Leitungsfähigkeit vermindert sich fortwährend mit der Erniedrigung der Temperatur, wie bei unverändertem krystallinischen Selen.

Das Gitter, mit welchem dies letztere constatirt ward, wurde darauf 8 Minuten in das Paraffinbad von 205° getaucht und dann durch einen Luftstrom, nachdem es aus dem Bade genommen war, rasch abgekühlt. Seine Leitungsfähigkeit war während dieser Zeit von 100, die es etwa 15 Sec. nach der Eintauchung angenommen hatte, auf 39 gefallen. Bei der Abkühlung fiel seine Leitungsfähigkeit schnell auf 5 hinab und stieg dann wieder auf 37. Nachdem es wiederum $\frac{1}{4}$ Stunde erhitzt war, fiel die Leitungsfähigkeit nach der Abkühlung von Leitungsfähigkeit 132, die es jetzt im Paraffinbade von 212° angenommen hatte, auf 50 und stieg darauf bis 200. Es behielt diese erhöhte Leitungsfähigkeit aber nicht, sondern sie sank nach und nach auf einen geringen Betrag.

Es mufs hierbei bemerkt werden, dafs das beschriebene merkwürdige Verhalten des Selens, bei andauernder Erhitzung auf 200° den Charakter der metallischen Stromleitung anzunehmen, nur dann in dieser Weise beobachtet wurde, wenn amorphes Selen direkt auf 200° erhitzt ward. War es erst längere Zeit auf 100° erhitzt und dadurch vollständig in einfaches krystallinisches Selen umgewandelt, so trat diese Umwandlung bei weiterer andauernder Erhitzung auf 200° gar nicht oder doch nur in weit geringerem Maafse ein. Ebenso ist Selen, welches aus dem flüssigen Zustande direkt in den krystallinischen Zustand übergeführt ist, was eintritt, wenn man Selen schmilzt und dann sehr lange in einer Temperatur von 200 bis 210° er-

hält, nicht metallisch leitend, wie ich früher annahm, sondern verhält sich wie das bei geringerer Temperatur umgewandelte krystallinische Selen. Diese Krystallisation aus dem flüssigen Zustande geht äuſserst langsam vor sich. Ein Glasrohr von 6 Mm. Weite, welches auf $\frac{2}{3}$ seiner Länge mit Selen gefüllt war, wurde zugeschmolzen und in einem Paraffinbade erst eine Stunde lang zur Temperatur von 230° erhitzt. Die Temperatur des Bades wurde dann auf 205° erniedrigt und mit Hilfe eines mechanischen Wärmeregulators während 24 Stunden unausgesetzt auf einer zwischen 205 und 208° schwankenden Temperatur erhalten. Beim Herausnehmen des Rohres erschien das Selen in demselben gänzlich erstarrt zu sein. Als es jedoch zerbrochen wurde, nachdem es schnell abgekühlt war, zeigte sich, daſs nur der obere Theil der Masse grob krystallinisch war, während der untere Theil, etwa $\frac{1}{5}$ der ganzen Masse, noch aus amorphem Selen bestand. Es wird der untere Theil des Bades, in welchem das Rohr sich in senkrechter Lage befand, wahrscheinlich etwas wärmer gewesen sein als der obere und daher die Krystallisation von oben begonnen haben. Die Masse des krystallinischen Selens war blasig, was vielleicht damit zusammenhing, daſs bei Oeffnung des Rohres ein starker Geruch nach Selen-Wasserstoff sich verbreitete. Das Selen wie das Glasrohr waren zwar lufttrocken, doch waren keine Vorsichtsmaaſsregeln zur Abhaltung von Wasserdampf angewandt. Es wurde aus dieser krystallinischen Selenstange ein Cylinder geschnitten und dieser zwischen zwei mit einer Lage Kupferamalgam bedeckten Metallplatten eingespannt. Neben diesem, in der beifolgenden Tabelle mit *A* bezeichneten Selencylinder wurde ein ähnlicher aus krystallinischem Selen, das durch Erhitzung des amorphen Selens auf 100° C. erzeugt war und die Bezeichnung *B* trägt, und eines dritten durch 10stündige Erhitzung amorphen Selens auf 200° erzeugten und mit *C* bezeichneten, der Widerstandsmessung unterzogen und die specifische Leitungsfähigkeit der Masse bei 15° C. — auf Leitungsfähig-

keit des Quecksilbers als Einheit bezogen — gemessen. Diese Zahlen machen jedoch nur auf geringe Genauigkeit Anspruch, da namentlich bei *C* die einzelnen Bestimmungen erheblich von einander abweichen.

	A (Mod. III)	*B* (Mod. I)	*C* (Mod. II)
Leitungsfähigkeit:	$\frac{1}{80000 \text{ Mill.}}$	$\frac{1}{1.4 \text{ Bill.}}$	$\frac{1}{4000 \text{ Mill.}}$

Im Folgenden wird stets
Mod. I: Selen, welches wie Cylinder *B*,
Mod. II: Selen, welches wie Cylinder *C*,
Mod. III: Selen, welches wie Cylinder *A*
behandelt wurde, bezeichnen.

Eine sehr merkwürdige Eigenschaft des krystallinischen Selens der Mod. II ist die von Adams beobachtete, dafs seine Leitungsfähigkeit mit der elektromotorischen Kraft der zur Messung benutzten Batterie zunimmt. Bei den Versuchen der folgenden Tabelle wurde ein durch lange Erhitzung auf 205° umgewandeltes Selengitter der Mod. II benutzt. Das Gitter wurde in Petroleum getaucht, welches durch umgebendes schmelzendes Eis auf der constanten Temperatur von 1,3° C. erhalten wurde.

Zahl der Elemente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
Ablenkung des Spiegels	98	196	298	400	507	615	726	838	950	98
Berechnet 98 . n.	98	196	294	392	490	588	686	784	882	
Differenz	0	0	4	8	17	27	40	54	68	

Da das mit den beiden Glimmerblättern, zwischen denen es lag, nicht viel über 0,5 Mm. dicke Gitter von Petroleum von constanter Temperatur umgeben war, so konnten die Messungen durch Erwärmung durch den Strom nicht sehr beeinträchtigt sein. Da Erwärmung bei dem Selen Mod. II. die Leitungsfähigkeit desselben vermindert, so könnten jedoch die gemessenen Werthe bei gröfserer Zellenzahl vielleicht noch etwas zu klein ausgefallen seyn.

Bei höheren Temperaturen fällt die Steigerung der Leitungsfähigkeit mit wachsender elektromot. Kraft etwas geringer aus. Als dasselbe Gitter auf 18° erhalten wurde, erhielt man:

Zahl der Elemente	1	2	3	4	5	6	7	8
Ablenkung des Spiegels	113	228	343	460	578	698	818	938
Berechnet	113	226	339	452	565	678	791	904
Differenz	0	2	4	7	13	20	27	34

Die absoluten Werthe beider Versuchsreihen sind nicht vergleichbar, da die Leitungsfähigkeit des Gitters sich am folgenden Tage geändert hatte und der Galvanometer-Nebenschlufs verschieden war. Es scheint hiernach, dafs diese Eigenthümlichkeit des Selens mit Annäherung an seinen Wendepunkt, der bei diesem Gitter zwischen 30 und 40° lag, mehr und mehr verschwindet. Bei Selen der Mod. I, welches nicht höher wie 150° erhitzt ist, ist diese Erscheinung nur bei sehr geringen elektromotorischen Kräften noch nachzuweisen. Werden Erwärmung und Veränderung der Leitungsfähigkeit durch andauernde Ströme vermieden, so bleibt die Leitungsfähigkeit bei Anwendung von 1 bis 15 Elementen bei ihm ziemlich unverändert. Da Adam's Selenstange die Eigenschaften der Mod. II. hatte, wahrscheinlich weil sie zufällig bei sehr hoher Temperatur aus amorphem Selen umgewandelt war, so ist erklärlich, dafs er die Zunahme der Leitungsfähigkeit bei Anwendung gröfserer elektromotorischen Kräfte für eine allgemeine Eigenschaft des krystallinischen Selens hielt.

Die gleiche elektromotorische Kraft der benutzten Daniell'schen Zellen, welche bei diesen Versuchen sowohl wie bei allen späteren sehr constante Daniell'sche Ketten, sogenannte Pappelemente waren, wurde vor Anstellung der Versuche constatirt.

Es ist schon hervorgehoben, dafs der galvanische Strom die Leitungsfähigkeit des Selens verändert. Diese Aenderung geschieht stets in demselben Sinne, als wenn es durch den

Strom erwärmt wäre. Es nimmt also durch dauernden Strom die Leitungsfähigkeit von Mod. I zu und die von Mod. II ab. Wäre aber die Erwärmung der Selenmasse die Ursache der Veränderung, so müſste die Veränderung den Quadraten der Stromstärke proportional sein und sie müſste weit geringer sein, wenn die Gitter durch ihre Umgebung auf constanter Temperatur erhalten werden. Es ist dies aber nicht der Fall. Die Versuche wurden mit gleichen Gittern gemacht, von denen das eine Mod. I, das andere Mod. II war. Die Ergebnisse derselben sind in Taf. III Fig. 3 graphisch dargestellt. Beide Gitter befanden sich in Petroleum von der Temperatur der Luft. Mod. I wurde durch 12, Mod. II durch 3 eingeschaltete Daniell'sche Zellen dauernd durch den Galvanometerdraht geschlossen. Die Abscissenaxe giebt die Zeit der Schlieſsung des Stromlaufes durch das Gitter in Minuten, die Ordinatenaxe die beobachteten Ablenkungen des Spiegels, dessen Ruhelage häufig controlirt wurde. Kurve *A* giebt die Leitungsfähigkeit des Gitters der Mod. I an und zwar wurde dieselbe hier, wie bei den übrigen Kurven, nach jeder Temperatur-Aenderung von 5° beobachtet. Wie ersichtlich, steigt die Leitungsfähigkeit fortwährend und zwar erst schnell und mit der Zeit immer langsamer, so daſs sie sich asymptotisch einer Constanten zu nähern scheint.

Die in den Kurven *B* und *C* dargestellten Versuche sind mit dem Gitter der Mod. II und 3 Zellen angestellt, und zwar war das Gitter bei der Versuchsreihe *B* in Luft von constanter Temperatur, bei Versuchsreihe der Kurve *C*, welche am folgenden Tage ausgeführt wurde, in Petroleum von nahe gleicher Temperatur. Da die elektromotorische Kraft der benutzten Batterie nur $\frac{1}{4}$ derjenigen war, mit welcher die Versuchsreihe der Kurve *A* ausgeführt wurde, so müssen die Ordinaten der ersteren mit 4 multiplicirt werden, um mit denen der letzteren vergleichbar zu sein.

Es ergiebt sich aus diesen Kurven, daſs die Leitungsfähigkeit erst schnell, dann langsamer, fortwährend abnimmt. Nach Aufhören des Stromes nimmt das Selen

nach Verlauf einer längeren Zeit seine frühere Leitungsfähigkeit nahe wieder an. Wäre die Erhitzung der Selenmasse durch den Strom die Ursache der Verminderung der Leitungsfähigkeit, so müfste eine beträchtliche Verschiedenheit zwischen den Kurven *B* und *C* vorhanden sein.

Wird die Richtung des Stromes durch das Selen umgekehrt, nachdem seine Leitungsfähigkeit durch den Strom bedeutend vermindert ist, so beobachtet man sehr veränderliche und schwer vorherzubestimmende Erscheinungen, die zum Theil von der mehr oder weniger vollständigen Umwandlung des Selens in Mod. I oder II, zum Theil von der Zeit, die seit der Umwandlung verflossen ist, abzuhängen scheinen. Manche Gitter sind nur geringen Einflüssen des Stromes unterworfen und zeigen auch nicht die geringste Polarisation, selbst wenn sie mit einer schnellgehenden Wippe darauf geprüft werden. Bei anderen tritt Polarisation auf, wenn die Stromstärke eine gewisse Grenze überschreitet, bei noch anderen endlich tritt sie auch bei ganz schwachen elektromotorischen Kräften schon auf. Bei diesen, gewöhnlich frisch umgewandelten Gittern sinkt die Leitungsfähigkeit bei andauerndem Strome nach und nach bis auf einen ganz geringen Betrag. Kehrt man nun die Stromrichtung um, so erhält man keinen Polarisationsausschlag; die erste Ablenkung des Spiegels ist nicht gröfser als sie vor der Umkehr war, fängt aber bald darauf an zu steigen und der Strom kann in wenig Minuten den 1000fachen Betrag des anfänglichen erreichen. Nach Ueberschreitung des Maximums fällt die Ablenkung wieder und geht bei längerer Fortdauer des Stromes langsam wieder auf den ersten geringen Betrag zurück. Es schien zuerst, als wenn man es hier mit Peltier'schen Strömen, die durch Erwärmung und Abkühlung der Berührungsflächen zwischen Selen und Gitterdrähten durch den Strom hervorgerufen wären, zu thun hätte, doch ist dadurch das allmählige Ansteigen des Stromes nach der Umkehr nicht zu erklären. Man wird aber lebhaft an die von Hittorf beschriebenen eigenthümlichen Erscheinungen erinnert, die

derselbe beim Halb-Schwefelkupfer beobachtet hat. Dieselben sind in ähnlicher Weise auch bei fehlerhaften Unterseekabeln bemerklich, wenn sie durch vulkanisirtes Kautschuck oder Guttapercha isolirt sind, ferner bei den sogen. unipolaren Leitern, wie Seife etc., und sind hier auf eine elektrolytische Aenderung dieser Körper an den Contaktflächen und in deren Umgebung zurückzuführen.

Ganz absonderlich ist auch das Verhalten des Selens bei eintretendem Temperaturwechsel. Das Selen nimmt, sobald seine Temperatur verändert ist, sofort eine dieser Temperatur entsprechende Leitungsfähigkeit an und zwar bei steigender Temperatur eine gröfsere, wenn es aus Mod. I, eine geringere, wenn es aus Mod. II. besteht. Es behält aber diese Leitungsfähigkeit nicht dauernd. Bei Mod. II. sinkt dieselbe nach jeder Temperaturänderung, mag dieselbe in einer Erhöhung oder einer Erniedrigung bestanden haben, und nähert sich erst schnell, dann langsamer einem Grenzwerthe. Je tiefer unter dem Wendepunkte die Temperatur liegt, die dem Selen ertheilt wird, desto gröfser ist die Leitungsfähigkeit, die es sogleich annimmt, desto schneller und gröfser ist aber auch der Rückgang derselben. Wird es später wieder auf die höhere Temperatur gebracht, so nimmt es allmählig die derselben entsprechende Leitungsfähigkeit wieder an, erreicht sie aber nicht vollständig wieder, wenn die Temperaturdifferenz beträchtlich war. Ist das Selen lange in der niederen Temperatur gewesen und seine Leitungsfähigkeit auf ein Minimum hinabgesunken, so kann die eigenthümliche Erscheinung eintreten, dafs eine Temperaturerhöhung im ersten Augenblicke eine Erhöhung der Leitungsfähigkeit bei der Mod. II hervorbringt, wenn die Leitungsfähigkeit bei der niedrigen Temperatur unter diejenige, die der höheren Temperatur zukommt, hinabgesunken war. Ist dann das Minimum für diese Temperatur eingetreten, so fällt dies aber wieder niedriger aus als das Minimum, welches bei der höheren Temperatur eintrat.

Sehr grofse Abkühlung, z. B. eine Temperaturerniedri-

gung auf — 15°, scheint die metallische Eigenschaft der Mod. II gänzlich zu zerstören oder drückt doch mindestens den Wendepunkt bis unter die Lufttemperatur hinab, so dafs ein Gitter der Mod. II nach einer solchen Abkühlung die Eigenschaften der Mod. I zeigt.

Bei Gittern der Mod. I sind diese Erscheinungen constanter. Die Leitungsfähigkeit geht bei Temperaturerhöhung so wie bei Temperaturerniedrigung erst schnell, dann langsamer direkt auf die der betreffenden Temperatur zugehörige Gröfse.

Es ist hier noch eine Erscheinung hervorzuheben, der man bei den Versuchen mit Selen begegnet und die sehr störend in die meinigen eingriff, ehe es gelang, die Ursache derselben zu erkennen oder doch wenigstens die Bedingungen festzustellen, unter denen sie eintritt. Während es in der Regel, wenigstens bei älteren Selengittern, bei denen die oben beschriebene Polarisation nicht mehr eintritt, für die Widerstandsmessung ganz gleichgiltig ist, welches die Richtung des Stromes durch das Selen ist, tritt bisweilen der Fall ein, dafs die Widerstandsmessung bei der einen Stromrichtung viel gröfser — bisweilen über doppelt so grofs — ausfällt als bei der anderen. Es hat sich nun gezeigt, dafs diese auffällige Erscheinung dann eintritt, wenn die Berührungsfläche zwischen dem Selen und den Zuleitungsdrähten sehr ungleich grofs sind. Als ich zu Beleuchtungsversuchen beide Seiten eines etwa $\frac{1}{2}$ Mm. dicken Selenplättchens der Mod. II mit einem Drahtgitter aus 0,03 dicken Platinadrähten versehen hatte, die auf der einen Seite des Plättchens 1 Mm., auf der anderen $\frac{1}{2}$ Mm. Abstand von einander hatten, zeigte sich, dafs die Leitungsfähigkeit des Plättchens etwa doppelt so grofs war, wenn das zwischen den beiden Drahtgittern eingeschaltete Element so angelegt war, dafs der Kupferpol mit dem aus 10 parallelen Drähten bestehenden weiten Gitter, der Zinkpol mit dem aus 20 Drähten bestehenden engen Gitter von $\frac{1}{2}$ Mm. Abstand verbunden war, als bei der umgekehrten Einschaltung.

Bei zwei möglichst gleich angefertigten Doppelgittern der beschriebenen Art, *A* und *B*, ergaben sich für die angegebenen Schaltungen die Leitungsfähigkeiten:

	Kupferpol am 10 drähtigen Gitter	Kupferpol am 20 drähtigen Gitter	Verhältnifs
Doppelgitter *A*	460	244	0,49
Doppelgitter *B*	282	192	0,67

Es scheint hiernach, als wenn hier der Leitungswiderstand des Selens fast ganz von der Gröfse der positiven Anode abhängig ist. Die früher bei gleich grofsen Zuleitungsflächen beobachtete ähnliche Erscheinung erklärte sich danach einfach dadurch, dafs beide nicht in gleich inniger, leitender Verbindung mit der Selenmasse waren. Polarisation war in allen diesen Fällen nicht vorhanden.

Bei Mod. I und dem aus flüssigem Selen krystallisirten, viel grobkörnigeren und besser leitenden Selen, welches wir Mod. III nennen wollen, hat sich diese Erscheinung *nicht* gezeigt.

Durch die beschriebenen Versuche ist ersichtlich, dafs das krystallinische Selen sich in seinem Verhalten gegen Wärme und Elektricität wesentlich von den anderen einfachen Körpern unterscheidet. Mit dem Tellur und der Kohle hat es die abweichende Eigenschaft gemein, die Elektricität besser bei höherer Temperatur zu leiten, während alle übrigen einfachen, die Elektricität leitenden Körper, d. i. die Metalle, dieselbe bei niederer Temperatur besser leiten. Das Selen behält aber diese Eigenschaft nicht bei allen Temperaturen bei, sondern verliert sie bei längerer Erhitzung auf 200° C. und verhält sich dann der Elektricität gegenüber ebenfalls wie ein Metall, d. i. seine Leitungsfähigkeit nimmt mit der Abkühlung zu. Dieser metallische Zustand des bei höherer Temperatur in den krystallinischen Zustand übergeführten amorphen Selens ist

aber nicht stabil. Er bildet sich bei und nach der Abkühlung langsam wieder in den des nicht metallisch, sondern elektrolytisch leitenden, bei geringerer Temperatur krystallinisch gewordenen Selens zurück, bis auf einen im letzteren gelöst bleibenden Rest, dessen Gröfse von der Höhe der Temperatur, bis zu welcher es abgekühlt wurde, abhängt. Da das Selen ein einfacher Körper ist, so können es nicht eigentliche chemische Verbindungen oder Umwandlungen sein, welche diese verschiedenen Zustände bedingen, und es liegt die Annahme nahe, dafs es ein dritter allotroper Zustand ist, den das feste Selen bei längerer Erhitzung auf 200° C. annimmt, ein Zustand, der nur bei dieser Temperatur stabil ist und bei niedrigeren Temperaturen nur dadurch vor gänzlicher Zerstörung und Umbildung in elektrolytisch leitendes Selen geschützt wird, dafs es in diesem gelöst oder mit ihm verbunden ist. Es erklärt sich hierdurch das Auftreten eines Wendepunktes, bei dessen Ueberschreitung die metallische Leitung in die den Charakter der elektrolytischen Leitung tragende übergeht, so wie das Herabsinken desselben mit der Zeit und der Temperaturerniedrigung. Diese Anschauung wird noch durch manche andere Erscheinungen und Analogieen unterstützt.

Durch Arndsen[1]) ist nachgewiesen und anderseitig mehrfach constatirt, dafs der Leitungswiderstand eines reinen festen Metalles nahe gradlinig vom absoluten Nullpunkte der Temperatur bis in die Nähe seines Schmelzpunktes steigt. Man kann dies auch so ausdrücken, dafs der specifische Leitungswiderstand eines reinen, festen Metalles der absoluten Wärmemenge äquivalent ist, welche das Metall enthält. Einfache Metalle in festem Zustande können demnach keine latente Wärme enthalten und es ist nicht unwahrscheinlich, dafs gerade hierin die Bedingung der metallischen Leitung zu suchen ist. Durch Matthiessen[2]) ist nämlich für Kalium und Natrium, durch

1) Pogg. Ann. Bd. 104, S. 1 u. Bd. 105, S. 148.
2) Pogg. Ann. Bd. 100, S. 177.

mich[1]) für Zinn direkt, für Kupfer, Silber und Zink indirekt nachgewiesen, daſs durch Aufnahme der latenten Schmelzwärme eine sprungweise Erhöhung des Leitungswiderstandes eintritt. Diese Erhöhung beginnt schon in geringem Maaſse vor der Schmelztemperatur und dauert nach Eintritt des flüssigen Zustandes noch fort — was man vielleicht durch eine schon beginnende und noch nicht ganz vollendete Schmelzung erklären kann. — Nach meinen früheren Versuchen, die für das Zinn in Taf. III Fig. 4 graphisch dargestellt sind, würde die Widerstandszunahme des Zinns nach Aufnahme der latenten Schmelzwärme etwa der durch eine Temperaturzunahme um ca. 511° C. hervorgerufenen entsprechen. Rudberg[2]) giebt die latente Schmelzwärme des Zinns auf 13,314, Person[3]) auf 14,25 an. Nimmt man die specifische Wärme des Zinns zu 0,051 an, so würde die absolute Wärmemenge des Zinns in der Nähe eines Schmelzpunktes ca. 25,3 Wärmeeinheiten betragen, wenn man die Veränderung der specifischen Wärme in der Nähe des Schmelzpunktes auſser Betracht läſst, und die durch den Schmelzvorgang hinzutretende Wärmemenge dürfte nur einer Temperaturerhöhung von 259° entsprechen. Hiernach vergröſsern beim Zinn latente und freie Wärme den Leitungswiderstand nicht in gleichem Maaſse, sondern es ist der Einfluſs der latenten Wärme nahe doppelt so groſs wie der der freien.

Wenn es hiernach auch nicht zulässig ist, den Arndsen'schen Satz dahin zu erweitern, daſs der Leitungswiderstand der reinen Metalle allgemein, also auch im geschmolzenen Zustande der absoluten Wärmemenge äquivalent ist, so bleibt es doch das am meisten charakteristische Merkmal des Metalles, daſs sein Leitungswiderstand sowohl mit der Temperatur, als mit der latenten Wärme, die es aufnimmt, zunimmt. Es gilt dies auch von den Legirungen. Daſs der Widerstand der sogenannten chemischen Legirungen

1) Pogg. Ann. Bd. 139, S. 99.
2) Pogg. Ann. Bd. 19, S. 133.
3) Pogg. Ann. Bd. 146, S, 300.

gröfser ist, wie der der gesonderten Metalle, aus denen sie bestehen, erklärt sich dadurch, dafs sie beim Erstarren latente Wärme zurückbehalten, wie durch Rudberg[1]) und Andere constatirt ist.

Nimmt man die obige Definition für das Metall an, so kann man Selen und Tellur und überhaupt solche andere einfache Körper, wie die Kohle, die die Elektricität zwar ohne Zersetzung leiten, deren Widerstand aber mit steigender Temperatur abnimmt, nicht zu ihnen rechnen. Da Selen aber nach längerer Erhitzung auf 200° bei dieser Temperatur metallisch leitet, so mufs es in diesem Zustande als Metall angesehen werden. Die eingetretene Umwandlung kann, wie unter ähnlichen Umständen beim Phosphor, nur in einer Abgabe latenter Wärme gesucht werden. Man mufs daher annehmen, dafs das Selen im krystallinischen ebensowohl wie im amorphen Zustande eine allotrope Modification des metallischen, d. i. latente Wärme freien Selens ist, und dafs es sich von den eigentlichen Metallen wesentlich dadurch unterscheidet, dafs diese nur bei Veränderung ihres Aggregatzustandes, ersteres aber auch bei allen unter 200° liegenden Temperaturen latente Wärme aufnimmt.

Es liegt die Vermuthung nahe, dafs Tellur und Kohle sich ähnlich verhalten. Vielleicht werden spätere Untersuchungen ergeben, dafs auch alle die Elektricität nicht leitenden einfachen Körper allotrope Zustände ihrer, für sich nicht existenzfähigen, einfachen Radicale sind, d. i. im festen Zustande latente Wärme enthalten und aus diesem Grunde Nichtleiter der Elektricität sind, wie das amorphe Selen.

Es wird durch diese Theorie allerdings nicht direkt erklärt, wie es kommt, dafs die auf der Grenze zwischen Metallen und Metalloiden stehenden Körper, wie Selen, Tellur und Kohle die Elektricität mit steigender Temperatur besser leiten, obschon die Summe der enthaltenen Wärme gröfser wird. Da aber beim Selen mit steigender Temperatur offenbar die Kraft, mit welcher es die in den festen

1) Pogg. Ann. Bd. 121, S. 460.

Zustand mit übergeführte latente Wärme festhält, sich vermindert, derart daſs es bei 80° schon beginnt einen Theil, bei 200° den Rest derselben abzugeben, so kann man annehmen, daſs der elektrische Strom den ihm durch die latente Wärme entgegengesetzten Widerstand um so leichter überwindet je geringer diese Kraft, mithin je höher die Temperatur ist[1]).

Um an der Hand dieser Anschauung die eigenthümlichen und widerspruchsvollen Erscheinungen zu erklären, welche namentlich bei Mod. II, die danach als Lösung von metallischem in krystallinischem Selen zu betrachten wäre, beobachtet wurden, muſs man annehmen, daſs ein wesentlicher Theil des Widerstandes des Selens in den

1) Der Ausdruck, daſs den Körpern eine Kraft beiwohnt, mit der sie die latente Wärme mehr oder weniger festhalten, ist nur bildlich zu nehmen. Nach der mechanischen Wärmetheorie kann man sich die Erscheinung, daſs Körper bei bestimmten Temperaturen Wärme aufnehmen oder frei geben — sey sie mit Aenderung des Aggregatzustandes oder der Dichtigkeit verbunden oder nicht — nur so auffassen, daſs die Körperelemente in eine veränderte Lage zu einander treten, zu deren Herbeiführung mehr oder weniger innere Arbeit im positiven oder negativen Sinne verbraucht wird, die dann als verschwindende oder auftretende freie Wärme zur Erscheinung kommt. Diesen verschiedenen Molekularzuständen muſs nun eine gewisse Stabilität zugeschrieben werden, die sich mit steigender Temperatur vermindert. Ist die Temperatur erreicht, bei welcher der Zustand keine Stabilität mehr hat, so tritt eine neue Gleichgewichtslage der Körperelemente ein, die wiederum zwischen bestimmten Temperaturgrenzen stabil ist. Der metallische Zustand eines festen Körpers wäre demnach derjenige, bei dessen Herbeiführung keine Arbeit verbraucht ist — ein Zustand, welcher nur bei den Metallen stabil ist und welcher sie befähigt die Elektricität zu leiten und zwar in der Weise, daſs der Leitungswiderstand der absoluten Temperatur proportional ist.

Die elektrolytische Leitung hätte man sich darnach so vorzustellen, daſs die Elektricität den metallischen Molekularzustand vorübergehend herbeiführte — was sie um so leichter und vollständiger bewirken kann, je weniger stabil der vorhandene Molekularzustand ist, also je höher die Temperatur ist. Da geschmolzene Metalle die Elektricität noch metallisch leiten, so muſs man annehmen, daſs durch die Schmelzung der metallische Charakter der gegenseitigen Lage der Körperelemente nicht verloren geht, wie es bei den allotropen Modificationen ohne Veränderung des Aggregatzustandes der Fall ist.

Grenzschichten desselben an den Zuleitungsflächen seinen Sitz hat und dafs diese Grenzschichten durch den elektrischen Strom elektrolytisch verändert werden. Diese Veränderung kann unter Umständen darin bestehen, dafs das metallische Selen vom krystallinischen getrennt und dadurch vorübergehend oder dauernd zerstört und in krystallinisches oder amorphes umgewandelt wird. Durch Umkehr des Stromes, durch Temperatur und Zeit, welche alle auf allmählige Aenderung dieses wenig stabilen Zustandes einwirken, kann nachher eine Rückbildung oder anderweitige Umbildung herbeigeführt werden, durch welche die Leitungsfähigkeit sich wiederum ändert.

Eine eingehende Betrachtung und Klarstellung der speciellen Ursachen dieser Erscheinungen bedürfte weit eingehenderer und zeitraubenderer Versuche, wie es mir ihnen zu widmen möglich war. Sie sind aber wenigstens in einen gewissen ursächlichen Zusammenhang gebracht und es ist dadurch auch eine Grundlage für die Erklärung der räthselhaften Erscheinung gewonnen, dafs die Leitungsfähigkeit des Selens durch Beleuchtung zunimmt, eine Erscheinung, welche die Veranlassung zu dieser Arbeit ist und ihre Fortsetzung bilden wird.

Schliefslich habe ich den Hrn. Dr. Frölich und Dr. Obach, welche die zahlreichen und zum Theil schwierigen und zeitraubenden Versuche ausführten, von denen nur der kleinste Theil Aufnahme in Obigem finden konnte, für ihre werthvolle Unterstützung zu danken.

VII. *Die Photographie der Töne;*
von Dr. med. S. Th. Stein.

Wenn man directes Sonnenlicht als Lichtquelle zur optischen Darstellung der Lissajous'schen Toncurven anwendet und an die Stelle des Schirmes, mit welchem man die Lichtbilder aufzufangen pflegt, eine lichtempfindliche, chemisch-präparirte Platte bringt, so könnten die bekannten geschlossenen durch zwei Stimmgabeln hervorgerufenen Tonfiguren auf einfache Weise nach den üblichen Methoden photographischer Aufnahmen fixirt werden. Auch für fortlaufende Ton-Lichtcurven ist dieses wohl möglich; solche entstehen bekanntlich, wenn man das nur von *einer* vibrirenden Stimmgabel reflectirte Licht durch Vermittelung eines rasch um seine Axe sich drehenden Planspiegels auf eine gegenüberliegende dunkle Wand wirft. Lieſse man nun einen von dem Spiegel einer horizontal schwingenden Stimmgabel kommenden, auf- und abhüpfenden Sonnenstrahl durch ein photographisches Objectiv auf eine rasch vorbeigleitende präparirte Platte fallen, so würde auf derselben eine fixirbare Curve entstehen, deren Hügelzahl der Schwingungszahl der Stimmgabel genau entspräche.

Auf eine weitere Methode können Stimmgabelschwingungen photographirt werden, wenn man die Gabel an den Schwingungsenden durchbohrt (Fig. 1 *i*), oder an jedem Ende der Stimmgabel ein durchbohrtes schwarzes Glimmerplättchen befestigt und durch dessen Bohrpunkt (*i*) ein Lichtstrahlenbündel leitet; das von einem Heliostaten *h* kommende Licht hinterläſst deutliche Spuren seiner Wirkung auf der schnell vorbeigleitenden lichtempfindlichen Jodsilberplatte. Die gespannte Feder *B*, an deren Stelle man sich ein genau präcisirtes elektromagnetisch-chronographisches Triebwerk zu denken hat, zieht die in der Kassette *ag* befindliche photographische Platte in $\frac{1}{4}$ Secunde vor der kleinen

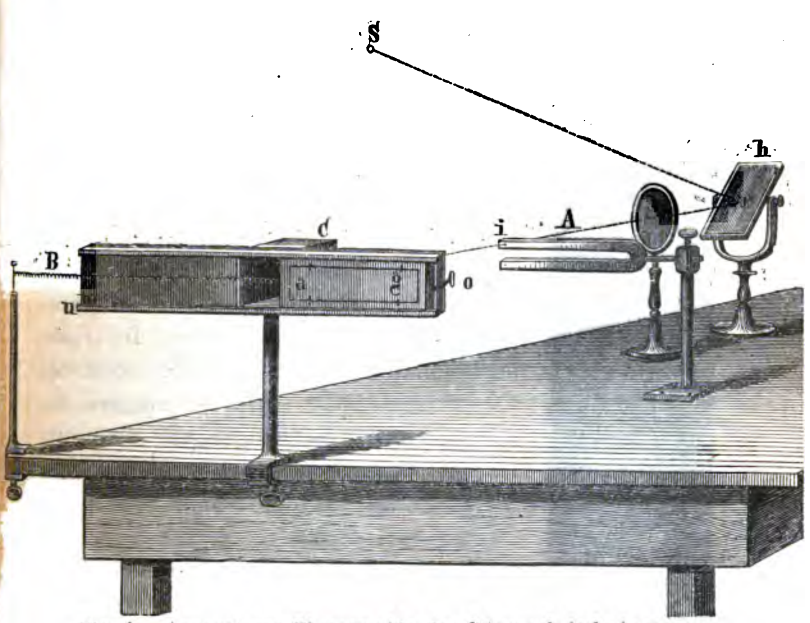


Fig. 1. Apparat zur Photographie der Stimmgabelschwingungen.

Camera vorüber. Ruht nun die Stimmgabel *A*, so wird das durch die kleine Oeffnung *i* hindurchtretende Strahlenbündel des Sonnenstrahls *ri* auf der Platte *ag* einen Punkt beschreiben. Wird sich aber der Punkt *i* während des Hindurchtretens des Lichtstrahles auf- und niederbewegen, so gelangt bald ein höher, bald ein tiefer gelegener Theil des Strahles *ri* zum Durchgang bei *i*, weil das auf *i* fallende Strahlenbündel breiter als der Bohrpunkt der Gabel ist. Der Durchschnitt des Strahlenbündels bildet auf der von dem photographischen Apparate *c* abgewandten Fläche der Stimmgabel einen kleinen sehr hellen Lichtring, innerhalb dessen der obere Gabelschenkel schwingt und abwechselnd bald einem etwas höher, bald einem etwas tiefer gelegenen Theil der empfindlichen Platte durch den Bohrpunkt Licht zuführt. Hierdurch entsteht eine senkrechte Linie auf photographischem Wege, welche sich, sobald die Platte *ag* in rasche Bewegung versetzt wird, in eine von *a* nach *g* gehende Curve verwandelt.



Fig. 2. Facsimile einer photographirten Schwingungscurve des „kleinen c".

Ein regelmäfsiges Auf- und Abbewegen des Punktes *i* tritt ein, sobald die Gabel *A* durch Anstreichen in Schwingungen versetzt wird. Wenn nun die in *ag* befindliche, bei *a* durch einen Haken gehaltene Kassette, in welcher sich die präparirte Platte befindet, losgelassen und durch die Kraft eines Triebwerks oder der Feder *B*, nach Aufziehen des Kassettschiebers, in einer bestimmten aber sehr raschen Zeit bei *C* vorbeigeschnellt wird, so müssen die stattfindenden Schwingungen sich als Curven darstellen, deren Hügel der Schwingungszahl der Stimmgabel vollständig entsprechen.

Hat z. B. die Gabel *A* den Ton „kleines *c*", macht sie also in einer Secunde 128 Schwingungen, so hat die entstehende photographische Toncurve, wenn der Bewegungsmechanismus der angegebenen Zeit genau entspricht, 32 Curvenhügel auf der Platte aufzuweisen, wie solches in Fig. 2, der Copie einer von dem Verfasser photographirten Toncurve, ersichtlich ist.

Das betreffende photographische Bild zeigt noch eine ganz besondere Eigenthümlichkeit an den Winkeln, welche die einzelnen Curvenhügel mit einander bilden. Wir sehen nämlich daselbst auf der ganzen Curve, oben und unten, gleichmäfsige Stellen, welche weit heller als die Curvenschenkel erscheinen, und dem entsprechend im Negativ bedeutend dunkler sind. Das unter dem Mikroskop untersuchte Negativ zeigt gerade dort

eine weit massenhaftere und engere Aneinanderlagerung der molecularen Silbertheilchen als an den geraden Curvenschenkeln, mithin hat das Licht auf diesen Raum stärker oder vielmehr länger gewirkt, als dort, wo sich die Curvenschenkel abgebildet haben. Die Umkehr führt die Stimmgabel zu einer neuen Schwingung nach dem Gesetze der Elasticitätsschwingungen allmälich aus und wenn auch die Zeit des Uebergangs von einer halben Schwingung zur anderen eine verschwindend kleine ist, so zeigen uns doch die photographischen Abbildungen, daſs diese Zeit graphisch darstellbar ist. Würden die Enden der Stimmgabel bei der Umkehr für eine minimale Zeit ruhen, so müſsten wir an den bezeichneten Stellen einer wagrechten Linie begegnen. Wir sehen aber hier eine derartige nicht, sondern einen helleren Bogen, welcher sich auf Fig. 2 sehr deutlich markirt. Hieraus ergiebt sich auf photographischem Wege die bekannte Thatsache, daſs die Umkehr der Gabelschenkel zu einer neuen halben Schwingung nicht plötzlich, sondern allmälich stattfindet, indem zu der betreffenden Zeit die Gabel nicht ruht, sondern ihre Schwingungen merklich verlangsamt und auf der äuſsersten Gränze angelangt, in gleicher Weise nicht plötzlich, sondern allmälich wieder zu einer rascheren Bewegung übergeht. Auſser auf trigonometrischem Wege kann die Dauer einer Tonschwingung demnach auch aus der photographischen Wirkung an den Curven berechnet werden.

Die 32 Schwingungsbilder derselben Gabel (64 halbe Schwingungen) messen zusammen 152 Millimeter; die Durchmesser der kleinen Bogen, welche die einzelnen Curvenschenkel verbinden, sind an der Stelle, wo die Helligkeit der Linien — im Negativ die Dichtigkeit des Silberniederschlags — zuzunehmen beginnt, 1,333 Millim. breit; mithin braucht eine Tonschwingung des „kleinen *c*“, um zu ihrer höchsten Schwingungsgeschwindigkeit zurückzukehren, $\frac{1}{456}$ Secunde, also ungefähr den vierten Theil einer Schwingungseinheit. (152 Millim. brauchen $\frac{1}{4}$ Secunde — 1,333 Millim. $=$ $\frac{1}{114}$ von 152 Millim. — $\frac{1}{114}$ von $\frac{1}{4}$ Se-

cunde = $\frac{1}{457}$ Secunde.) Bei höheren schneller schwingenden Tönen verringert sich, bei tieferen Tönen vermehrt sich dieses minimale Nachlassen der einzelnen Schwingungen auch im photographischen Bilde.

Während jenes kleinen Zeitraumes hat das Licht den merklich gröſseren Eindruck auf die silberjodirte Platte hervorgebracht. In $\frac{1}{4}$ Secunde wurde die ganze Curve photographirt, d. h. nicht auf einmal, sondern infolge des Vorbeischnellens der Platte eine Schwingung nach der anderen. Es giebt demnach diese Methode in zweiter Linie auch eine genaue Berechnungsweise für die Raschheit der Lichtwirkung auf silberjodirte Platten ab.

Um die Zeit dieser Wirkung zu finden, spiegelte ich Sonnenlicht mittelst eines Heliostaten in ein verdunkeltes Zimmer, concentrirte dasselbe durch ein System von Linsen und leitete den gewonnenen, 2 Millimeter breiten, hellen Strahl auf eine kleine runde Oeffnung von 0,1 Millimeter (ungefähr der Dicke eines Menschenhaares). Das durchtretende Licht beschrieb demgemäſs auf einer lichtempfindlichen, 50 Centimeter langen Platte einen nur 0,1 Millimeter betragenden Punkt. Als ich nun eine mit geölten Röllchen versehene, sehr leichte Kassette auf polirtem Spiegelglas in $\frac{1}{10}$ Secunde vor dem feinen Lichtstrahle vorbeigleiten lieſs, beschrieb dieser auf der gesilberten Jodbromcollodiumschicht einen sehr deutlichen 50 Centimeter langen Strich. Diesen Strich haben wir uns als eine Addition von 0,1 Millimeter breiten Pünktchen, also aus 5000 derartigen Maſseinheiten zusammengesetzt zu denken, die den zehnten Theil einer Secunde benöthigen, um photographirt zu werden; mithin brauchte ein Pünktchen nur eine fünfzigtausendstel Secunde Expositionszeit.

Daraus ergiebt sich, daſs mit den geeigneten Präcisionsinstrumenten es möglich sein wird, auch die höchsten für unser Ohr wahrnehmbaren Tonschwingungen, welche nach Helmholtz die Zahl 38000 in der Secunde erreichen, ja sogar solche, welche die obere Gränze des menschlichen

Gehörs überschreiten, graphisch darzustellen, so bald dieselben von einem festen schwingenden Körper herrühren; sicher aber sind alle gewöhnlichen musikalischen Töne (zwischen 32 und 4096 Schwingungen in der Secunde), photographirbar.

Hieraus erhellt unter anderm, daſs auch eine Reihe auf einem Pianoforte angeschlagener Töne oder Akkorde auf einer lichtempfindlichen Platte durch Lichteinwirkung aufgezeichnet werden können, wenn ein derartiger Versuch folgendermaſsen vorgenommen wird:

Nehmen wir zuerst die Saite eines Monochords, dessen Schwingungen in Curvenform photographirt werden sollen. Um dieses zu erreichen, befestigen wir mit Siegellack ein leichtes Rohrstäbchen in der Mitte der Saite, wo dieselbe den gröſsten Weg während des Schwingens beschreibt; auf diesem Stäbchen befindet sich ein durchbohrtes schwarzes Glimmerblättchen (Fig. 3).

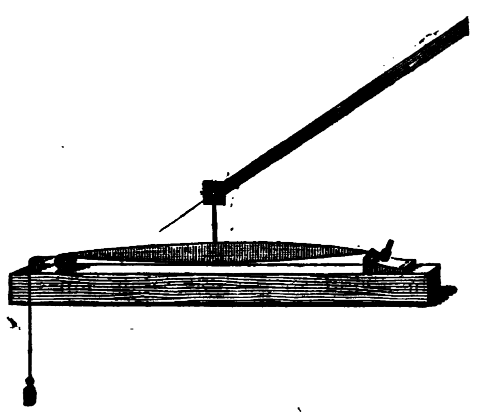


Fig. 3. Photographische Vorrichtung für schwingende Saiten.

Dieses Glimmerblättchen wird mit der angeschlagenen Saite schwingen, ohne deren Schwingungszahl zu beeinträchtigen. Wird nun während der Schwingungen der in Fig. 1 abgebildete photographische Apparat angewendet, so können die Schwingungen der Saite auf gleiche Weise wie die Schwingungen der Stimmgabel photographirt werden.

Haben wir aber zwei oder mehrere Saiten neben einander, die gleichzeitig angeschlagen werden, so können diese Töne sehr leicht gemeinschaftlich photographirt und die Curven über einander auf einer Platte dargestellt werden, wie solches aus Figur 4 ersichtlich ist.

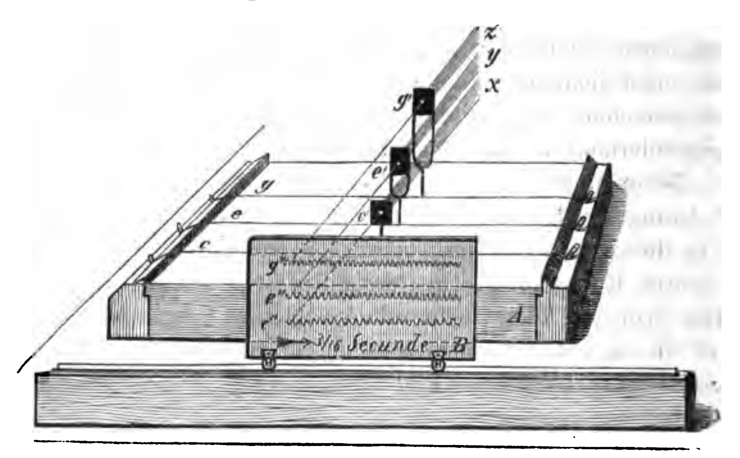


Fig. 4. Photographie eines Dreiklangs.

Ueber einen Resonanzkasten *A* sind drei Saiten *c*, *e* und *g* gespannt, die zusammen einen Dreiklang geben; über der Saite *c* befindet sich das Glimmerblättchen *c'*, über der Saite *e* das Blättchen *e'* und über der Saite *g* das Blättchen *g'*.

Die Blättchen sind so gestellt, dafs eines das andere überragt, um die Curven auf *einem* Bilde über einander zu erhalten. Auf der vorbeigleitenden präparirten Platte *B* sind die drei Curven schematisch dargestellt und mit *c''*, *e''* und *g''* bezeichnet. Die Linien *c'*—*x*, *e'*—*y* und *g'*—*z* stellen den Gang paralleler Lichtstrahlenbündel dar, von welchem immer nur ein feiner Strahl durch das schwingende Blättchen durchtreten kann, während die übrigen durch dasselbe abgehalten werden. Bei jedem Glimmerblättchen mufs das durchtretende Licht durch ein zugehöriges kleines Objektiv der empfindlichen Platte besonders übermittelt werden; man kann indessen in einem verdun-

kelten Zimmer derartige Curven auch ohne Camera und ohne Objektiv unserer Zeichnung Fig. 4 entsprechend darstellen. Die Photographie eines Dreiklanges z. B. (Grundton *c* — mit 128, Terz mit 160, Quinte mit 192 Schwingungen in der Secunde) würde sich alsdann auf der Platte ungefähr wie in der betreffenden Figur (*c''*, *e''*, *g''*) ausnehmen, welche in $\frac{3}{16}$ Secunden je 24, 30 und 36 Curvenhügel aufweist.

Die neben den Akkorden hörbaren Combinationstöne werden die photographische Darstellung nicht beeinträchtigen, weil dieselben nur durch die mitschwingende Luft entstehen; somit wird die Photographie eine absolut richtige graphische Darstellung der Schwingungscurven bilden, bei welcher auch die Amplitude des Tones in der Höhe der Curvenhügel ihren Ausdruck findet.

Bei der Aufeinanderfolge verschiedener Töne oder Akkorde müfste die Platte verhältnifsmäfsig sehr lang sein und es ist nicht undenkbar, dafs man auf diesem Wege so weit kommen kann, kleine einfache Compositionen in Curvenformen zu photographiren.

Als ich obige Resultate niedergeschrieben hatte, welche in ausführlicher Weise in meinem mittlerweile erschienenen Lehrbuche *„Das Licht im Dienste wissenschaftlicher Forschung“* etc. (Leipzig, Verlag von Otto Spamer) behandelt sind, kam mir das Juniheft 1876 der „photographischen Mittheilungen“ zu, in welchem Herr Dr. H. W. Vogel, Professor an der Gewerbeakademie zu Berlin, eine von ihm in dem Januarhefte des „Philadelphia photographer“ *in Amerika* publicirte *„Idee“* wiederholt, dafs man die Spiegelfiguren der vibrirenden Flammen von Koenig (vgl. diese Annalen 146, 1) *vielleicht* photographisch darstellen könne, wenn man statt des Leuchtgases Cyangas verwenden würde. Bei der ungemeinen Raschheit der erforderlichen Lichtwirkungen bin ich überzeugt, dafs die aktinische Kraft der bläulichen Cyangasflämmchen zur Darstellung schnell aufeinanderfolgender Tonschwingungen in Form von photographischen Curvenbildern nicht hin-

reichen kann, selbst wenn man den Spiegel längere Zeit in Drehung erhalten und dadurch eine ganz gleichmäfsige fortlaufende Curve darstellen könnte. Denn die Amplitude des Tones nimmt bekanntlich allmälich ab, dadurch werden die Curvenhügel nach und nach niedriger und das photographische Bild wird im günstigsten Falle nur aus einem länglichen Streifen mit verwischten Gränzen bestehen können. Denkbar ist das Gelingen nur für ganze tiefe Töne und Geräusche, z. B. die Gerhardt'schen Klangfiguren (vgl. Gerhardt, Lehrbuch der Auskultation und Perkussion 1871), worauf ich auch in meinem Werke (S. 389) mit Wahrung der Vogel'schen „Idee" hingewiesen habe.

Im verflossenen Winter, sowie Ende April und Anfangs Mai d. J. machte ich Herrn Vogel verschiedene Mittheilungen über *Photographie der Töne*, übermittelte ihm meine bezüglichen Resultate, schickte ihm photographische Belege nebst einem Referat über einen Vortrag, den ich damals im technischen Vereine zu Frankfurt a/M. gehalten.

Merkwürdigerweise hat Herr Vogel meine ihm zugegangenen Mittheilungen in jener, sicher einzig und allein infolge unserer Correspondenz veranlassten, Juniheft-Publikation zu erwähnen vergessen. Unter völligem Ignoriren des von mir ihm Mitgetheilten sowie des in oben erwähntem Referate Publicirten geht er sogar so weit zu behaupten:

> „*Bis jetzt ist das Problem, die Töne und Laute ebenso bildlich festzuhalten*, wie man es in der Photographie mit den Lichtstrahlen vermag, *noch ungelöst*. Sollte es einmal gelöst werden, so würde man im Stande sein, ein Musikstück, während es gespielt wird, eine Rede, während sie gesprochen wird, bildlich zu fixiren. Diese Tonphotographie würde die Stenographie fast überflüssig machen. Die Hoffnung, dieses Problem zu lösen, ist nun keine Aussichtslose."

In dem Artikel des „Philadelphia photographer" aber hatte Herr Vogel positiv behauptet:

„Eine der wunderbarsten Neuigkeiten ist jedenfalls

der Versuch, musikalische Töne zu photographiren. Die Sache scheint zwar unglaublich, doch die Möglichkeit ist *erwiesen.*"

Hierauf wird die in diesen Annalen publicirte Arbeit von König erwähnt, dann heifst es weiter:

„Bei Anwendung einer Gasflamme von starkem chemischen Effekt *lassen* sich diese Figuren photographiren; welche Gasart aber sich zu diesem Zwecke eignen würde, ist noch unentschieden, doch so viel ist sicher, dafs es in dieser Beziehung noch grofse Probleme zu lösen giebt."

Ein Urtheil über diese Methode, wissenschaftliche Fragen zu erörtern, über die Kühnheit von „Versuchen" zu reden, die man niemals gemacht hat, ist wohl überflüssig. Diese Art von Inanspruchnahme von „Ideen", das (sich selbst widersprechende) Behaupten von niemals erwiesenen Thatsachen würden sich wohl selbst die Schüler des Herrn Prof. Vogel schliefslich nicht gefallen lassen!

Wenn ich auch nicht auf dem phantastisch-sanguinischen oder so hoffnungsvollen Standpunkte stehe, aus den von mir erwiesenen *Thatsachen* die Möglichkeit herzuleiten, dafs durch *„das Photographiren einer Rede, während sie gesprochen wird, die Stenographie überflüssig gemacht werde"*, so hätte ich doch wenigstens die bei derartigen Publikationen übliche Artigkeit der Erwähnung erwartet. Ich überlasse dem Herrn Professor gerne seine „Ideen", möchte aber die Priorität meiner Beobachtungen — unter Verzicht auf eine weitere Kritik jenes Vorgehens — gewahrt wissen, besonders nachdem die Vogel'schen Luftgebilde als merkwürdige Erfindung unter dem pomphaften Titel *„photographirte Musik"* in die gesammte deutsche Tagespresse übergegangen sind.

Frankfurt a/M., 25. August 1876.

VIII. *Ueber die Abhängigkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers von der Temperatur; von A. Winkelmann.*

§ 1.

In einer früheren Arbeit über die Wärmeleitung der Gase [1]) habe ich darauf hingewiesen, daſs die Abhängigkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers von der Temperatur bisher nicht genau bestimmt ist und sich nur durch Combination der Beobachtungen verschiedener Forscher ableiten läſst. Da diese Gröſse für die Bestimmung des Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung der Gase bei meinen Versuchen von groſser Bedeutung ist, habe ich zur Erlangung genauer Werthe selbst die Untersuchung durchgeführt und theile dieselbe im Folgenden mit. Ich bemerke, daſs sich das unerwartete Resultat ergeben, daſs die specifische Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur *abnimmt*, oder daſs, wenn man wegen der geringen Gröſse der Abnahme dies noch nicht für hinreichend sicher hält, die specifische Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur jedenfalls nicht zunimmt.

Die Bestimmung der specifischen Wärme geschah nach der Mischungsmethode. Das in dem Calorimeter abzukühlende Quecksilber wurde in einem Quecksilberbad auf bestimmte Temperaturen erwärmt. Da es wünschenswerth war, in der Erwärmung des Quecksilbers über 100° hinauszugehen, wurde in dem Calorimeter anstatt Wasser auch Quecksilber genommen; es wurde hierdurch eine Verdampfung beim Eintauchen sicher vermieden. Das cylinderförmige Calorimeter bestand aus sehr dünnem Eisenblech und ruhte auf drei kleinen Füſsen von Elfenbein; die Höhe betrug 8 Ctm., der Durchmesser 3,85 Ctm. Während

1) Diese Annalen B. CLVII, S. 527.

der Versuche stand das Calorimeter in einem cylinderförmigen Kasten, welcher doppelte Wände besaſs, deren Zwischenraum mit Wasser gefüllt war.

Es wurde zunächst versucht, das abzukühlende Quecksilber in einem sehr dünnwandigen Glaskölbchen zu erwärmen und mit diesem in dem Calorimeter abzukühlen. In Folge der schlechten Wärmeleitung des Glases dauerte indeſs die Wärmeabgabe zu lange, um mit einer für den vorliegenden Zweck erforderlichen Genauigkeit den Einfluſs der Umgebung zu bestimmen. Um das Glas ganz zu vermeiden, wurden kleine Eimer aus demselben Eisenblech, welches zu dem Calorimeter verwandt war, hergestellt und mit diesen das Quecksilber aus dem Bade in das Calorimeter — für jeden Versuch ein Mal — geschöpft. Da das Gewicht des Calorimeters vor dem Eintauchen bekannt war, ebenso das Gewicht des Eimers, so lieſs sich durch nachfolgende Wägung das Gewicht des durch den Eimer eingeführten Quecksilbers bestimmen.

Es wurde auf diese Weise der Zweck in möglichst kurzer Zeit, die Wärmeabgabe an das Calorimeter zu gewinnen, sehr gut erreicht. Schon nach Verlauf von 10″ war die Wärmeabgabe bis zu 98 Proc. erfolgt, wie das beigefügte Beispiel zeigt, welches für eine anfängliche Temperaturdifferenz von 116°,1 im Ganzen eine Temperatursteigerung von 14°,76 im Calorimeter eintreten läſst.

Die Beobachtungen sind von 20″ zu 20″ angestellt; nur wurde nach dem Eintauchen eine Beobachtung nach 10″ eingeschaltet. Als Einheit des Zeitintervalles ist dann bei den Berechnungen für die Temperatur-Correction 10″ angenommen.

Temperatur[1])	Zeit in Sekunden	
11,73	0	
79	20	
85	40	
90	60	
—	80	— Moment des Eintauchens
26,40	90	
66	100	
57	120	
46	140	
36	160	
26	180	

In den ersten 10″ nach dem Eintauchen steigt also die Temperatur des Calorimeters um 14°,45; das Maximum ist schon nach 20″ erreicht. Die direct beobachtete Temperaturdifferenz im Calorimeter beträgt im Maximum (26,66 — 11,95) = 14,71, während nach Anbringung der Correction wegen des Einflusses der Umgebung die Temperaturdifferenz gleich 14,76 zu setzen ist. Die Correction 0,05 beträgt daher nur 0,4 Proc. des ganzen Werthes.

Es sind zwei Reihen von Versuchen ausgeführt, die sich dadurch unterscheiden, daſs verschiedene Thermometer in dem Calorimeter benutzt, und durch Anwendung zweier Eimer auch verschieden groſse Gewichtsmengen Quecksilber in das Calorimeter eingeführt wurden.

Der Berechnung der Wasserwerthe des Calorimeters und der Eimer ist die specifische Wärme des Eisens nach den Versuchen von Bède[2]) zu Grunde gelegt. Die mittlere specifische Wärme des Eisens zwischen 0° uud t^0 ist nach Bède

$$c_t = 0{,}1053 + 0{,}000071 . t.$$

Das Gewicht des Calorimeters mit dem Rührer ist 17,177 Gramm. Der Wasserwerth des Calorimeters und des Rührers ist

$$17{,}177 . 0{,}108 = 1{,}80$$

1) Die Temperatur wurde mit einem Thermometer bestimmt, welches in 0°,04 getheilt war.

2) Wüllner, Experimental-Physik, III. B. 3. Aufl., pag. 476.

In den folgenden Tabellen sind die Zahlen zusammengestellt, welche zur Berechnung der specifischen Wärme des Quecksilbers dienten.

Es bedeutet:

Π	den Wasserwerth des Calorimeters, Rührers und Thermometers;
π_1 ; π_2	den Wasserwerth des Eimers für die tiefere resp. höhere Temperatur;
P	das Gewicht des Quecksilbers im Calorimeter;
p	das Gewicht des eingeführten Quecksilbers;
T	die Temperatur des eingeführten Quecksilbers;
$(T - t)$	die Temperaturerniedrigung des Eimers mit dem Quecksilber;
$(t - \tau)$	die Temperaturerhöhung, die das Calorimeter erfuhr;
c_1 ; c_2	die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers, die sich bei der tieferen resp. höheren Temperatur ergiebt.

Die Berechnung von c_1 und c_2 wurde ausgeführt nach der Formel

$$c_1 = \frac{(\Pi + P.k)(t - \tau) - \pi_1 (T - t)}{p(T - t)}$$

Für die Gröfse k, welche die specifisehe Wärme des Quecksilbers im Calorimeter darstellt, wurde nach Regnault der Werth 0,0333 eingeführt.

1. Reihe der Versuche.

Gewicht des Eimers	2,41	Gr.
Höhe des Eimers	5,8	Ctm.
Durchmesser	1,0	Ctm.

Im Calorimeter würde ein Thermometer benutzt, welches in 0,02 getheilt war. Wasserwerth des Thermometers 0,50.

A. Tiefere Temperatur.

$\Pi = 2,30$ $\pi_1 = 0,265$

P	p	T	$T-t$	$t-\tau$	c_1
927,21	58,327	49,0	31,49	2,08	0,03308
926,55	58,743	49,0	31,31	2,081	0,03304
925,49	59,063	51,5	33,93	2,279	0,03318
925,75	58,917	50,8	33,02	2,204	0,03303
				Mittel	0,03308

B. Höhere Temperatur

$\Pi = 2,30 \qquad \pi_2 = 0,282.$

P	p	T	$T-t$	$t-\tau$	c_2
926,40	58,327	141,6	121,2	7,979	0,03258
925,73	58,377	143,5	122,75	8,104	3264
925,48	58,202	146,9	126,13	8,330	3274
925,89	58,301	148,6	127,4	8,400	3263
925,51	58,576	141,4	120,87	8,010	3266
				Mittel	0,03265

[1]) P	p	T	$T-t$	$t-\tau$	c_3
926,10	58,143	143,0	122,28	8,03	0,03258
925,85	58,331	143,6	123,23	8,129	3263
924,67	57,619	144,9	123,82	8,082	3259
924,30	58,344	143,2	122,15	8,08	3267
924,51	58,262	143,9	123,11	8,12	3260
				Mittel	0,03261

2. Reihe der Versuche.

Gewicht des Eimers 3,33 Gr.
Höhe des Eimers 5,9 Ctm.
Durchmesser 1,35 Ctm.

Das benutzte Thermometer war in 0,04 getheilt; der Wasserwerth desselben ist 0,35.

1) Es sind die Versuche dieser Reihe später angestellt.

A. Tiefere Temperatur.

$\Pi = 2,15 \qquad \pi_1 = 0,366.$

P	p	T	$T-t$	$t-\tau$	c_1
873,71	111,25	54,4	35,49	4,61	0,03322
874,27	112,22	48,5	29,71	3,875	3307
875,16	111,02	51,6	32,25	4,14	3289
874,85	110,46	50,8	32,05	4,124	3312
873,33	110,34	50,0	31,57	4,064	3313
				Mittel	0,03309

B. Höhere Temperatur.

$\Pi = 2,15 \qquad \pi_2 = 0,390.$

P	p	T	$T-t$	$t-\tau$	c_2
873,09	110,45	141,4	114,39	14,60	0,03255
874,97	108,16	143,1	116,82	14,607	3256
872,88	109,56	143,2	116,10	14,76	3266
872,30	109,31	142,8	115,66	14,69	3268
873,75	109,84	144.1	116,60	14,825	3257
				Mittel	0,03260

§. 2.

Die beiden Versuchsreihen geben gut übereinstimmende Resultate. In der tieferen Temperatur findet sich ein Mal für die specifische Wärme c_1 eine Abweichung von 0,6 Proc. vom Mittel; in der höheren Temperatur überschreitet die Abweichung aber nirgends 0,3 Proc.

Wie die Werthe von p zeigen, war in der zweiten Versuchsreihe die Gewichtsmenge des eingetauchten Quecksilbers fast doppelt so grofs, als in der ersten, so dafs auch die Temperaturänderungen, die das Calorimeter erfuhr, beinahe sich verdoppelten. Da die spec. Wärme des Eisens eine beträchtliche Aenderung mit der Temperatur zeigt, war es wünschenswerth, durch eine besondere Wahl der Anfangstemperatur des Calorimeters den Einflufs dieser

Aenderung auf den Wasserwerth des Calorimeters möglichst zu beseitigen. Es wurde zu dem Zwecke durch eine Kältemischung das Calorimeter vor den Versuchen, die eine stärkere Erwärmung ergaben, abgekühlt. Bei der zweiten Versuchsreihe wurde z. B. die Abkühlung bis 12° bewirkt, so dafs die Endtemperatur etwa 26°,6 war. Da nun bei der geringeren Erwärmung von 4°, diese von etwa 15° bis 19° erfolgte, so war hierdurch erreicht, dafs das erstere Temperaturintervall das letztere, so weit es möglich war, nach der Mitte hin einschlofs.

Um aus den Versuchen die Abhängigkeit der spec. Wärme des Quecksilbers von der Temperatur zu erhalten, hat man zwei Werthe, die als mittlere spec. Wärmen zwischen bestimmten Temperaturgrenzen gefunden wurden.

Die Zahl 0,03308 giebt die mittlere spec. Wärme zwischen 50° und 18° an und 0,03262 jene zwischen 144° und 24°. Stellt man die spec. Wärme des Quecksilbers bei t^0 durch

$$c_t = c_0 + a \cdot t$$

dar, so findet man aus den obigen Werthen

$$c_0 = 0{,}03339$$
$$a = -0{,}0000092.$$

Es würde nach diesen Versuchen die specifische Wärme des Quecksilbers bei 100° also nahezu um 3 Proc. kleiner, als bei 0° seyn.

Was den Werth c_0 angeht, so hat derselbe nach der Natur der Versuche gegenüber dem von Regnault gefundenen Werthe 0,03332 zwischen 10 und 100° keine Bedeutung. Aufser dem Werthe von k hängt es wesentlich von dem Wasserwerth ab, welchen Werth man für c_0 erhält. Der Wasserwerth des Calorimeters ist aus der spec. Wärme des Eisens berechnet, wie Bède dieselbe bestimmt hat. Nach den Versuchen von Byström [1]) ist die spec. Wärme des reinen Eisens aber gröfser, als die von Bède bestimmte und weiter die spec. Wärme des Roheisens um 13 Proc. gröfser als die des

1) Fortschritte der Physik 1860.

reinen Eisens. Es ist daher der Wasserwerth des Calorimeters nicht genau bestimmt, so daſs damit auch c_0 keinen Anspruch auf Genauigkeit machen kann.

Die Gröſse a, um deren Bestimmung es sich hier handelt, wird durch die erwähnte Unsicherheit indeſs kaum berührt; denn durch eine Aenderung des Werthes II werden die beiden Gröſsen c_1 und c_2 in fast genau gleichem Verhältnisse geändert.

Betrachtet man die Formel, welche zur Berechnung von c_1 resp. c_2 gedient hat, so erkennt man drei Möglichkeiten, welche das auffallende Resultat der Verminderung der spec. Wärme mit der Temperatur, also das negative Vorzeichen von a veranlassen konnten. Zunächst könnte für T in der tieferen Temperatur bei 50° ein zu kleiner Werth oder in der höheren Temperatur bei 144° ein zu groſser Werth eingeführt seyn. Die beiden Thermometer, welche zu den Versuchen verwandt wurden, waren unmittelbar vor denselben mit dem Jolly'schen Luftthermometer bei diesen Temperaturen von Neuem verglichen und danach corrigirt, so daſs diese Möglichkeit als ausgeschlossen zu betrachten ist.

Ferner könnte während der Zeit des Einführens des Quecksilbers in das Calorimeter bei beiden Temperaturen eine so verschiedenartige Abkühlung eingetreten seyn, daſs hierdurch eine Verminderung des Werthes c_2 gegenüber c_1 veranlaſst wurde. Es ist hier hervorzuheben, daſs eine Abkühlung der erwärmten Quecksilbermasse, welche proportional der Temperaturdifferenz $(T - t)$ erfolgt, zwar die Werthe c_1 und c_2 verkleinert, dieses aber wieder fast genau in gleichem Verhältnisse geschieht, so daſs auch hierdurch die Gröſse a, die nur von der Differenz $(c_1 - c_2)$ abhängt, kaum berührt wird. Die Zeit, welche zwischen dem Herausheben des Eimers aus dem Bade und dem Eintauchen in das Calorimeter verstrich, betrug 1″ bis 1″,5. Um zu erfahren, welche Abkühlung während dieser Zeit eintrat, wurde ein Thermometer in den Eimer eingeführt und mit diesem fest verbunden aus dem Bade herausgehoben. Die

Temperaturerniedrigung, die das Thermometer in der ersten Secunde zeigte, war, wie zu erwarten war, etwas kleiner, als später wo sie in gleichen Zeiten denselben Werth erhielt. Ferner machte es einen geringen Unterschied, ob der Eimer mit dem Thermometer ruhig gehalten oder in der Luft bewegt wurde.

Für den kleineren Eimer, welcher bei der ersten Reihe der Versuche benutzt wurde, wurden folgende Werthe erhalten. Bei 144° fiel in 1″ die Temperatur um 0°,45, bei 50° in derselben Zeit um 0°,105. Für den gröſseren Eimer sank bei 142° die Temperatur in 1″ um 0°,4, bei 50° um 0°,09. Da diese Gröſsen sehr nahe den Temperaturdifferenzen ($T - t$) proportional sind, so haben dieselben nur einen verschwindenden Einfluſs auf den Coëfficienten a.

Der dritte Umstand endlich, welcher auf die Gröſse a von Einfluſs ist, ist die Zunahme des Wasserwerthes π des Eimers, welche durch das Wachsen der spec. Wärme des Eisens mit der Temperatur bedingt wird. Es beträgt diese Zunahme für die fraglichen Temperaturen fast 7 Proc. Indeſs ist es nach den Versuchen von Byström zweifelhaft, ob das Eisen wirklich jene von Bède beobachtete Zunahme der spec. Wärme besitzt; denn nach den Versuchen des ersteren beträgt die Zunahme für dieselben Verhältnisse sowohl bei reinem Eisen, als auch beim Roheisen nur 2,5 Proc. Da das Verhältniſs des Wasserwerthes π zu dem Gewicht des im Eimer enthaltenen Quecksilbers in beiden Versuchsreihen verschieden ist, äuſsert sich der Einfluſs einer veränderten Annahme über das Wachsen der spec. Wärme des Eisens in ungleichem Maaſse auf den Werth von a. Unter der Annahme der Constanz der spec. Wärme des Eisens würde die erste Versuchsreihe auch eine constante spec. Wärme des Quecksilbers, also $a = 0$, liefern, während die zweite noch eine geringe Abnahme ergeben würde.

Ohne eine genaue Kenntniſs der Abhängigkeit der spec. Wärme des Eisens von der Temperatur können die mitgetheilten Versuche daher nicht die Abnahme der spec.

Wärme des Quecksilbers beweisen; sie zeigen indefs, dafs dieselbe jedenfalls nicht mit der Temperatur wächst.

§. 3.

Da mir die Frage über die Abnahme der spec. Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur, auch abgesehen von dem Zwecke, zu welchem die Untersuchung hier dienen sollte, von großer Bedeutung zu seyn schien, habe ich eine weitere Aufklärung zu erlangen gesucht. Eine directe Untersuchung der spec. Wärme des verwandten Eisens war wegen Mangels an Material nicht möglich und ich habe daher mit einem Eimer aus Platinblech die Versuche wiederholt. Das Platin bietet gegenüber dem Eisen zwei Vortheile; zunächst läfst sich dasselbe viel dünner verwenden, so dafs der Wasserwerth bedeutend kleiner wird und aufserdem wächst die spec. Wärme desselben in viel geringerem Maafse. Während bei den früheren Versuchen im günstigsten Falle (bei der 2. Reihe) der Wasserwerth des Eimers zum Wasserwerth des in demselben enthaltenen Quecksilbers sich wie 1 zu 10 verhielt, war bei den folgenden Versuchen das Verhältnifs 1 : 54. Es hat daher die Vergröfserung des Wasserwerthes π_1 bei der tieferen Temperatur in π_2 für die höhere Temperatur einen kaum bemerkbaren Einflufs auf das Endresultat.

3. Reihe der Versuche.

Gewicht des Eimers	1,938 Gr.
Höhe des Eimers	5,6 Ctm.
Durchmesser	1,3 Ctm.

Das benutzte Thermometer war in $0^0,04$ getheilt; der Wasserwerth desselben ist 0,35.

Die mittlere specifische Wärme des Platins ist nach Byström

zwischen 50° und 20°	0,0325
zwischen 143° und 26°	0,0327

A. Tiefere Temperatur.

$\Pi = 2{,}15 \qquad \pi_1 = 0{,}0645.$

P	p	T	$T-t$	$t-\tau$	c_1
885,79	106,39	51,1	31,09	3,52	0,03308
886,08	106,44	48,1	29,03	3,29	10
885,89	106,39	50,9	31,77	3,614	23
885,63	105,03	50,4	31,25	3,495	08
887,09	106,16	49,7	29,59	3,346	13
887,11	105,92	49,2	29,54	3,335	17
886,80	105,94	49,2	29,32	3,308	13
887,86	105,60	49,5	29,43	3,295	01
887,54	105,92	49,3	29,64	3,345	22
887,55	105,13	49,2	28,59	3,194	07
				Mittel	0,03312

B. Höhere Temperatur.

$\Pi = 2{,}15 \qquad \pi_2 = 0{,}0649.$

P	p	T	$T-t$	$t-\tau$	c_2
888,06	103,48	149,6	123,5	13,45	0,03275
885,90	103,52	144,3	118,4	12,94	79
888,20	102,99	142,6	117,6	12,81	93
889,09	102,90	141,4	116,1	12,565	77
888,52	103,46	139,2	114,8	12,54	89
889,90	101,19	141,2	116,3	12,343	68
887,04	103,44	140,2	115,1	12,54	74
886,82	102,85	141,0	115,5	12,50	70
				Mittel[1])	0,03278

Auch diese Versuche ergeben eine Abnahme der specifischen Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur.

Der erste Mittelwerth 0,03312 stellt die mittlere specifische Wärme zwischen 49°,6 und 19°,7 dar; der zweite 0,03278 jene zwischen 142°,2 und 25°,5.

1) Würde man statt des Werthes $\pi_2 = 0{,}0649$ den Werth $\pi_1 = 0{,}0645$ in die Rechnung einführen, so würde man den Mittelwerth 0,032784 erhalten. Es ist also die Aenderung der specifischen Wärme des Platins für das Resultat ohne Bedeutung.

Berechnet man aus diesen Werthen die Constanten der Formel

$$c_t = c_0 + at$$

so findet man

$$c_0 = 0{,}03336$$
$$a = -0{,}0000069.$$

Es würde hiernach also die specifische Wärme des Quecksilbers von 0° bis 100° um nahezu 2 Proc. abnehmen. Die hier bestimmte Gröfse a ist kleiner, als die aus den früheren Versuchsreihen erhaltene; es ist dies nach dem Mitgetheilten wahrscheinlich darin begründet, dafs für die specifische Wärme des Eisens eine zu starke Zunahme mit der Temperatur angenommen ist. Die letzten Versuche sind daher allein zu berücksichtigen.

Das Resultat der Versuche ist ein eigenthümliches und steht, soweit mir bekannt ist, ganz vereinzelt da. Man ist leicht zu der Annahme geneigt, dafs eine Constanz der specifischen Wärme viel leichter erklärlich sei, als eine Abnahme und dafs daher, da die Abnahme aus einer Veränderung, die nur 1 Proc. des Werthes beträgt, geschlossen ist, diese selbst doch noch nicht hinreichend verbürgt sei. Was den letztern Punkt betrifft, so gebe ich allerdings zu, dafs es sehr wünschenswerth ist, die Versuche nach einer andern Methode zu wiederholen; andererseits ist aber nicht zu verkennen, dafs die Uebereinstimmung der zahlreichen Versuche eine gute ist und nach der frühern Discussion constante Fehlerquellen nicht zu finden sind.

Die Abhängigkeit der specifischen Wärme von der Temperatur wird nach der Auffassung von Clausius, welcher die wahre specifische Wärme sowohl vom Agregatzustande als auch von der Temperatur, als unabhängig ansieht, von der Aenderung der bei der Temperaturerhöhung zu leistenden Arbeit bedingt.

Um von der letzteren die äufsere Arbeit und denjenigen Theil der inneren Arbeit zu trennen, der zur Volumvermehrung verwandt wird, hat man die spec. Wärme bei

constantem Volumen zu betrachten; diese ist es auch, die als einfachere Gröfse bei Beurtheilung der obigen Annahmen zunächst in Frage kommt. Clausius hat gezeigt, wie sich die spec. Wärme bei constantem Volumen mit Hülfe des Ausdehnungs- und Compressionscoëfficienten berechnen läfst. Es hat sich dabei für Wasser ergeben, dafs die spec. Wärme bei constantem Volum mit wachsender Temperatur abnimmt. Für Quecksilber läfst sich die spec. Wärme bei constantem Volum für 0° berechnen. Man erhält für die Differenz der spec. Wärmen bei dieser Temperatur [1])

$$c_p - c_v = 0{,}00543.$$

Für eine höhere Temperatur ist die Bestimmung nicht genau ausführbar, weil die Aenderung des Compressionscoëfficienten mit der Temperatur nicht bekannt ist. Nimmt man diesen constant, so erhält man für 100°

$$c_p - c_v = 0{,}00733.$$

Aus der Annahme eines constanten c_p würde also folgen, dafs die spec. Wärme bei constantem Volumen von 0 bis 100° um 6 Proc. abnehmen würde; oder zur Constanz von c_v würde nothwendig seyn, dafs die spec. Wärme bei constantem Druck um 6 Proc. von 0 bis 100° wachsen müfste. Zieht man die spec. Wärme bei constantem Volumen in Betracht, so folgt [2]) also aus allen Versuchen, dafs dieselbe mit wachsender Temperatur abnimmt, gleichgültig, ob jene bei constantem Druck als constant oder mit der Temperatur abnehmend angenommen wird; für diese Gröfse steht denn auch das Quecksilber nicht vereinzelt da, sondern findet ein Analogon im Wasser. Es scheint mir daher in der Abnahme der specifischen Wärme bei constantem Druck keine gröfsere Schwierigkeit zu liegen, als in der Constanz jener Gröfse. Die mit vieler Vorsicht angestellten Versuche zeigen aber eine Abnahme

1) Wüllner, Experimental-Physik, 3. Aufl., III. B., S. 491.

2) Nur wenn der Compressionscoëfficieut des Quecksilbers von 0 bis 100° um 25 Proc. wächst, ist die Folge nicht richtig.

der spec. Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur, und diese Abnahme, wenn gleich klein, ist gröſser, als daſs sie durch Beobachtungsfehler zu erklären wäre.

Aachen, im Mai 1876.

IX Ein interessanter aërostatischer Versuch.

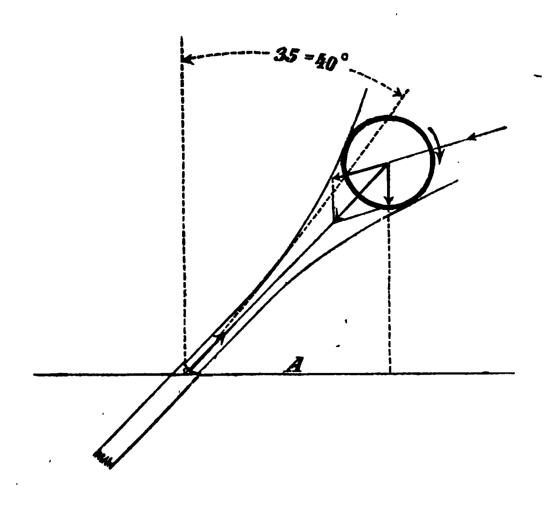
(Briefliche Mittheilung von Hrn. Director Reuleaux an den Herausgeber.)

Philadelphia, im August 1876.

Inmitten des Lärmes, welchen Hunderte von sausenden Maschinen um mich her aufführen, und andererseits desjenigen, welchen meine s. z. Briefe in Deutschland hervorgerufen haben, darf die Wissenschaft nicht vergessen werden. Erlauben Sie mir deshalb, Ihnen Mittheilung von einem sehr hübschen und wie mir scheint ganz neuen Versuch zu machen, auf welchen in einer hiesigen Werkstätte der Zufall geführt hat. Die Werkstätte ist die von Westinghonse & Cie, in welcher Maschinen, die mit hochgespannter Luft arbeiten, angefertigt werden. Man entdeckte dort vor Kurzem rein zufällig, daſs ein schräge aufwärts austretender starker Luftstrom eine Kugel frei schwebend zu erhalten vermag, ähnlich wie ein *senkrechter* Wasserstrahl. Das Experiment wurde alsbald hier in der Ausstellungshalle, wo jenes Haus seine Maschinen zur Schau stellt, wiederholt, und wird nun seit vierzehn Tagen alltäglich oft ausgeführt, wobei es viele Zuschauer anlockt. Die Ingenieure versuchten allerlei Erklärungen, wie: Liegen und Rollen auf einer schief aufsteigenden Luftschicht, Umkreisen der Kugel durch den Luftstrom, usw. Ich habe eine andere Erklärung versucht, von der ich annehme, daſs sie

der Hauptsache nach die richtige sey. Erlauben Sie mir, Ihnen dieselbe vorzutragen.

Das Experiment ist Folgendes. Das hier in der Aus-



stellung benutzte Ausblaserohr ist etwa 6mm weit und steht mit seiner Axe um 35—40° aus der Verticalen. Läſst man nun einen Luftstrom von 3—4 Atm. Spannung austreten (wir haben Versuche bis zu 7 Atm. gemacht) und hält zunächst einen Gummiball von 5″ engl. Durchmesser in den Strahl, so kann man ihn, nachdem man die richtige Stelle im Strahl ausgesucht, loslassen, ohne daſs er fällt. Er wird vom Strahl getragen, und beginnt (unter kleinen Schwankungen *in der Strahlrichtung*) sich zu drehen und zwar in einer Verticalebene, welche mit der des Strahles übereinstimmt und in dem Sinne, daſs die oberen Punkte sich von dem Mundstück entfernen. Der Abstand *A* beträgt bei 3 Atm. etwa 35 Cm., bei 6 gegen 45 Cm. Nimmt man statt des obigen Balles eine Holzkugel von 4, von 3″ usw. Durchmesser, so gelingt das Experiment ebenfalls, nur ist der Abstand *A* kleiner; eine 1¾zöllige Glaskugel wird ebenfalls getragen. Auch kann man zwei Kugeln, eine groſse und eine kleine, letztere zu unterst, in den Strahl hängen, was sehr merkwürdig aussieht. Als

Nebenerscheinungen führe ich folgende an. 1. Macht man den Strom sehr stark, so geht der Ball weit ab, bis 50 Cm., *hört aber dann auf zu rotiren*; er schaukelt nur noch leise. 2. Bringt man ihn durch Spannungsverminderung wieder näher zur Mündung hin, wobei er an Winkelgeschwindigkeit gewinnt, so ändert er langsam die Lage seiner Drehungsebene und zwar so lange, bis diese in die Strahlebene fällt, wobei die Axe der Drehung des Balles eine leichte Neigung gegen die Horizontale macht.

Die Haupterscheinung halte ich für eine solche, welche mit dem Clément-Desormes'schen Versuche zusammenhängt. Der ziemlich dünne Strahl wird an der Kugel nach allen Seiten abgelenkt und dadurch in seinem Inneren mehr oder weniger stark verdünnt. Demzufolge preſst die Atmosphäre in der Richtung der stärksten Verdünnung oder der Mittelkraft der Verdünnungen den Ball nach der Ausfluſsmündung hin. Das Gewicht des Balles wirkt senkrecht abwärts. Gleichgewicht zwischen der schräge aufwärts treibenden Kraft des Strahles und den beiden vorhin genannten Kräften entsteht, wenn die Mittelkraft der letzteren der Strahlwirkung parallel wird. Dies kann nur stattfinden, wenn der Ball sich mit seinem Centrum *unterhalb der Strahlaxe* befindet. Es entsteht demnach noch ein Kräftepaar, welches den Ball in Drehung versetzt. Bringt man den Finger oder einen Stab an die Stelle des muthmaſslichen Druckminimums an den Ball, so wird derselbe sofort abgestoſsen (da man das Vacuum beseitigt) oder er fällt herab. Jene beiden gleichzeitig in den Luftstrom gehängten Bälle stoſsen einander scheinbar ab, sobald sie einander berührt haben. Die erste Nebenerscheinung ist mir nicht recht klar. Die zweite, *welche nur beim Gummiball auftritt*, läſst sich wohl so erklären, daſs die sehr merkliche Abplattung, die der Ball erfährt, die nach der Mündung zu gerichtete Hälfte der Balloberfläche, wofern die Drehaxe nicht genau normal zur Strahlebene steht, unsymmetrisch gestaltet und demnach einem kleinen Kräftepaar Entstehung giebt, welches langsam die Stellung

herbeiführt, bei welcher das Sphäroid symmetrisch zur Strahlebene steht.

Ohne Zweifel werden sich noch hübschere Variationen des Versuches finden lassen, der, wie ich annehme, auch mittelst eines starken Blasebalges ausgeführt werden kann. Sehr leicht wird er mit einem Dampfstrahl auszuführen seyn.

X. *Zur Theorie der Doppelbrechung; von Victor v. Lang.*

(Aus dem LXXIII. Bande der Sitzb. der Wien. Akad. übersandt vom Verfasser.)

In einer vor längerer Zeit erschienenen Notiz [1]) habe ich gezeigt, daſs sich aus den für einen elastischen festen Körper geltenden Gleichungen auch die Bedingungsgleichungen ableiten lassen, welche Cauchy für die Spiegelung und Brechung des Lichtes an der Grenzfläche durchsichtiger isotroper Medien aufgestellt hat. Anderseits hatte schon früher Lamé die Erscheinungen der Doppelbrechung aus den erwähnten Formeln erhalten.

Es würden somit zwei wichtige Partien der Lichtlehre durch eine gemeinsame Theorie gegeben seyn, wenn nicht Lamé's Analyse zufolge die Schwingungen des Lichtäthers in der Polarisationsebene erfolgen müſsten. Dies stimmt nämlich nicht mit Cauchy's Theorie der Spiegelung, welche die Lichtschwingungen senkrecht zur Polarisationsebene ergiebt.

Ich habe nun schon in der eingangs erwähnten Notiz ein System von Werthen für die Spannungen angegeben, welches in die Elasticitätsgleichungen substituirt ebenfalls

1) Zur Theorie der Spiegelung und Brechung des Lichtes. Sitzber. der Wien. Akad. Bd. 44, 1861.

die Gesetze der Doppelbrechung giebt; nur mit dem Unterschiede, daſs jetzt die Schwingungen senkrecht zur Polarisationsebene geschehen. Jene damals ohne Ableitung gegebenen Werthe der Spannungen sollen jetzt näher begründet werden.

Der Theorie der Elasticität zufolge hat man für das Gleichgewicht eines Elementarparallelopipeds im Punkte xyz die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} \frac{dN_1}{dx}+\frac{dT_3}{dy}+\frac{dT_2}{dz}+X=0 \\ \frac{dT_3}{dx}+\frac{dN_2}{dy}+\frac{dT_1}{dz}+Y=0 \\ \frac{dT_2}{dx}+\frac{dT_1}{dy}+\frac{dN_3}{dz}+Z=0 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (1).$$

Sind α, β, γ die Längendilatationen der drei Kanten, φ, χ, ψ aber die Aenderungen, der Winkel des Elementarparallelopipeds durch die Spannungen, so muſs seyn

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha=\frac{1}{E}[N_1-\mu(N_2+N_3)], & \varphi=2\frac{1+\mu}{E}T_1 \\ \beta=\frac{1}{E}[N_2-\mu(N_3+N_1)], & \chi=2\frac{1+\mu}{E}T_2 \\ \gamma=\frac{1}{E}[N_3-\mu(N_1+N_2)], & \psi=2\frac{1+\mu}{E}T_3 \end{array}\right\} \quad (2).$$

Hier ist E der sogenannte Elasticitätscoëfficient, μ aber das Verhältniſs der Querconcentration zur Längendilatation. Drückt man noch die letzten sechs Gröſsen durch die Verschiebungen ξ, η, ζ des Punktes x, y, z aus, wobei natürlich alle diese Gröſsen als sehr klein betrachtet werden, so erhält man

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha=\frac{d\xi}{dx}, & \varphi=\frac{d\eta}{dz}+\frac{d\zeta}{dy} \\ \beta=\frac{d\eta}{dy}, & \chi=\frac{d\zeta}{dx}+\frac{d\xi}{dz} \\ \gamma=\frac{d\zeta}{dz}, & \psi=\frac{d\zeta}{dy}+\frac{d\eta}{dx} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Somit werden die Spannungen

$$\left.\begin{aligned}N_1 &= 2\varrho M\frac{d\xi}{dx}+\varrho L\left(\frac{d\xi}{dx}+\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz}\right), & T_1 &= \varrho M\left(\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz}\right)\\ N_2 &= 2\varrho M\frac{d\eta}{dy}+\varrho L\left(\frac{d\xi}{dx}+\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz}\right), & T_2 &= \varrho M\left(\frac{d\zeta}{dx}+\frac{d\xi}{dz}\right)\\ N_3 &= 2\varrho \mathfrak{M}\frac{d\zeta}{dz}+\varrho L\left(\frac{d\xi}{dx}+\frac{d\eta}{dy}+\frac{d\zeta}{dz}\right), & T_3 &= \varrho M\left(\frac{d\xi}{dy}+\frac{d\eta}{dx}\right)\end{aligned}\right\}(4),$$

wobei zur Abkürzung

$$\frac{E}{2(1+\mu)}=\varrho M \qquad \frac{E}{1+\mu}\cdot\frac{\mu}{1-2\mu}=\varrho L \quad (5)$$

gesetzt ist, und ϱ die Dichte des Aethers bedeuten soll.

Dies die bekannten Formeln der Elasticitätslehre. Man kann nun dieselben direct auf den Aether anwenden: ξ, η, ζ sind dann die Ausschläge des Aethertheilchens x, y, z zur Zeit t und die Integration der Gleichungen (1) giebt dann die Lichtbewegung in isotropen Medien.

Diese directe Anwendung der obigen Gleichungen kann aber nicht mehr statthaben, falls die Bewegung des Aethers, wie wir jetzt annehmen wollen, nicht von seinen eigenen Schwingungen allein herrührt, sondern zum Theile auch von den der Schwingungen der Körpertheilchen, mit welchen der Aether fortbewegt wird.

In den früheren Formeln müssen dann die Ausschläge ξ, η, ζ um die Beträge ξ', η', ζ' verringert werden, die von den Schwingungen der Körpertheilchen herrühren und die ja auf die Deformation des Aethers ohne Einfluſs sind. Wir werden daher für ξ, η, ζ zu setzen haben

$$\left.\begin{aligned}\xi-\xi' &= \zeta\left(1-\frac{\xi'}{\xi}\right)\\ \eta-\eta' &= \eta\left(1-\frac{\eta'}{\eta}\right)\\ \zeta-\zeta' &= \zeta\left(1-\frac{\zeta'}{\zeta}\right)\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Wir setzen nun weiter voraus, daſs die Verhältnisse

$$\frac{\xi'}{\xi},\ \frac{\eta'}{\eta},\ \frac{\xi'}{\zeta}$$

für ein bestimmtes System dreier rechtwinkliger Axen constant seyen. Dies kann wohl, wenn Aether und Körper-

theilchen nicht mit gleicher Schwingungsdauer oscilliren, nicht für jeden einzelnen Ausschlag gelten, es ist aber dann noch immer denkbar, dafs die Constanz der angegebenen Verhältnisse wenigstens im Mittel Geltung habe.

Die Schwingungen der Körpertheilchen werden aber im Allgemeinen nach verschiedenen Richtungen ganz gewifs auf verschiedene Weise vor sich gehen, ändern sich ja doch alle Eigenschaften der Krystalle mit der Richtung. Jene drei Verhältnisse werden daher, falls sie constant sind, jedenfalls verschiedene Werthe haben. Setzen wir nun zur Abkürzung

$$\left.\begin{array}{c} M\left(1-\frac{\xi'}{\xi}\right)=\mathfrak{a}^2, \quad M\left(1-\frac{\eta'}{\eta}\right)=\mathfrak{b}^2, \quad M\left(1-\frac{\zeta'}{\zeta}\right)=\mathfrak{c}^2, \\ H=\frac{L}{M}, \end{array}\right\} (7),$$

so werden die Gleichungen (4) durch die angegebene Substitution für ξ, η ζ

$$\left.\begin{array}{l} N_1 = 2\varrho\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\varrho H\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}\right), \\ N_2 = 2\varrho\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\varrho H\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}\right), \\ N_3 = 2\varrho\mathfrak{c}^2\frac{d\xi}{dz}+\varrho H\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}\right), \\ T_1 = \varrho\left(\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dz}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dy}\right) \\ T_2 = \varrho\left(\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dx}+\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dz}\right) \\ T_3 = \varrho\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dy}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dx}\right) \end{array}\right\} (8).$$

Um mit Hülfe dieser Werthe die Bewegungsgleichungen zu bilden, haben wir noch in den Gleichungen (1) die per Volumseinheit gerechneten, äufseren Kräfte X, Y, Z, zu ersetzen durch die beschleunigenden Kräfte

$$-\varrho\frac{d^2\xi}{dt^2}, \quad -\varrho\frac{d^2\eta}{dt^2}, \quad -\varrho\frac{d^2\zeta}{dt^2}$$

und erhalten so:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2\xi}{dt^2} &= (1+H)\frac{d}{dx}\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}\right)\\
&\qquad\qquad+\mathfrak{a}^2\left(\frac{d^2\xi}{dx^2}+\frac{d^2\xi}{dy^2}+\frac{d^2\xi}{dz^2}\right)\\
\frac{d^2\eta}{dt^2} &= (1+H)\frac{d}{dy}\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}\right)\\
&\qquad\qquad+\mathfrak{b}^2\left(\frac{d^2\eta}{dx^2}+\frac{d^2\eta}{dy^2}+\frac{d^2\eta}{dz^2}\right)\\
\frac{d^2\zeta}{dt^2} &= (1+H)\frac{d}{dy}\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}\right)\\
&\qquad\qquad+\mathfrak{c}^2\left(\frac{d^2\zeta}{dx^2}+\frac{d^2\zeta}{dy^2}+\frac{d^2\zeta}{dx^2}\right)
\end{aligned}\right\}\quad (9).$$

Wir integriren nun diese Gleichungen durch eine ebene Welle, d. h., wir setzen

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= ha\sin\frac{2\pi}{\lambda}(ux+vy+wz-\mathfrak{q}t\\
\eta &= ka\sin\frac{2\pi}{\lambda}(ux+vy+wz-\mathfrak{q}t\\
\zeta &= la\sin\frac{2\pi}{\lambda}(ux+vy+wz-\mathfrak{q}t
\end{aligned}\right\}\ .\quad (10).$$

Hier sind h, k, l die Richtungscosinusse der Schwingungsrichtung, u, v, w aber die der Wellennormale. Für eine transversale Welle ist daher

$$hu+kv+lw=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11),$$

für eine longitudinale aber

$$hu+kv+la=1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Die Substitution der Ausdrücke (10) in die Gleichungen (9) giebt

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{q}^2h &= (1+H)u(\mathfrak{a}^2hu+\mathfrak{b}^2kv+\mathfrak{c}^2lw)+\mathfrak{a}^2h\\
\mathfrak{q}^2k &= (1+H)v(\mathfrak{a}^2hu+\mathfrak{b}^2kv+\mathfrak{c}^2lw)+\mathfrak{b}^2k\\
\mathfrak{q}^2l &= (1+H)w(\mathfrak{a}^2hu+\mathfrak{b}^2kv+\mathfrak{c}^2lw)+\mathfrak{c}^2l
\end{aligned}\right\}\ (13).$$

Multiplicirt man diese Gleichungen der Reihe nach mit u, v, w und addirt, so erhält man zufolge Gleichung (11), also für die transversalen Wellen die Bedingungsgleichung

$$0=(2+H)(u^2hu+\mathfrak{b}^2kv+\mathfrak{c}^2lw)\quad . \quad (14),$$

welcher Gleichung nur durch

$$H=-2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

genügt werden kann. Hierdurch reduciren sich aber die Gleichungen (13) auf

$$\left.\begin{array}{l}(\mathfrak{a}^2-\mathfrak{q}^2)h=Fu\\(\mathfrak{b}^2-\mathfrak{q}^2)k=Fv\\(\mathfrak{c}^2-\mathfrak{q}^2)l=Fw\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

zu welchen Gleichungen eben auch Fresnel's Theorie der Doppelbrechung führt (vergl. Lang, Einleitung in die theor. Physik, S. 330).

Die Bedingung $H=-2$ besagt aber, daſs im Innern doppelbrechender Körper longitudinale Wellen nicht existiren. Multiplicirt man nämlich die Gleichungen (13) der Reihe nach mit u, v, w und addirt, so erhält man für die Geschwindigkeit der longitudinalen Welle zufolge Gleichung (12)

$$\mathfrak{q}^2=(2+H)(\mathfrak{a}^2u^2+\mathfrak{b}^2v^2+\mathfrak{c}^2w^2) \quad . \quad . \quad (17).$$

Diese Geschwindigkeit wird also Null für $H=-2$.

Dem gefundenen Werthe von H zufolge müſste aber

$$L=-2M$$

und

$$\mu=1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

seyn, d. h. Quercontraction und Längendilatation sind für den Aether immer gleich.

Setzt man endlich noch den Werth von H in die Ausdrücke (8) für die Spannungen, so werden dieselben

$$\left.\begin{array}{l}N_1=-2\varrho\left(\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dy}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}\right),\; T_1=\varrho\left(\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dz}+\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dy}\right)\\N_2=-2\varrho\left(\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dz}+\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}\right),\; T_2=\varrho\left(\mathfrak{c}^2\frac{d\zeta}{dx}+\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dz}\right)\\N_3=-2\varrho\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dx}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dx}\right),\; T_3=\varrho\left(\mathfrak{a}^2\frac{d\xi}{dy}+\mathfrak{b}^2\frac{d\eta}{dk}\right)\end{array}\right\}(19),$$

welche Ausdrücke mit denen in meiner ersten Notiz gegebenen vollkommen übereinstimmen, unter der Voraussetzung, daſs keine longitudinalen Wellen existiren.

XI. *Eine Blitzwirkung während des Gewitters vom 18. August; von Hrn. A. Trécul.*

(Compt rend. T. 83, p. 478.)

Während des Gewitters, welches in den Morgenstunden des letzten Freitags aufzog, war ich zwischen sieben und acht Uhr mit Schreiben am offenen Fenster beschäftigt. Starke Donnerschläge, die in der Nachbarschaft stattzufinden schienen, erfolgten zu wiederholten Malen. Während der nächsten oder beinahe gleichzeitig mit ihnen, sanken kleine leuchtende Säulen in schiefer Richtung bis auf mein Papier herab. Die Länge einer derselben betrug ungefähr zwei Meter und ihre gröſste Breite anderthalb Decimeter ($0^m,15$). Stumpf an dem entfernteren Ende, wenigstens bei der, von welcher ich spreche, verdünnten sie sich allmählich und an der Oberfläche meines Tisches hatten sie nur drei bis vier Centimeter. Ihr Ansehen war das eines entflammten Gases mit schlecht begränzten Umrissen. Ihre wenig intensive Farbe war gelb, schwach röthlich, wie die vieler Flammen; allein an der Oberfläche des Papiers, auf welcher sie vier oder fünf Secunden verweilten, waren ihre Farben lebhafter. Bei der ersten bemerkte ich die Farbe dieses unteren Theils nicht gut; allein die zweite zeigte die lebhaften Farben des Regenbogens (gelb, grün und blau); die dritte war sehr schön blau, aber schwächer, fast weiſs in der Berührung mit dem Papier.

Eine Detonation fand nicht statt; allein *beim Erlöschen* verlieſsen sie das Papier mit einem schwachen *Rauschen* (*bruissement*). Ich bediene mich eigends dieses Wortes, weil die beiden ersten Sylben desselben dieſs schwache Geräusch ziemlich gut nachahmen, welches man auch m t dem vergleichen kann, welches entsteht, wenn man ein wenig Wasser auf eine hinreichend erhitzte Metallplatte gieſst. Ein Geruch war nicht zu spüren. Ich muſs auch

hinzufügen, daſs das Papier nicht verändert oder fleckig ward. Meine Stahlfeder ward nicht angegriffen und ich selber empfand nichts.

XII. *Radiometrische Versuche.*

Hr. Dr. A. Schuster, Demonstrator an Owen's College in Manchester, hat mit einem von Geiſsler verfertigten Radiometer folgenden bemerkenswerthen Versuch angestellt.

Er hängt das Instrument bifilar in einem gröſseren Glasgefäſs auf, welches er darauf auspumpt. An der Glashülle desselben ist ein kleiner Hohlspiegel befestigt, um eine etwaige Bewegung derselben beobachten zu können. Hierauf läſst er das Licht einer Hydro-Oxygen-Lampe, welches er bis dahin durch einen Schirm abgehalten, auf das Instrument fallen, welches sich dadurch etwa 200 Mal in der Minute dreht. Dabei wurde nun beobachtet, daſs die Glashülle abwich, in entgegengesetzter Richtung mit der Richtung des Kreuzes. Wenn die Geschwindigkeit der Lichtmühle constant geworden war, kehrte die Glashülle in ihre anfängliche Lage zurück. Nahm man das Licht plötzlich fort, so wurde die Hülle wiederum in Bewegung gesetzt, aber entgegengesetzt der anfänglichen. Die Hülle drehte sich also nun in derselben Richtung wie die Lichtmühle (*Proc. of the Royal Soc. Vol. XXIV*, *p.* 391).

Hr. Crookes hat diesen Versuch wiederholt, jedoch in der Weise, daſs er das Radiometer in Wasser schwimmen lieſs (also war auſserhalb der Hülle keine verdünnte Luft). Der Erfolg war etwas verschieden von dem von Dr. Schuster beobachteten. Erst drehte sich die Hülle, dann stand sie still und nahm darauf entgegengesetzte Bewegung an. Endlich nahm sie eine sehr langsame Drehung an und zwar in gleicher Richtung mit dem Kreuz. Als diesem ein kräftiger Magnet genähert wurde, stand es

augenblicklich still [1]) und zugleich begann die Hülle sich zu drehen, entgegengesetzt der Bewegung des Kreuzes (*Ib. p.* 409).

XIII. *Ueber Hrn. Sonnreck's Theorie der Schwingungs-Erregung und der Bewegung der Luftsäule in offenen und gedeckten Pfeifen; von Alexander J. Ellis.*

(Briefliche Mittheilung.)

Indem ich diese interessante Mittheilung in Ihrer Nummer für Mai 1876, S. 129—147, durchlas, fiel es mir in hohem Grade auf, dafs die Section „*a* Schwingungs-Erregung des Grundtones bei offenen Pfeifen", S. 132, beinahe als eine wörtliche Uebersetzung zu betrachten ist, von S. 710 des Anhangs zu meiner in 1875 erschienenen englischen Uebersetzung von der Helmholtz'schen Lehre der Tonempfindungen. Diese Seite enthält einen Auszug von der Theorie, die Hr. Hermann Smith in London schon in mehren früher gedruckten Mittheilungen von 1864, 1873 bis 1875, über denselben Gegenstand veröffentlicht hat, und mein Auszug ist von ihm selbst zu diesem Zwecke gütigst revidirt worden. Obgleich die von dem Hrn. Sonreck mitgetheilten Versuche, sowie auch seine Theorie, von denen des Hrn. Hermann Smith mir gänzlich unabhängig zu seyn scheinen, wäre es doch wünschenswerth, die Priorität der englischen, auf jahrelanger practischen Arbeit mit Orgelpfeifen gestützten Theorien aufser Zweifel zu setzen, und daher ersuche ich Sie, diese Notiz in Ihre Annalen gütigst einzurücken.

London, den 29. September 1876.

1) Ich habe diefs an meinem Radiometer nicht beobachten können, obgleich die Flügel desselben aus Aluminium, also aus einem, wenn auch nur schwach, magnetischen Metall bestehen. P.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

1876. ANNALEN № 10.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLIX.

I. *Ueber die Wärmeleitung von Gasen und Dämpfen und die Abhängigkeit der specifischen Wärmen derselben von der Temperatur;*

von A. Winkelmann.

Für die Gase, Luft, Wasserstoff und Kohlensäure habe ich in meiner zweiten Abhandlung[1]) über die Wärmeleitung der Gase die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Temperatur untersucht und gezeigt, daſs der Temperaturcoëfficient der Wärmeleitung für Luft und Wasserstoff sehr nahe mit den Ausdehnungscoëfficienten übereinstimmt. Dem gefundenen Werthe des Temperaturcoëfficienten haftete aber, wie ich schon damals bemerkte, dadurch eine gewisse Unsicherheit an, daſs die Abhängigkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers von der Temperatur nicht genau bekannt war. Um diesen Mangel zu heben, habe ich selbst die Untersuchung durchgeführt. Dieselbe hat das unerwartete Resultat[2]) ergeben, daſs die specifische Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur nicht zu- sondern abnimmt.

Es wird durch dieses Ergebniſs der Temperaturcoëfficient für die Wärmeleitung bedeutend verkleinert, so daſs statt des Werthes 0,00365, jetzt 0,00277 erhalten wird[3]). Wenn man wegen der geringen Abnahme der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur, diese Abnahme selbst noch nicht als hinreichend sicher constatirt ansehen

1) Diese Annalen Bd. CLVII, S. 497.
2) Seite 152 des vorigen Hefts.
3) Siehe §. 1 dieser Arbeit.

will, und die specifische Wärme des Quecksilbers constant setzt, so erhält man für den Temperaturcoëfficienten den Werth 0,00305.

Für die Kohlensäure war ein gröfserer Werth für den Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung gefunden worden, als für Luft und Wasserstoff. Durch die Aenderung in der specifischen Wärme des Quecksilbers wird auch dieser bedeutend heruntergedrückt; das Verhältnifs desselben zu jenem der beiden permanenten Gase wird aber *nicht* geändert.

Wie schon in der früheren Arbeit erwähnt wurde, findet der gröfsere Werth des Temperaturcoëfficienten für die Kohlensäure in dem Wachsen der specifischen Wärme des Gases mit der Temperatur seine Erklärung. Bezeichnet man die Wärmeleitung eines Gases bei 0° mit k_0, bei t^0 mit k_t, so kann man setzen

$$k_0 = A \cdot c_0$$
$$k_t = A \cdot c_t \cdot (1 + \beta t).$$

Es bedeutet hier A eine Constante, die nur von der Natur des Gases abhängt, c_0 und c_t die specifische Wärme des Gases bei constantem Volumen bei 0° resp. t^0, und β einen Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung, welcher von der Natur des Gases unabhängig ist. Das Verhältnifs der Wärmeleitung bei t^0 zu jener bei 0°

$$\frac{k_t}{k_0} = \frac{c_t}{c_0}(1 + \beta t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist von der Gröfse $\frac{c_t}{c_0}$ bedingt.

Da nun für Luft und Wasserstoff die specifische Wärme als unabhängig von der Temperatur zu betrachten, also

$$\frac{c_t}{c_0} = 1$$

zu setzen ist, so ergiebt die Untersuchung dieser beiden Gase in Bezug auf die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Temperatur den Werth β. Wird dann für ein anderes Gas, dessen specifische Wärme nicht von der

Temperatur unabhängig ist, das Verhältnifs $\frac{k_t}{k_0}$ bestimmt, so läfst sich hieraus nach Gleichung (1)

$$\frac{c_t}{c_0},$$

also die Aenderung der specifischen Wärme berechnen.

Die vorhergehende Betrachtung enthält den Gedankengang, den ich schon in der früheren Abhandlung ausgesprochen habe und der mich zu der vorliegenden Arbeit bewogen hat.

Die kürzlich erschienene interessante Untersuchung von E. Wiedemann [1]) über die Abhängigkeit der specifischen Wärme der Gase von der Temperatur hat mich veranlafst, besonders jene Gase zu untersuchen, bei denen in der erwähnten Abhandlung eine Aenderung in der specifischen Wärme constatirt war. Es sind dies aufser der Kohlensäure die Gase Aethylen, Stickoxydul und Ammoniak. Eine Vergleichung der direct durch Wiedemann beobachteten Werthe mit jenen auf einem ganz anderen Wege gefundenen schien mir von einem besonderen Interesse zu seyn. Aufser den erwähnten Gasen ist die Untersuchung noch auf die Dämpfe von Wasser, Schwefelkohlenstoff, Alkohol und Aether ausgedehnt.

§. 1.

Neue Berechnung der früher erhaltenen Resultate.

Es ist zunächst nothwendig, die frühere Bestimmung des Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung für Luft und Wasserstoff nach dem Resultate zu corrigiren, welches sich für die Aenderung der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur ergeben hat.

Die specifische Wärme des Quecksilbers bei t^0 ist durch die Gleichung

$$c_t = 0{,}03336 - 0{,}0000069 \,.\, t$$

bestimmt.

Um den Einflufs hervortreten zu lassen, den die Abnahme der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der

1) Diese Annalen Bd. CLVII, S. 1.

Temperatur hervorbringt, theile ich auch das Ergebnifs mit, welches unter Voraussetzung einer constanten specifischen Wärme des Quecksilbers erhalten wurde.

Die direct beobachteten Werthe der Verhältnisse der Wärmeleitung für Luft und Wasserstoff bei den Temperaturen T und τ waren für die drei Apparate, die zur Verwendung kamen, nach der früheren Arbeit, folgende:

	T	τ
$A_1 = 1{,}3289$	109,0	7,5
$A_2 = 1{,}3063$	107,7	7,4
$A_3 = 1{,}3272$	108,0	7,6.

Unter Annahme der Constanz der specifischen Wärme des Quecksilbers ist an diesen Werthen nur eine Correction anzubringen, die daher rührt, dafs die Gefäfse der Apparate in der höheren Temperatur, in Folge der stärkeren Ausdehnung des Quecksilbers als des Glases, eine geringere Gewichtsmenge Quecksilber, als in der unteren Temperatur enthielten (vgl. §. 14 d. früheren Arbeit). Es sind deshalb die Werthe mit 0,9847 zu multipliciren und man erhält daher die corrigirten Werthe $\overline{A}$

$$\overline{A}_1 = 1{,}3086$$
$$\overline{A}_2 = 1{,}2863$$
$$\overline{A}_3 = 1{,}3069.$$

Aus diesen Werthen ergiebt sich der Temperaturcoëfficient β in der Formel

$$k_t = k_0 (1 + \beta t)$$

nach der Gleichung

$$\overline{\beta} = \frac{\overline{A} - 1}{T - \overline{A} \,.\, \tau}$$

$$\overline{\beta}_1 = 0{,}003111; \quad \overline{\beta}_2 = 0{,}002915; \quad \overline{\beta}_3 = 0{,}003128$$

$$\text{Mittel } \overline{\beta} = 0{,}00305.$$

Unter Rücksicht auf die Abnahme der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur sind die Werthe $\overline{A}$ mit dem Factor 0,9793 zu multipliciren; man

erhält dann die Werthe $\bar{\bar{A}}$ und die Temperaturcoëfficienten $\bar{\bar{\beta}}$.

$$\bar{\bar{A}}_1 = 1{,}2814 \qquad \bar{\bar{\beta}}_1 = 0{,}002831$$
$$\bar{\bar{A}}_2 = 1{,}2596 \qquad \bar{\bar{\beta}}_2 = 0{,}002638$$
$$\bar{\bar{A}}_3 = 1{,}2798 \qquad \bar{\bar{\beta}}_3 = 0{,}002845.$$
$$\text{Mittel } \bar{\bar{\beta}} = 0{,}00277.$$

Der Werth $\bar{\bar{\beta}}$ stimmt jetzt sehr nahe mit dem Temperaturcoëfficienten für die Reibung überein; für diesen ist, wie schon in der vorigen Arbeit erwähnt wurde, nach O. E. Meyer 0,00273, nach v. Obermayer 0,00272 zu setzen.

Die früher angeführte Uebereinstimmung mit der Theorie Maxwell's ist aber jetzt nicht mehr vorhanden. Wie erwähnt, habe ich schon in der früheren Arbeit (§. 14 und §. 22) mehrfach darauf hingewiesen, daſs dem damals bestimmten Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung dadurch eine gewisse Unsicherheit anhaftet, daſs die Veränderung der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur nicht genau bekannt und daher eine volle Bestätignng des Maxwell'schen Gesetzes noch nicht geliefert sey. Die mitgetheilten Versuche haben gegen dasselbe entschieden, so daſs der Temperaturcoëfficient der Wärmeleitung dem Resultate Maxwell's eben so wenig, wie jenem von Clausius folgt.

Aus der Vergleichung der Abkühlungsconstanten von Wasserstoff und Kohlensäure waren folgende Werthe B gefunden; dieselben gelten für dieselben Temperaturen T und τ, wie die eben mitgetheilten Werthe A.

$$B_1 = 1{,}3104; \quad B_2 = 1{,}2817; \quad B_3 = 1{,}3019.$$

Aus diesen Werthen ergeben sich die Verhältnisse C der Wärmeleitungsfähigkeit nach der Formel [1])

$$C = B + (A - B)\,m.$$

Je nachdem man die specifische Wärme des Queck-

1) Siehe §. 18 der früheren Arbeit.

silbers als constant, oder als mit wachsender Temperatur abnehmend betrachtet, erhält man die Werthe $\overline{C}$ und $\overline{\overline{C}}$

$$\overline{C}_1 = 1,4822 \qquad \overline{\overline{C}}_1 = 1,4515$$
$$\overline{C}_2 = 1,5158 \qquad \overline{\overline{C}}_2 = 1,4844$$
$$\overline{C}_3 = 1,5430 \qquad \overline{\overline{C}}_3 = 1,5111.$$

Die Temperaturcoëfficienten γ der Kohlensäure werden hiernach

$$\overline{\gamma}_1 = 0,004930 \qquad \overline{\overline{\gamma}}_1 = 0,004602$$
$$\overline{\gamma}_2 = 0,005345 \qquad \overline{\overline{\gamma}}_2 = 0,005009$$
$$\overline{\gamma}_3 = 0,005639 \qquad \overline{\overline{\gamma}}_3 = 0,005296$$
$$\text{Mittel } \overline{\gamma} = 0,00530 \quad \text{Mittel } \overline{\overline{\gamma}} = 0,00497$$

Wie man sieht, sind auch diese Werthe gegenüber dem früher bestimmten 0,00600 [1]) bedeutend vermindert; das Verhältnifs

$$\frac{1 + \gamma \,.\, 100}{1 + \beta \,.\, 100}$$

wird aber, wie ich schon in der Einleitung andeute, nicht geändert. Nach der früheren Bestimmung erhält man

$$\frac{1,600}{1,365} = 1,172,$$

nach der jetzigen

$$\frac{1,530}{1,305} = 1,172$$

oder

$$\frac{1,497}{1,277} = 1,172.$$

Der Grund dieser Constanz ist leicht zu übersehen. Bezeichnet man die Leitungsfähigkeit der Kohlensäure mit k_τ, jene des Wasserstoffs mit w_τ bei der Temperatur τ, so ist das Verhältnifs

1) In der früheren Arbeit §. 18 steht anstatt 0,00600 der Werth 0,00590. Es finden sich in den dort mit β bezeichneten Werthen kleine Fehler, während die Gröfsen C, aus denen sie berechnet waren, richtig angegeben sind. Die richtigen Werthe für β sind

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= 0,00555 \\ \beta_2 &= 0,00606 \\ \beta_3 &= 0,00638 \end{aligned}\right\} \text{Mittel } \beta = 0,00600.$$

$$\frac{1+\gamma.100}{1+\beta.100}=\frac{\frac{k_{100}}{k_0}}{\frac{w_{100}}{w_0}}.$$

Da durch eine veränderte Annahme der Abhängigkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers von der Temperatur, die Gröſsen $\frac{k_{100}}{k_0}$ und $\frac{w_{100}}{w_0}$ mit demselben Factor zu multipliciren sind, so wird der Quotient dieser beiden Gröſsen hierdurch nicht geändert.

Auch die Bestimmung der Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur wird durch die neuen Resultate der Aenderung der specifischen Wärme des Quecksilbers berührt. In der Gleichung

$$s_\tau = s_0 \,.\, a^\tau$$

war nach der früheren Bestimmung

$$a = 1{,}0094.$$

Es wird jetzt, wenn die specifische Wärme des Quecksilbers als constant betrachtet wird

$$\bar{a} = 1{,}0089$$

oder unter Annahme der Abnahme der specifischen Wärme

$$\bar{\bar{a}} = 1{,}0087.$$

§. 2.

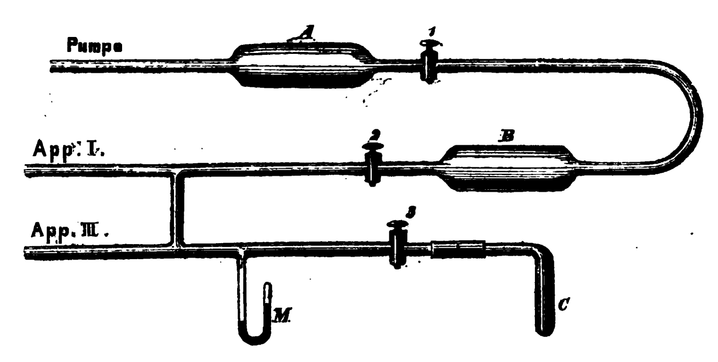
Beschreibung der neuen Versuche.

Zu den Untersuchungen wurden nur die Apparate I und III verwendet[1]), da der App. II wie schon früher erwähnt, weniger genaue Resultate lieferte und eine durchgängig doppelt geführte Untersuchung auch als ausreichend angesehen werden konnte.

Durch eine einfache Vorrichtung an der Quecksilberluftpumpe wurde es erreicht, daſs beide Apparate gleichzeitig gefüllt werden konnten. Die Füllung geschah beim Aethylen und Stickoxydul ganz in derselben Weise, wie bei den früheren Untersuchungen.

1) Siehe die frühere Arbeit. Die Dimensionen der Apparate sind dort im §. 2 angegeben.

Für die Dämpfe und das Ammoniak war die Zusammenstellung folgende. An die Pumpe, welche die Röhre *A* (siehe nebenstehende Figur) mit Phosphorsäure gefüllt



dauernd besitzt, war zunächst die Röhre *B* gelegt, welche ebenfalls mit Phosphorsäure gefüllt war; der Glashahn 2 schliefst dieselbe ab. Ein doppel **T**-förmiges Glasrohr gestattete dann eine dreifache Communication, zunächst mit den beiden Apparaten I und III und dann mit der geschlossenen Röhre *C*; letztere konnte durch den Hahn 3 abgeschlossen werden. Die abwärts gehende Röhre *M* stellt ein kleines Quecksilbermanometer dar; dasselbe war zur Messung des Druckes in den Apparaten beim Abschlufs der Hähne 2 und 3 angebracht.

Die Flüssigkeit, deren Dampf untersucht werden sollte, wurde in eine kleine Kugel mit ausgezogener Spitze gefüllt und letztere nach der Füllung abgeschmolzen. Die gefüllte Kugel wurde in die Röhre *C* gelegt und diese mit der Pumpe verbunden. Nachdem dann die Apparate und Röhrenleitungen ebenso wie *C* möglichst ausgepumpt waren, wurde der Hahn 3 geschlossen und die in *C* befindliche Kugel durch Erwärmung gesprengt.

Da die Apparate bis zur Temperatur 0° abgekühlt werden sollten und auch hier der Dampf noch nicht gesättigt seyn durfte, war es am zweckmäfsigsten die Röhre *C* mit einer Kältemischung zu umgeben und einige Zeit hierin zu belassen, ohne dafs der Hahn 3 wieder geöffnet

wurde. Es destillirte dann die Flüssigkeit, die sich in der Röhrenleitung vom Hahne 3 bis zur Biegung befand und nicht von der Kältemischung umgeben war, in die Röhre *C* hinüber. Nach Schliefsung des Hahnes 2 wurde dann der Hahn 3 geöffnet, um die Apparate zu füllen. Zur Entfernung der letzten Spuren von Luft, wurde nach der Füllung von Neuem wieder ausgepumpt und mehrfach diese Operation wiederholt.

Es liefs sich leicht constatiren, ob die Füllung mit dem Dampf so vollkommen erreicht war, dafs die etwa noch zurückgebliebenen Gasmengen keinen merkbaren Einflufs auf die Resultate ausübten. Nachdem die Abkühlungsconstante einer Füllung, die in der eben erwähnten Art gemacht, untersucht war, wurden die Apparate ebenso wie die Pumpe mit Wasserstoff gefüllt und erst dann nach vorhergehender Evacuation die Füllung mit Dampf bewirkt. Die Versuche dieser Art wurden mit Wasserdampf durchgeführt und es zeigte sich, dafs die erhaltenen Abkühlungsconstanten fast identisch dieselben waren, gleichgültig ob von Luft oder Wasserstoff aus das Vacuum hergestellt war, um die nachfolgende Füllung eintreten zu lassen. Bei den übrigen Dämpfen durfte nach Constatirung dieser Thatsache von einer jedesmaligen Controle dieser Art abgesehen werden. Um aber auch hier die Ueberzeugung einer guten Füllung zu gewinnen, wurde dieselbe mindestens zwei Mal vorgenommen, und jede einzelne in Bezug auf ihre Abkühlungsconstanten durch zwei Reihen von Beobachtungen untersucht, so dafs für jede später mitgetheilte Abkühlungsconstante mindestens vier Beobachtungsreihen vorliegen.

§. 3.

Die beobachteten Abkühlungsconstanten.

Im Folgenden theile ich die direct beobachteten Abkühlungsconstanten $v \,.\log e$ mit, welche ganz in derselben Weise bestimmt sind, wie die Mittelwerthe der einzelnen Beobachtungen in der früheren Arbeit. Neben den Tem-

peraturen, auf welche sich dieselben beziehen, sind auch die Drucke angegeben, unter denen die Apparate gefüllt waren.

1. Aethylen. $C_2 H_4$.

Das Gas ist durch Erhitzen von Schwefelsäure und Alkohol entwickelt und durch Kalilauge gewaschen.

Apparat I.		Apparat III.		
$v . \log e$	Temperatur	$v . \log e$	Temperatur	Druck
0,0003705	7,4	0,0003867	7,5	5^{mm}
0,0007307	108,7	0,0008282	107,9.	

2. Stickoxydul. $N_2 O$.

Das Gas wurde durch Erhitzen von Ammoniumnitrat dargestellt und durch Kalilauge und eine Lösung von Eisenvitriol geleitet.

Apparat I.		Apparat III.		Druck
0,0003453	7,4	0,0003665	7,6	5^{mm}
0,0006567	108,9	0,0007740	108,0.	

3. Wasserdampf. $H_2 O$.

Apparat I.		Apparat III.		Druck
0,0003527	7,4	0,0003733	7,6	5^{mm}
0,0006736	108,9	7862	108,0.	

4. Alkoholdampf. $C_2 H_6 O$.

Der Alkohol war durch getrocknetes Kupfervitriol so lange entwässert, bis dieses sich nicht mehr blau färbte.

Apparat I.		Apparat III.		Druck
0,0003113	7,4	0,0003464	7,6	$11^{mm},6$
0,0006446	108,9	0,0007626	108,0.	

5. Schwefelkohlendampf. $C S_2$.

Die Darstellung des verwandten Präparates, ebenso wie die des später angeführten Aethers verdanke ich der Freundlichkeit meines Collegen, Hrn. Dr. Brühl.

Apparat I.		Apparat III.		Druck
0,0002470	7,4	0,0003024	7,6	10^{mm}
0,0005312	108,7	6879	107,9.	

6. Ammoniak. NH_3.

Dasselbe wurde aus einer Mischung von Chlorammonium und Kalk durch Erwärmen entwickelt und durch Kalihydrat und ungelöschten Kalk getrocknet. Das kleine Gasometer, in welchem es über Quecksilber aufgefangen war, wurde an die Stelle der Röhre *C* gebracht.

Apparat I.		Apparat III.		Druck
0,0004118	7,4	0,0004112	7,6	12^{mm}
0,0507783	108,7	0,0008591	107,9.	

7. Aether. $C_4 H_{10} O$.

Apparat I.		Apparat III.		Druck
0,0003107	7,4	0,0003425	7,6	10^{mm}
0,0006515	108,9	0,0007711	108,0.	

§. 4

Berechnung der Wärmeleitung und der Temperaturcoëfficienten.

Zur Bestimmung der Temperaturcoëfficienten hat man nach §. 18 der früheren Arbeit zunächst das Verhältnifs *C* der Wärmeleitung des Gases bei den Temperaturen *T* und τ zu bilden. Es ist

$$C = B + (A - B)m.$$

Es bezeichnet hier *A* das Verhältnifs der Wärmeleitung von Wasserstoff oder Luft für dieselben Temperaturen *T* und τ, welches sich aus der früheren Arbeit ergiebt. Werden die Abkühlungsconstanten mit

$$V_{w,T}$$

für Wasserstoff, und mit

$$V_{l,T}$$

für Luft bezeichnet, so ist

$$A = \frac{V_{w,T} - V_{l,T}}{V_{w,\tau} - V_{l,\tau}}.$$

Die Gröfse B ist in derselben Weise zu bilden, nur tritt für V_t die Abkühlungsconstante des zu untersuchenden Gases x, also V_x ein. Es ist

$$B = \frac{V_{w,T} - V_{x,T}}{V_{w,\tau} - V_{x,\tau}}.$$

m giebt das Verhältnifs der Leitung des Wasserstoffs zu der des Gases x bei der Temperatur τ an; daher nach der früheren Bezeichnung

$$m = \frac{w_\tau}{x_\tau}.$$

Mit Ausnahme des Aethylens und Stickoxyduls ist für die untersuchten Gase m nicht direct bestimmt. Es läfst sich dasselbe aber aus den vorliegenden Werthen ableiten, sobald die Gröfse der Strahlung s_τ bekannt ist.

Es ist nämlich

$$V_{w,\tau} = w_\tau + s_\tau$$
$$V_{x,\tau} = x_\tau + s_\tau$$

daher

$$\frac{w_\tau}{x_\tau} = \frac{V_{w,\tau} - s_\tau}{V_{x,\tau} - s_\tau}.$$

Für s_τ ist nun gefunden (§. 19).

Apparat I.

0,0001512
0,0001483 } Mittel 0,0001497.

Apparat III.

0,0002228
0,0002307 } Mittel 0,0002268.

Setzt man diese Werthe ein, so erhält man aus den beobachteten Abkühlungsconstanten, die Gröfsen m. Bei der Bildung des Mittels von m ist dem Werthe, der sich aus den Zahlen des Apparats I ergab, das doppelte Gewicht beigelegt, weil bei diesem die Strahlung kleiner ist und daher die Bestimmung von m bei gleichen Beobachtungsfehlern eine genauere seyn mufs.

Für die Gröfsen m wurden folgende Werthe gefunden:

	m Apparat I.	Apparat III.	Mittel
Wasserdampf	8,79	9,07	8,88
Alkoholdampf	11,04	11,12	11,07
Schwefelkohlenstoffdampf	18,34	17,58	18,08
Ammoniak	6,81	7,17	6,93
Aetherdampf	11,08	11,49	11,22.

Die Unterschiede, die sich aus der Berechnung der beiden Apparate ergeben, sind für sich betrachtet, ziemlich bedeutend; bedenkt man aber die Art der Berechnung, so erkennt man leicht, daſs dieselben durch sehr kleine Beobachtungsfehler erklärt werden. Der gröſste Unterschied zeigt sich beim Schwefelkohlenstoff; unter Voraussetzung eines Fehlers von 1 Proc. in der beobachteten Abkühlungsconstante beim Apparat III erhält man statt 17,58 die Zahl 18,31, die den Unterschied in den Resultaten der beiden Apparate fast vollständig verschwinden läſst. Der Schwefelkohlenstoffdampf leitet nach den obigen Zahlen am schlechtesten die Wärme, dann folgt Aether und Alkoholdampf, welche auch noch beide schlechter als die Kohlensäure leiten.

Im Folgenden sind die Werthe zusammengestellt, die sich als Verhältniſszahlen der Wärmeleitung bei den Temperaturen T und τ aus den früher mitgetheilten Abkühlungsconstanten ergeben. Anstatt der unmittelbar berechneten Werthe C, sind die Werthe $\overline{C}$ und $\overline{\overline{C}}$ angegeben, welche zu C in der Beziehung

$$\overline{C} = C \,.\, 0{,}9847$$

$$\overline{\overline{C}} = C \,.\, 0{,}9847 \,.\, 0{,}9793$$

stehen.

Es stellt dann entsprechend der früheren Bezeichnungsweise (siehe §. 1 dieser Arbeit) $\overline{C}$ das gesuchte Verhältniſs dar unter Annahme einer constanten specifischen Wärme des Quecksilbers, $\overline{\overline{C}}$ dasselbe unter Annahme einer mit wachsender Temperatur abnehmenden specifischen

Wärme des Quecksilbers. Die Indices 1 und 3 beziehen sich auf die Apparate I und III.

Für Aethylen ist $m = 8{,}03$
" Stickoxydul ist $m = 9{,}16$

zu setzen [1]).

	$\overline{C}_1$	$\overline{\overline{C}}_1$	T	τ	$\overline{C}_3$	$\overline{\overline{C}}_3$	T	τ
Aethylen	1,5736	1,5410	108,8	7,5	1,6043	1,5710	108,0	7,6
Stickoxydul	1,4081	1,3789	"	"	1,4633	1,4329	"	"
Wasserdampf	1,4386	1,4088	108,9	"	1,4795	1,4439	"	"
Alkoholdampf	1,6318	1,5980	"	"	1,6221	1,5885	"	"
Schwefelkohlenstoffdampf	1,5716	1,5390	108,8	"	1,6007	1,5676	"	"
Ammoniak	1,5108	1,4794	"	"	1,5494	1,5172	"	"
Aetherdampf	1,6857	1,6508	108,9	"	1,7310	1,6952	"	7,5

Aus diesen Zahlen ergeben sich die Temperaturcoëfficienten $\overline{\gamma}$ oder $\overline{\overline{\gamma}}$ nach der Gleichung

$$\overline{\gamma} = \frac{\overline{C} - 1}{T - \overline{C} \cdot \tau}.$$

Es verhält sich also die Wärmeleitung eines Gases bei τ^0 zu jener bei 0^0, wie $(1 + \overline{\gamma} \cdot \tau) : 1$

	$\overline{\gamma}_1$	$\overline{\gamma}_3$	Mittel $\overline{\gamma}$	$\overline{\overline{\gamma}}_1$	$\overline{\overline{\gamma}}_3$	Mittel $\overline{\overline{\gamma}}$
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Aethylen	5913	6308	6110	5560	5942	5751
Stickoxydul	4156	4781	4468	3847	4452	4149
Wasserdampf . . .	4471	4954	4712	4154	4623	4388
Alkoholdampf . . .	6534	6501	6517	6165	6130	6147
Schwefelkohlenstoffdampf	5887	6270	6078	5534	5900	5717
Ammoniak	5239	5711	5475	4902	5354	5128
Aetherdampf	7106	7695	7400	6737	7287	7012
Kohlensäure			5300			4970

1) Diese Ann. Bd. CLVI, S. 527.

Die Temperaturcoëfficienten γ entsprechen dem Werthe 0,00277, welcher für Luft und Wasserstoff gefunden wurde; dieselben sind daher als das erste Ergebniſs der Versuche hinzustellen. In Bezug auf die Genauigkeit der Resultate erlaube ich mir auf den §. 18 der vorigen Arbeit zu verweisen; die Unsicherheit beträgt etwa 7 Proc. des gefundenen Werthes.

Mit Ausnahme der Werthe für Alkohol sind bei allen untersuchten Substanzen, die Werthe, welche der Apparat I für den Temperaturcoëfficienten geliefert hat, kleiner als jene durch den Apparat III gewonnenen. Da in jede Bestimmung von C derselbe Werth A eingeht, so erklärt sich dieser Umstand durch einen kleinen Fehler, welcher in A_1 oder A_3 gemacht wurde. Der gröſste Unterschied findet sich nach obigen Zahlen beim Stickoxydul; ein Fehler von 0,5 Proc. in der Bestimmung von A_1 gleicht diesen Unterschied aber vollständig aus; es hat daher das Ergebniſs nichts Auffallendes. Die Genauigkeit der erlangten Resultate für die Temperaturcoëfficienten ist freilich nur eine geringe; ich glaube indeſs, daſs sich eine gröſsere Genauigkeit vorläufig nicht erzielen läſst. Die directen Beobachtungen beziehen sich auf die Bestimmung des Verhältnisses der Wärmeleitung bei zwei verschiedenen Temperaturen, und es geht eben in die Berechnung der obigen Werthe die Differenz zweier solcher Verhältnisse, nämlich $(A - B)$ ein, die nothwendig eine in Beziehung zu ihrer Gröſse sehr beträchtliche Unsicherheit mit sich führt.

§. 5.

Bestimmung der Aenderung der specifischen Wärme der untersuchten Gase und Dämpfe mit der Temperatur.

Wie schon in der Einleitung bemerkt wurde, läſst sich aus dem Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung die Aenderung der specifischen Wärme der Gase mit der Temperatur ableiten.

Das Verhältnifs der Wärmeleitung eines Gases bei der Temperatur 100°, zu jener bei der Temperatur 0° ist

$$\frac{k_{100}}{k_0} = 1 + 100 \cdot \gamma.$$

Bezeichnet man den Temperaturcoëfficienten für die permanenten Gase mit β, und die specifische Wärme des untersuchten Gases für constantes Volumen bei 100° mit c_{100}, bei 0° mit c_0, so erhält man nach beiden bisher aufgestellten Theorien von Clausius und Maxwell die Gleichung

$$1 + 100 \cdot \gamma = \frac{c_{100}}{c_0}(1 + 100 \cdot \beta).$$

Es bestimmt sich hieraus das Verhältnifs $\frac{c_{100}}{c_0}$. Ich hebe nochmals hervor (vgl. §. 1), dafs die Gröfse $\frac{c_{100}}{c_0}$ vollständig unabhängig von der Aenderung ist, die man für die specifische Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur annimmt.

Man erhält die Werthe:

	$\frac{c_{100}}{c_0}$
Aethylen	1,233
Stickoxydul	1,108
Wasserdampf	1,127
Alkoholdampf	1,264
Schwefelkohlenstoffdampf	1,231
Ammoniak	1,184
Aetherdampf	1,332
Kohlensäure	1,172.

Die Genauigkeit der Werthe $\frac{c_{100}}{c_0}$ würde entsprechend der Angabe von 7 Proc. bei den Temperaturcoëfficienten, hier auf 3 bis 4 Procent festzustellen seyn.

Die Gase und Dämpfe sind bei einem so geringen Drucke (4 bis 12^{mm}) untersucht, dafs man nach den Untersuchungen Regnault's [1]) und Herwig's [2]) wohl anneh-

1) *Mémoires de l'Academie T. XXVI.*

2) Diese Ann. Bd. CXXXVII und CXLVII.

men darf, dafs dieselben den Gesetzen von Mariotte und Gay-Lussac nahezu folgen. Die Versuche beweisen dann in erster Linie ganz unmittelbar, dafs die Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur, die bisher bei höherem Druck constatirt ist, nicht den Abweichungen vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze zuzuschreiben ist. Ich bemerke, dafs schon E. Wiedemann aus der geringen Aenderung, die die specifische Wärme des Ammoniaks erfährt, obwohl dasselbe sehr stark vom Mariotte'schen Gesetze abweicht, zu demselben Schlusse gelangt ist.

E. Wiedemann hat von den angeführten Körpern Kohlensäure, Aethylen, Stickoxydul und Ammoniak direct untersucht; für das Verhältnifs der specifischen Wärme bei *constantem Druck* bei 100° zu jener bei 0°, welches mit $\frac{c'_{100}}{c'_0}$ bezeichnet werden möge, wurden folgende Werthe gefunden.

Kohlensäure	1,111
Aethylen	1,257
Stickoxydul	1,115
Ammoniak	1,061.

Vergleicht man diese Zahlen mit den von mir bestimmten, so ist die Uebereinstimmung für Aethylen und Stickoxydul eine befriedigende; für Kohlensäure und ganz besonders Ammoniak gehen aber die Werthe sehr weit auseinander. Es sind indefs die Werthe der beiden Versuchsreihen nur dann unmittelbar vergleichbar, wenn das Verhältnifs der specifischen Wärme bei constantem Druck zu jenem bei constantem Volumen von der Temperatur unabhängig ist. Die Versuche von E. Wiedemann beziehen sich auf die specifische Wärme bei constantem Druck, welcher etwas gröfser als der Druck einer Atmosphäre war. Für diesen Druck weichen die Gase aber vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze ab, so dafs auch das Verhältnifs der specifischen Wärmen nicht constant ist.

Für die Kohlensäure ist die Aenderung des Verhält-

nisses der specifischen Wärmen mit der Temperatur bestimmt[1]); man erhält für 0°

$$\frac{c'_0}{c_0} = 1,3220$$

für 100°

$$\frac{c'_{100}}{c_{100}} = 1,2603.$$

Es folgt daher

$$\frac{c_{100}}{c_0} = \frac{c'_{100}}{c'_0} \cdot \frac{1,3220}{1,2603} = 1,165.$$

Während also die directen Versuche Wiedemann's ergeben, daſs die specifische Wärme der Kohlensäure bei *constantem Druck* von 0° bis 100° um 11,1 Proc. wächst, folgt aus denselben Versuchen unter Beachtung der Abnahme des Verhältnisses der specifischen Wärmen mit wachsender Temperatur, daſs die specifische Wärme der Kohlensäure bei *constantem Volumen* von 0° bis 100° um 16,5 Proc. wächst. Diese letztere Zahl ist mit der von mir gefundenen, welche sich, wie erwähnt, auch auf die specifische Wärme bei constantem Volumen bezieht, zu vergleichen; ich erhalte für das Wachsthum derselben in dem gleichen Temperaturintervall 17,2 Proc. Die Uebereinstimmung dieser beiden Werthe ist eine sehr gute. Wenn sich das Resultat für weitere Gase bestätigt, so würde die interessante Folgerung sich ergeben, daſs die Aenderung der specifischen Wärme bei *constantem Volumen* mit der Temperatur keine Function des Druckes ist. Denn die Versuche Wiedemann's sind bei Atmosphärendruck angestellt, während meine Versuche sich auf 5^{mm} Druck beziehen.

Nach den Rechnungen von Schröder van der Kolk ist die Aenderung des Verhältnisses der specifischen Wärme bei constantem Druck und bei constantem Volumen mit der Temperatur eine Function des Druckes, und zwar ist diese Aenderung um so kleiner je kleiner der Druck ist. Nimmt man an, daſs bei dem Druck von 5^{mm} diese Aenderung

1) Schröder van der Kolk. Diese Annalen Bd. CXXVI, S. 333. — Röntgen. Diese Annalen Bd. CXLVIII, S. 610.

schon verschwindet, so daſs das Verhältniſs der specifischen Wärmen bei diesem Drucke unabhängig von der Temperatur ist, so folgt daraus, daſs bei diesem Drucke die specifische Wärme bei *constantem Druck* um gleiche Procente wächst, als die specifische Wärme bei *constantem Volumen*; es würde also für die Kohlensäure die specifische Wärme bei constantem Druck im Intervall von 0^0 bis 100^0 bei dem Drucke von 5^{mm} um 17,2 Proc. wachsen. Da nun bei Atmosphärendruck die specifische Wärme bei constantem Druck in dem gleichen Temperaturintervall nur um 11,1 Proc. wächst, so folgt also, daſs die Aenderung der specifischen Wärme bei *constantem Druck* mit der Temperatur eine Function des Druckes ist, und zwar eine solche, die mit wachsendem Drucke abnimmt.

Die erwähnte Beziehung würde sich als Consequenz aus der Gleichheit der specifischen Wärmen bei constantem Volumen unter verschiedenen Drucken ergeben, die aber, wie erwähnt, noch nicht sicher constatirt ist. Ich begnüge mich daher, darauf hingewiesen zu haben und behalte es weiteren Versuchen vor, eine Entscheidung zu bringen. Nur will ich noch die Bemerkung beifügen, daſs sich aus dem Resultate, wenn es bestätigt würde, noch eine sehr werthvolle Erweiterung unserer Kenntnisse über die Aenderung der specifischen Wärme der Gase mit der Temperatur ableiten lieſse. Die Aenderung der specifischen Wärme bei *constantem Volumen* mit der Temperatur wird hiernach *nur* durch die Arbeitsleistung bedingt, die bei der Temperaturerhöhung *im* Molecül zu leisten ist, während die Aenderung der specifischen Wärme bei *constantem Druck* mit der Temperatur nicht nur durch diese Arbeitsleistung, sondern auch durch jene, welche *zwischen* den Molecülen zu leisten ist, hervorgerufen wird.

Die Werthe, welche beiderseits für das Ammonik erhalten sind, weichen sehr weit von einander ab. E. Wiedemann erhält

$$\frac{c'_{100}}{c'_0} = 1,061;$$

nach meinen Versuchen ist

$$\frac{c_{100}}{c_0} = 1{,}184.$$

Die beiden Werthe sind aber, wie schon hervorgehoben wurde, nicht mit einander vergleichbar, da sich die eine Bestimmung auf die Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Druck mit der Temperatur, die andere auf die Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Volumen bezieht. Es sind für das Ammoniak die Gröfsen nicht bekannt, welche aus dem Verhältnifs $\frac{c'_{100}}{c'_0}$ die Gröfse $\frac{c_{100}}{c_0}$ zu berechnen gestatten. Es würde hierzu nothwendig seyn, die Abhängigkeit des Verhältnisses der beiden specifischen Wärmen von der Temperatur, oder die Abweichung des Ammoniaks vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze als Function der Temperatur zu kennen. Wenn sich nun auch eine genaue Vergleichung nicht durchführen läfst, so zeigen die beiden Zahlen doch, dafs der Sinn der Differenz der richtige ist. Die Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Volumen ist bedeutend gröfser, als die Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Druck. Dasselbe ist für die Kohlensäure gefunden und aus den Abweichnngen der Kohlensäure von den Gasgesetzen abgeleitet. Da nun nach den Versuchen Regnault's das Ammoniak bei der Temperatur 7°,9 viel stärker vom Mariotte'schen Gesetze, als die Kohlensäure abweicht, so wird man nach Analogie der Kohlensäure erwarten müssen, dafs auch für das Ammoniak die Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Volumen, jene bei constantem Druck bedeutend übertrifft, und zwar in stärkerem Maafse, als dies bei der Kohlensäure der Fall ist. Nach dieser Bestimmungsweise kann also der Unterschied von

18,4 (für die Aenderung der spec. W. bei const. Vol.)
zu 6,1 (der Aenderung der spec. W. bei const. Druck),

nicht auffallend seyn, sondern stimmt vielmehr mit den

experimentellen Daten, soweit solche vorliegen, genügend überein.

Da es sehr wünschenswerth ist, eine genaue Vergleichung zu erhalten, werde ich versuchen, die Abweichung des Ammoniaks von den Gasgesetzen als Function der Temperatur zu bestimmen. Es wird diese Untersuchung auch zeigen, ob das für die Kohlensäure erhaltene Resultat verallgemeinert werden darf.

Was schliefslich die Werthe von Stickoxydul und Aethylen angeht, so läfst sich auch hier eine genaue Vergleichung nicht durchführen. Für das erstere Gas ist aber von Regnault gezeigt, dafs die Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze bei der Temperatur 7°,9 kleiner ist, als für die Kohlensäure; das Aethylen ist nicht untersucht.

Die Hauptresultate dieser Arbeit lassen sich so zusammenfassen:

1) Die Untersuchung der Abhängigkeit der Wärmeleitung von der Temperatur giebt für Gase und Dämpfe ein Mittel, die Aenderung der specifischen Wärme derselben bei constantem Volumen mit der Temperatur zu bestimmen.

2) Für Kohlensäure ist der nach dieser Methode gefundene Werth für das Wachsthum der specifischen Wärme derselben bei constantem Volumen in Uebereinstimmung mit dem aus der Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Druck abgeleiteten. Für das Ammoniak läfst sich eine genaue Vergleichung aus Mangel an experimentellen Daten nicht durchführen, es scheint aber, dafs auch hier die Uebereinstimmung besteht.

3) Die Untersuchung liefert, aufser den Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung als neue experimentelle Daten, die Aenderung der specifischen Wärme bei constantem Volumen folgender Dämpfe: von Wasser, Alkohol, Schwefelkohlenstoff und Aether.

Aachen, Juni 1876.

II. *Ueber die absoluten Phasenänderungen bei der Reflexion des Lichtes und über die Theorie der Reflexion; von W. Wernicke.*

(Aus den Monatsberichten der Akademie vom Verf. mitgetheilt.)

Mit dem Worte „absolute Phasenänderung“ hat man zuweilen den Unterschied der beiden Phasenänderungen eines linear polarisirten Lichtstrahles bezeichnet, welcher unter demselben Einfallswinkel an zwei verschiedenen Substanzen reflectirt ist. In diesem Sinne aber ist passender der Ausdruck *relative Phasenänderung* zu verwenden, zumal eine Verwechselung desselben mit der, die elliptische Polarisation bedingenden, *Phasendifferenz* des senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichtes nicht leicht möglich ist. Dem Begriff „absolut“ entsprechend, verstehe ich daher unter *absoluter Phasenänderung* eines reflectirten oder gebrochenen Strahles die Phasenänderung, welche der reflectirte oder gebrochene Strahl durch den Vorgang der Reflexion oder Brechung erleidet.

Die bisher versuchten Beobachtungsverfahren zur Ermittelung der relativen Phasenänderungen sind im Wesentlichen zweierlei Art. Das eine besteht darin, die durch einen passenden Interferenz-Apparat erzeugten Beugungsstreifen durch Einschalten des zu untersuchenden Körpers zu verschieben und aus der Verschiebung die Phasenänderung zu berechnen. Benutzt ist diese Methode in neuerer Zeit von Quincke[1]) und Potier[2]); ihre Fehlerquellen schildert der Erstere ausführlich und treffend in den Worten: „Man benutzt meist, ohne es zu wollen, statt eines einzigen, mehrere Interferenz-Apparate hintereinander, wodurch sehr complicirte Erscheinungen auftreten.“ Auch finden sich in dem citirten Aufsatze von Quincke die vereinzelten älteren Versuche von Babinet,

1) Optische Experimental-Untersuchungen; Pogg. Ann. CXLI, S. 181.
2) *Comptes rendus LXXIV*, 1872 und Pogg. Ann. CXLVIII, S. 656.

de Sénarmont und Billet aufgeführt; diese haben den Mangel, dafs entweder die Angabe des Einfallswinkels oder der Polarisationsebene fehlt. Ein besonderer Unterschied zwischen durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern wird nicht gemacht, und für den Hauptfall, nämlich den Einfallswinkel Null, ist keine Beobachtung angestellt.

Die andere Methode ist die der Newton'schen Ringe. Man erzeugt dieselben durch eine Luft- oder Flüssigkeitsschicht zwischen einer convexen Glaslinse und einer ebenen Glas- oder Metallplatte, und bestimmt die Durchmesser der Ringe oder ihre Differenzen. Auch hier sind die Fehlerquellen sehr erheblich; die durch Schwankungen der Temperatur und des Druckes, mit dem beide Gläser aufeinandergepresst werden, bewirkten Gestaltsänderungen sind zwar in Bezug auf die Glas- und Metallmassen, welche die Interferenzschicht begrenzen, kleine Grössen, keineswegs aber in Bezug auf die Dimensionen dieser dünnen Schicht selbst. Es darf daher nicht Wunder nehmen, wenn die Resultate, welche verschiedene Beobachter, oder dieselben Beobachter zu verschiedenen Zeiten, mit jenem Verfahren erzielt haben, wenig übereinstimmen und Fehler enthalten, die beträchtlich gröfser sind als die zu bestimmenden Gröfsen selbst. — *Ein Hauptmangel des Verfahrens besteht darin, dafs man die beiden zu vergleichenden Interferenz-Erscheinungen, deren gegenseitige Verschiebungen die Phasenänderungen darstellen, nacheinander beobachten muss und nicht gleichzeitig nebeneinander vergleichen kann.*

Ich habe eine Methode erdacht und für durchsichtige und undurchsichtige Körper durchgeführt, welche von den erwähnten Fehlerquellen frei ist und, wie der Verlauf der Untersuchungen zeigen wird, die absolute Phasenänderung zu bestimmen gestattet.

1.

Beobachtungs-Methode.

Die Methode, welche ich im Folgenden mittheile, liefert die beiden Interferenz-Erscheinungen, deren Verschie-

bungen gegeneinander die Gröſse der Phasenänderung bestimmen, dicht übereinander, durch eine scharfe Gränzlinie getrennt, so daſs ein einziger Blick sofort den Gang und die Gröſse der Phasenänderungen erkennen läſst; sie zeigt namentlich sofort, ohne daſs auch nur eine Messung nöthig wäre, ob eine relative Phasenänderung stattfindet oder nicht, und dies gleichzeitig für alle Farben des sichtbaren Spectrums. Die Grundzüge der Methode, welche so einfach ist, daſs Fehlerquellen kaum möglich sind, sind folgende.

Dünne Blättchen durchsichtiger Körper zeigen, mit dem Spectroskop betrachtet, im reflectirten Lichte ein System dunkler Streifen, welche von der Interferenz der an den beiden Gränzen reflectirten Lichtstrahlen herrühren. Sind die Gränzflächen parallele Ebenen, so bilden die Streifen parallele Linien, deren Abstände in einfacher Weise von der Dicke und dem Brechungsindex des Blättchens abhängen. Bringt man eine Seite des Blättchens zur Hälfte mit einem andern Medium in Berührung, so erhält man im Spectroskop zwei Streifensysteme dicht übereinander; die Verschiebungen der Streifen des neuen Systems gegen die Streifen des ursprünglichen geben die relativen Phasenänderungen an, welche das Licht bei der Reflexion an der Gränze des Blättchens und Luft einerseits und an der Gränze des Blättchens und des mit demselben in Berührung gebrachten Körpers andererseits erlitten hat. Da die beiden Streifensysteme, durch eine haarfeine Linie getrennt, unmittelbar an einander stoſsen, so lassen sich selbst geringe Aenderungen der Phase sofort erkennen, und zwar gleichzeitig für eben so viele Wellenlängen, als Streifen im Spectrum vorhanden sind.

Um die Uebersicht zu erleichtern und die Resultate nutzbar mit der Theorie vergleichen zu können, werde ich in der vorliegenden Abhandlung nur den einfachsten und wichtigsten Fall betrachten, nämlich die senkrechte Incidenz, bei welcher die Polarisationsebene nicht ins Spiel kommt.

Die Beobachtungen bei senkrechter Incidenz werden in folgender Weise angestellt. Die dünne Lamelle setze ich dicht vor den verticalen Collimatorspalt eines Spectrometers, so dafs die reflectirenden Flächen senkrecht zur Collimatoraxe stehen. Die normale Reflexion wird mittelst folgender Einrichtung bewirkt. Das Licht der Lichtquelle tritt durch eine Seitenöffnung des Collimatorrohrs horizontal in dasselbe ein und trifft hier eine planparallele Glasplatte mit verticaler Axe, um welche die Platte soweit gedreht ist, dafs sie mit der Collimatoraxe einen Winkel von ungefähr 45° bildet. Die Glasplatte reflectirt das auffallende Licht durch den Collimatorspalt hindurch auf das dünne Blättchen; die an beiden Gränzen desselben senkrecht zurückgeworfenen Strahlen gelangen dann durch Spalt, Planplatte, Collimatorlinse zum Prisma und Beobachtungsfernrohr.

Zur Herstellung der dünnen Blättchen, welche den wesentlichsten Theil des Beobachtungs-Apparates ausmachen, dienten vorzugsweise vier verschiedene Substanzen: Jodsilber, Glas, Pyroxylin und elastische Harze. *Jodsilberschichten* auf Glas lassen sich bis zu einer Dicke von etwa 6 Wellenlängen des Lichtes in der Substanz in jeder beliebigen Gröfse und Vollkommenheit aus *polirten* Glassilberspiegeln herstellen. Die Medien, an deren Gränzen die Reflexion stattfindet, sind also auf beiden Seiten der Jodsilberschicht verschieden. — Um auch *dasselbe* Medium zu beiden Seiten des dünnen Blättchens prüfen zu können, habe ich zu demselben *Glas* gewählt, und wegen der Unlöslichkeit dieser Substanz in den meisten Flüssigkeiten mit dünnen Glaslamellen die zahlreichsten Versuche angestellt. — Pyroxylinhäutchen und dünne Lamellen elastischer Harze lassen sich mittelst einer einfachen Technik sehr vollkommen herstellen und mannigfachen Operationen, wie Versilbern usw., ohne Nachtheil unterwerfen. Sie sind bequemer als Glaslamellen zu handhaben und besitzen schon in einer Dicke von einer einzigen Wellenlänge eine grofse Festigkeit; ihr Brechungs-

index ist wenig gröfser als der des Glases und blieb hinreichend constant. Ich habe sie indefs zunächst nur zur Controle der mit Glaslamellen erhaltenen Resultate verwendet.

Im folgenden Abschnitt beschreibe ich zunächst die einfachsten an durchsichtigen Substanzen angestellten Beobachtungen.

2.

Reflexion an der Gränze durchsichtiger Körper.

Thomas Young[1]) hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, dafs beim Uebergange des Lichts aus einem Medium von kleinerem in ein anderes von gröfserem Brechungsvermögen das reflectirte Licht gegen das einfallende um eine halbe Wellenlänge verschoben erscheint, dafs dagegen das reflectirte Licht im Einklange mit dem einfallenden schwingt, wenn das zweite Medium den kleineren Brechungsindex hat. Fresnel[2]) hat durch einen Versuch zu zeigen gesucht, dafs die Reflexion von Glas in Luft den Gangunterschied um genau eine halbe Wellenlänge ändere. Durch Messungen von Newton'schen Ringen sind zuerst Quincke[3]), später Glan[4]) zu demselben Schlusse gelangt.

In der neuesten Zeit haben indefs verschiedene Physiker aus ihren Versuchen schliefsen zu dürfen geglaubt, dafs bei der Reflexion an der Gränze zweier *transparenter* Medien eine merkliche, von Null sowohl wie von 180° verschiedene Phasenänderung eintrete, welche von der Natur der Licht reflectirenden Körper abhängig sey. Am bestimmtesten drückt sich Hr. Potier aus. Derselbe giebt an[5]), dafs der der Phasenänderung entsprechende Gangunterschied bei der Reflexion an Glas, wenn man Schwe-

1) *On the theory of light and colours. Phil. Trans. of the Roy. Soc.* 1802.

2) *Oeuvres I*, 703.

3) Pogg. Ann. Bd. CXLI, S. 386.

4) Pogg. Ann. Bd. CLV, S. 1.

5) *Comptes rendus* LXXV, 1872, *p.* 617; Pogg. Ann. CXLVIII, 1873, S. 655—56.

felkohlenstoff und Luft vergleiche, für gelbes Licht $\frac{1}{10}$ Wellenlänge bei senkrechter Incidenz betrage. Dieser Ansicht entsprechen auch andere Versuche, welche in neuerer Zeit über den Gegenstand veröffentlicht sind.

Mit Hülfe der im ersten Abschnitt beschriebenen Methode bin ich zunächst im Stande gewesen, die Frage nach der Existenz der Phasenänderung durch einfache Versuche zu prüfen. Dieselben sind theils mit flüssigen, theils mit festen durchsichtigen Substanzen angestellt. Von den fünf Gruppen von Versuchen, welche ich im Folgenden beschreibe, sind die drei ersten mit Benutzung von Jodsilberschichten, die beiden letzten mittelst Glaslamellen ausgeführt. Jodsilberschichten haben vor Glaslamellen den Vorzug, dafs sie, wegen des grofsen Brechungsvermögens des Jodsilbers, in Berührung mit den meisten Flüssigkeiten hinreichend Licht reflectiren, um die Interferenz-Erscheinungen deutlich erkennen zu lassen. Bei Glaslamellen ist dies nur für wenige der Fall, weil die meisten Flüssigkeiten Brechungsindices haben, die denen des Glases sehr nahe liegen.

1. Die zu untersuchenden Flüssigkeiten befinden sich in einem kleinen prismatischen Glaskasten, welcher auf der mit der Jodsilberschicht bedeckten Seite der Glasplatte aufgekittet ist. Die prismatische Form ist nur deshalb gewählt, damit kein störendes Licht durch Reflexion an einer der Spaltebene parallelen Glasfläche in den Spectral-Apparat gelangt. Das aus dem Spalt desselben austretende Lichtbündel trifft zuerst die Luft-Glasseite der Glasplatte; um das an dieser Fläche reflectirte Licht, welches die Deutlichkeit der Interferenzstreifen vermindert, nicht in den Apparat gelangen zu lassen, habe ich zuweilen statt der planparallelen Glasplatte eine schwach prismatische als Träger der Jodsilberschicht benutzt.

Ist das auf der Jodsilberschicht aufgekittete Kästchen noch nicht mit der Flüssigkeit gefüllt, so finden nur die beiden Reflexionen an der Glas-Jodsilber- und der Jodsilber-Luft-Gränze statt, welche die Interferenzstreifen her-

vorbringen. Füllt man das Kästchen ganz mit einer Flüssigkeit, so entsteht die Interferenz-Erscheinung durch zwei Strahlenbündel, von denen das eine an der Glas-Jodsilber-, das andere an der Jodsilber-Flüssigkeitsseite reflectirt wird. Ist der Kasten nur zur Hälfte gefüllt, so hat man beide Interferenzspectra, durch eine scharfe Linie getrennt, gleichzeitig übereinander.

Bilden nun die dunkeln Streifen des einen Systems genau die Verlängerungen der Streifen des andern, so findet keine relative Phasenänderung bei der Reflexion von Jodsilber-Luft und Jodsilber-Flüssigkeit statt[1]). Bei gut präparirten, aus hochpolirten Silberspiegeln hergestellten Jodsilberschichten, welche drei bis vier dunkle Streifen im Spectrum zeigen, deren Abstände etwa einen Grad betragen, läſst sich eine Differenz in der Lage der Streifen von zwei Minuten noch erkennen; diese Differenz entspricht einer Aenderung des Gangunterschiedes von etwa $\frac{1}{30}$ Wellenlänge in der Substanz der dünnen Schicht.

Die Versuche erstreckten sich auf folgende Flüssigkeiten: *Wasser*, *Alkohol*, *Aether*, *Petroleum*, *Benzin*, *Olivenöl*, *Canadabalsam*, *Schwefelkohlenstoff*.

Bei keinem einzigen dieser Körper zeigte sich eine bemerkbare Differenz in der Lage der Interferenzstreifen. Wenn also eine Phasenänderung bei der Reflexion an Jodsilber und einer jener Flüssigkeiten im Vergleich zur Reflexion an Jodsilber-Luft stattfindet, so ist dieselbe jedenfalls kleiner als die, welche einem Gangunterschied von $\frac{1}{30}$ Wellenlänge des Lichts in Jodsilber oder $\frac{1}{70}$ Wellenlänge in Luft entspricht.

2. Die eben beschriebenen Versuche betreffen nur die Phasenänderungen, welche stattfinden können, wenn das

1) Im weiſsen Lichte ändert sich die Farbe einer dünnen Jodsilberschicht, wenn man sie mit einer Flüssigkeit in Berührung bringt. Aus diesem Umstande aber eine Phasenänderung zu folgern, wie dies Hr. Potier (Pogg. Ann. Bd. CXLVIII, S. 655) gethan hat, ist unrichtig, weil schon aus Fresnel's Reflexionsformeln nothwendig eine solche Aenderung der Mischfarbe hervorgeht, auch wenn keine Phasenverschiedenheit vorhanden ist.

aus einem optisch dichteren Medium, dem Jodsilber, kommende Licht an der Gränze eines optisch dünneren Mediums reflectirt wird. Zur Untersuchung des entgegengesetzten Falles, in welchem das erste Medium das weniger brechbare ist, habe ich folgende Anordnungen der Versuche getroffen.

Vor dem Spalt des Spectrometers ist ein parallelepipedisches, zum Theil mit einer der erwähnten Flüssigkeiten gefülltes, Glasgefäfs aufgestellt. In die Flüssigkeit taucht vertical und normal zur Collimatoraxe die mit der Jodsilberschicht bedeckte Glasplatte, so dafs erstere dem Spalt zugekehrt ist. Um das von der Vorderfläche des Glastroges reflectirte Licht abzulenken, kann man demselben eine kleine seitliche Drehung nach rechts oder links geben; die dunkeln, von der Reflexion an beiden Seiten der Jodsilberschicht herrührenden Interferenzstreifen erscheinen dann sehr deutlich. Dafs diese geringe Drehung, welche, streng genommen, die Flüssigkeitsschicht vor dem Jodsilber zu einem Flüssigkeitsprisma mit verticaler Kante macht, keine merkliche Verschiebung des von der Reflexion an der Gränze von Flüssigkeit und Jodsilber herrührenden Streifensystems hervorbringt, davon überzeugt man sich am einfachsten dadurch, dafs man die Drehung einmal nach rechts, das andere Mal nach links ausführt.

Um den capillaren Randwinkel, welcher die Schärfe der Gränzlinie der beiden Streifensysteme beeinträchtigt, auf ein Minimum zu reduciren, habe ich auch auf folgende Weise operirt: Eine Jodsilberschicht auf Glas bildet die innere Seite der hinteren Wand eines sehr dünnen Glastroges; der Abstand der vorderen Glaswand beträgt kaum $\frac{1}{5}$ Millimeter, so dafs die Füllung dadurch bewerkstelligt wird, dafs man einen Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit mittelst eines hohlen Glasfadens seitlich an die Oeffnung bringt; der capillare Raum füllt sich sofort und hält die Flüssigkeit fest. Die Glasplatte, auf welche das aus dem Spalt des Spectrometers kommende

Licht zuerst auffällt, um dann durch die Flüssigkeit zum Jodsilber zu gelangen, deckt nur die Hälfte der Jodsilberschicht und ist ebenfalls nur $\frac{1}{8}$ Millimeter stark. Hierdurch erhält man in den meisten Fällen die Trennungslinie der beiden Streifensysteme hinreichend scharf.

Weder bei dem ersten, noch bei dem letzten Verfahren läfst sich die geringste gegenseitige Verschiebung der Interferenzstreifen beobachten.

3. Unter Umständen, welche der Beobachter nicht in der Gewalt hat, ist bei den vorigen Versuchen die Trennungslinie zuweilen nicht scharf. Dieser Uebelstand hat theils darin seinen Grund, dafs die Gränzlinie von Luft und Flüssigkeit in Folge der Capillarität die Schneide eines Prismas mit variablem Winkel bildet, welches Licht abblendet, theils auch darin, dafs die leichtflüchtigen Flüssigkeiten verdampfen und in der Nähe der Gränzlinie sich wieder zu Tröpfchen condensiren. Um diese Quellen von Ungenauigkeiten ganz zu vermeiden, glaubte ich die unter 1) und 2) erhaltenen Resultate noch durch ein anderes Verfahren prüfen zu müssen.

Die Jodsilberschichten wurden stellenweise mit einer $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$ Millimeter dicken Schicht von Canadabalsam bedeckt und auf diesen kleine rechteckige Stücke von englischem Deckglase gelegt, welche man leicht hinreichend planparallel findet. Da das Deckglas fast genau das Brechungsvermögen des Canada's hat, so ist die Wirkung dieselbe als ob die Balsamschicht von einer Ebene begrenzt und das Deckglas nicht vorhanden ist. Die Reflexion findet an den bedeckten Stellen an der Gränze von Canadabalsam und Jodsilber, an den nicht bedeckten an der Gränze von Luft und Jodsilber statt. Die Gränzlinie von Luft und Canada kann durch dies Verfahren haarscharf erhalten werden.

Die spectroskopische Prüfung bei normaler Incidenz ergab zunächst die vollständige Gleichheit der Phasen des an Luft und des an Canadabalsam reflectirten Lichtes,

indem die Interferenzstreifen des einen Systems genau die Verlängerungen der Streifen des andern bildeten.

Die in der eben beschriebenen Weise vorbereiteten Platten wurden nun in den Glastrog vor dem Spalt des Spectrometers gesenkt und senkrecht zur Collimatoraxe festgestellt. Dann wurde der Trog ganz mit Wasser, alkalischer Lösung, Ammoniak oder Olivenöl gefüllt. (Nach längerer Zeit, nachdem die dünne Balsamschicht hinreichend fest geworden, lassen sich die Platten auch in Schwefelkohlenstoff bringen und untersuchen, ehe eine merkliche Lösung des Harzes eintritt.) Die Reflexion findet hier an den bedeckten Stellen der Platte, wie vorher, an der Gränze von Jodsilber und Canadabalsam, an den nicht bedeckten an der Gränze von Jodsilber und Flüssigkeit statt. Die Trennungslinie ist ebenso scharf wie vorher.

Bei keiner einzigen der geprüften Flüssigkeiten konnte ich eine Verrückung der beiden Streifensysteme gegen einander bemerken.

4. Eine dünne *Glaslamelle* mit parallelen [1]) Flächen wurde mittelst kleiner mit Schrauben versehener Pincetten vor dem Spalt des Collimators in normale Lage gebracht und $\frac{1}{2}$ bis 1 Mm. dahinter eine geschwärzte Messingplatte vertical aufgestellt. Ist die Stellung der Lamelle richtig getroffen, so erhält man im Spectroskop bei normaler Beleuchtung das erwähnte System verticaler Interferenzstreifen. Nun bringe ich mittelst eines hohlen Glasfadens einen Tropfen Wasser oder eine andere Flüssigkeit, deren Brechungsvermögen das des Wassers nicht sehr übersteigt,

1) Auf den Flächen-Parallelismus prüfe ich die Blättchen durch einfache Beleuchtung mit einer Kochsalzflamme. Sind die Flächen vollkommen parallel, so sind keine Néwton'schen Ringe oder Streifen sichtbar; sind sie annähernd parallel, so sind dieselben breit. Glaslamellen, welche im Natriumlicht dunkle Streifen von 1 bis 2 Millimeter Abstand zeigen, sind noch sehr gut brauchbar, weil bei unserer Methode unter Anwendung vom Lampenlicht nicht mehr als $\frac{1}{10}$ Quadratmillimeter, und bei Anwendung von Sonnenlicht ein noch kleinerer Theil der Oberfläche benutzt wird.

so zwischen die geschwärzte Messingplatte und das Glasblättchen, daſs der capillare Raum sich theilweise füllt. Die von der Reflexion an der Gränze zwischen Glas und Wasser herrührenden Interferenzstreifen haben beträchtlich geringere Intensität, aber eine Verschiebung gegen die von der Glas-Luft-Reflexion herrührenden ist nicht zu bemerken. — Eine groſse Auswahl von Flüssigkeiten, welche zu diesem Versuche brauchbar sind, hat man nicht, da die meisten einen zu groſsen Brechungsindex haben, um deutlich sichtbare Interferenzstreifen liefern zu können. Ich habe mich auf wässrige Lösungen von Gummi, Gelatine und einigen Salzen beschränkt; dieselben lieſsen, gleichwie Wasser, keine Spur einer Aenderung der Phase erkennen. — Für die Ausführung der letzteren Versuche ist insofern Vorsicht nöthig, als man mit der Beobachtung nicht zögern darf, nachdem der Flüssigkeitstropfen an die Glaslamelle gebracht ist. Nach einiger Zeit verflüchtigt sich das Lösungsmittel an der Gränzlinie, in Folge dessen erfolgt die zweite Reflexion an der Gränze der ausgeschiedenen festen Substanz und Luft und die Streifen erscheinen geknickt. Noch schneller tritt diese Erscheinung ein, wenn man den Flüssigkeitstropfen frei an die Lamelle bringt, ohne die geschwärzte Metallplatte als Hinterwand zu benutzen.

5. Um bei der Reflexion an sehr heterogenen Medien von starkem Brechungsvermögen die Phasen zu vergleichen, habe ich die folgenden Versuche angestellt.

Eine Glaslamelle wird auf einer Seite stark versilbert, so daſs das Silber auf der Luftseite matt erscheint, darauf ein Theil der Silberschicht entfernt und der übrige durch Einhängen der Lamelle in ein Jod enthaltendes Gefäſs in Iodsilber verwandelt. Nun bringe ich einen Tropfen flüssigen Phosphor[1]) so auf die Lamelle, daſs er sowohl das Glas als das Jodsilber in der Nähe der Gränzlinie bedeckt.

1) Erhalten durch Auflösen von 20 Thl. Phosphor in 1 Thl. Schwefelkohlenstoff und Zerstören des letzteren durch Erhitzen mit Natronlösung.

Der Tropfen haftet an beiden Substanzen sehr fest und bleibt eine Zeit lang durchsichtig. Das Licht wird hier auf der vorderen Seite der Lamelle in Luft an Glas, auf der hinteren in Glas theils an Phosphor, theils an Jodsilber reflectirt. Die an der Gränze von Jodsilber und Phosphor reflectirte Lichtmenge ist wegen der Rauhheit der Oberfläche des ersteren und wegen des grofsen und nahezu gleichen Brechungsvermögens beider Körper verschwindend klein. Die beiden Interferenzsysteme coincidiren für kleine Einfallswinkel.

Der vorige Versuch kann auch auf den Fall ausgedehnt werden, wo die Reflexion auf jeder Seite der Glaslamelle an einem optisch dichteren Medium stattfindet. Hierzu belege ich entweder eine von beiden, oder beide Seiten der Lamelle in der angegebenen Weise gleichweit mit einer starken Jodsilberschicht und stelle sie dann im Innern eines vor dem Spalt aufgestellten Glastroges senkrecht zur Collimatoraxe auf. Nun fülle ich das Glasgefäfs mit Schwefelkohlenstoff oder besser, einer gesättigten Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff. Die Streifensysteme erscheinen sehr intensiv, wenn das von der Vorderfläche des Glasgefäfses reflectirte Licht ein wenig abgelenkt wird.

Die von der Reflexion am Phosphor herrührenden dunklen Streifen bilden die Verlängerungen der von der Reflexion am Jodsilber herrührenden; ein merklicher Phasenunterschied der an beiden Substanzen reflectirten Strahlen ist also nicht vorhanden.

Schlüsse.

Aus allen Versuchen, welche ich unter 1) bis 5) beschrieben habe, folgt:

Die relative Phasenänderung, welche das Licht bei normaler Reflexion erleidet, ist Null, wenn das erstere Medium das gröfsere Brechungsvermögen hat, und entspricht einem Gangunterschiede von einer halben Wellenlänge, wenn das

zweite Medium das stärker brechende ist, für alle transparenten Medien und alle Farben des Spectrums.

Ist die relative Phasenänderung Null für alle durchsichtigen Körper, so ist die absolute nothwendig eine Constante. Wenn also eine merkliche absolute Phasenänderung bei der normalen Reflexion existirte, so müfste sie für die verschiedenartigsten durchsichtigen Körper denselben Werth haben. Aus Fresnel's Versuch mit den drei Spiegeln [1]) und aus Lloyd's [2]) Beobachtungen über den Gangunterschied von streifend reflectirten und directen Strahlen geht aber hervor, dafs die absolute Phasenänderung bei der Reflexion in Luft an Glas 180° beträgt. Wir müssen daher schliefsen, dafs *eine merkliche absolute Phasenänderung, welche von Null,* oder wenn wir das relative Brechungsverhältnifs der beiden angränzenden Medien nicht berücksichtigen — *von Null oder* 180° *verschieden ist, bei der normalen Reflexion an der Gränze transparenter Medien nicht stattfindet.*

3.

Reflexion an Körpern mit electiver Absorption.

Untersuchungen über die absoluten Phasenänderungen sind für diese Gruppe von Körpern, welche dadurch ausgezeichnet sind, dafs sie für manche Farben die optischen Eigenschaften der durchsichtigen Medien, für andere die der Metalle haben, bis jetzt nicht veröffentlicht. Durch die Arbeiten von Stokes wissen wir, dafs sie das Licht schon für kleinere Einfallswinkel elliptisch polarisiren und in der neuesten Zeit haben sie durch die Entdeckung der anomalen Dispersion ein erhöhtes Interesse gewonnen.

Die Beobachtungsmethode, welche ich in den vorigen Capiteln auseinandergesetzt und für transparente Medien durchgeführt habe, ist für die Untersuchung undurchsichtiger ebenso leicht und in experimenteller Beziehung noch bequemer anwendbar. An der Gränze nämlich eines durch-

1) A. a. O.
2) Pogg. Ann. Bd. XLV, S. 45.

sichtigen und eines metallisch undurchsichtigen Körpers wird selbst dann noch beträchtlich Licht reflectirt, wenn die Brechungsindices beider gleich sind. Dieser Umstand erleichtert die Beobachtungen sehr; Glaslamellen, welche für durchsichtige Körper in vielen Fällen unbrauchbar sind, sind hier ebenso gut wie Jodsilber zu benutzen.

Ich habe bis jetzt die Messungen durchgeführt für Fuchsin, Triphenyl-, Diphenyl-, Monophenyl-Rosanilin, Anilingrau, Anilinviolett. Diese Farbstoffe wurden in wasserfreiem Alkohol gelöst und die concentrirte Lösung auf dünne *Glaslamellen* so aufgetragen, daſs die nur für die äuſsersten rothen Strahlen durchsichtige Schicht mit der Luft eine geradlinige Begränzung bildete. Die Blättchen untersuchte ich stets erst nach einigen Tagen, innerhalb welcher Zeit die Verdampfung des Lösungsmittels hinreichend erfolgt. — Mit der Glasseite dem Spalt zugekehrt, wurden sie senkrecht zur Collimatoraxe des Spectrometers so aufgestellt, daſs das Bild der horizontalen Gränzlinie des Farbstoffes mit der Luft im Schnittpunkte der Fäden des Fadenkreuzes scharf erschien. Die Reflexion an der vorderen Seite der Lamelle findet überall an der Gränze von Luft und Glas, an der hinteren Seite dagegen auf der einen Hälfte an der Gränze von Glas und Luft, auf der andern an der Gränze von Glas und Farbstoff statt. Durch die Interferenz der an der vorderen und der an der hinteren Seite der Glaslamelle reflectirten Strahlenbündel entstehen zwei Interferenzspectra. Wie ich im vorigen Capitel gezeigt habe, ist die Phasenänderung bei der Reflexion an der Gränze zweier transparenter Medien unmerklich; die Unterschiede in der Lage der dunklen Streifen beider Interferenzspectra rühren also einzig und allein von der absoluten Phasenänderung bei der Reflexion an dem undurchsichtigen Körper her. Man überschaut mit einem Blicke zugleich die absoluten Phasenänderungen für die verschiedenen Farben.

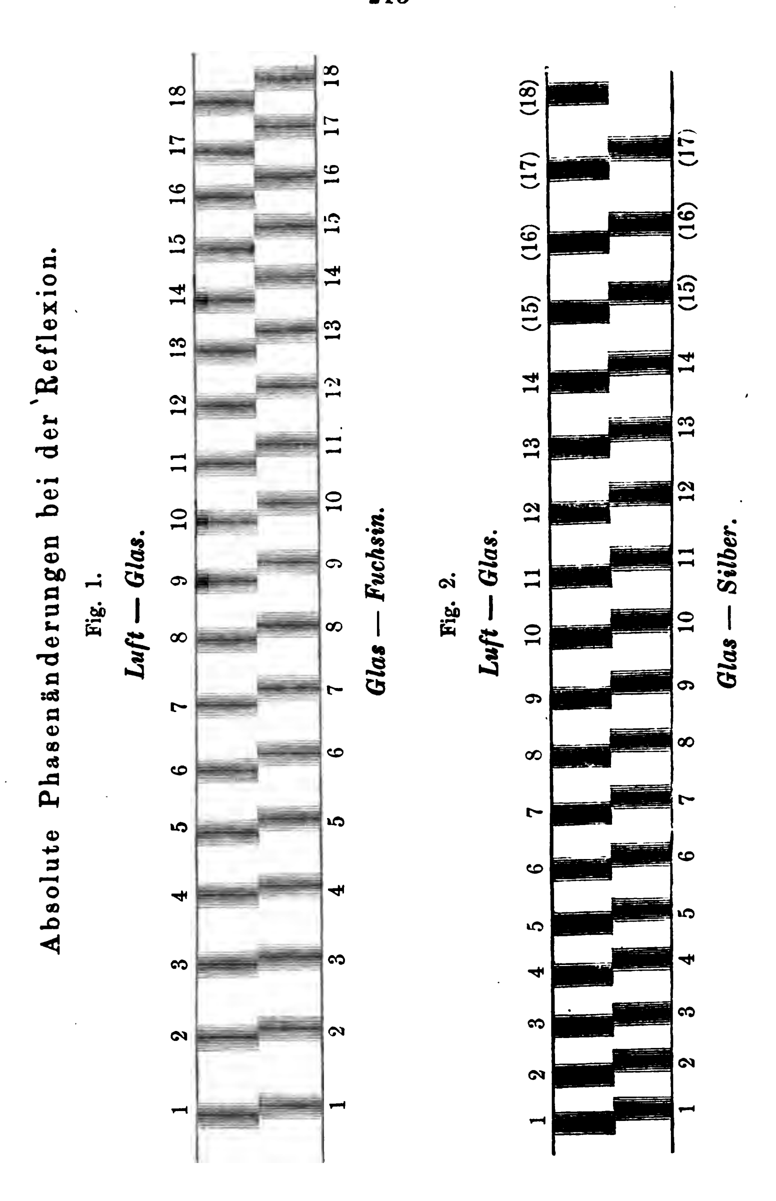
Die folgenden Versuche beziehen sich auf *Fuchsin*. Ich habe diesen Namen jetzt noch beibehalten, weil ihn

alle Physiker anwenden, welche mit diesem Körper experimentirt und ihre Versuche veröffentlicht haben. Es ist indeſs nothwendig, genauere Bezeichnungen einzuführen, weil die unter dem Namen Fuchsin benutzten Präparate verschiedene chemische Zusammensetzung und optische Eigenschaften haben. Der von mir zu den früheren (Monatsbericht 19. Nov. 1874), wie zu allen folgenden Versuchen benutzte Körper war fast reines *salzsaures Rosanilin*; derselbe erwies sich bei der Analyse frei von Essigsäure, Schwefelsäure und Oxalsäure und enthielt nur Spuren von Arsen. Die Lösungen im Wasser, Alkohol oder Aether zeigten nur *einen* Absorptionsstreifen, nicht deren zwei, wie Hr. Kundt an seinem Präparate beobachtete; eine zur Hälfte gesättigte alkoholische Lösung zeigte schon stärkere anomale Dispersion als sie Kundt für concentrirte angiebt.

1. Fig. 1 stellt die beiden Streifensysteme dar, welche die Phasenänderungen bei normaler Reflexion an Glas-Fuchsin für 18 Wellenlängen des sichtbaren Spectrums liefern.

Die Brechungsindices des Fuchsins sind, wie ich in einer früheren Abhandlung gezeigt habe, für die Wellenlängen der sichtbaren Strahlen gröſser als die des Glases, mit Ausnahme der zwischen 485 und 410 Milliontel Mm. liegenden. Fände daher keine dem metallisch undurchsichtigen Körper eigenthümliche Phasenänderung statt, so müſsten die beiden Streifensysteme für die blauen und violetten Farben zwischen 485 Milliontel Mm. coïncidiren, für alle übrigen aber um eine halbe Wellenlänge gegenseitig verschoben seyn.

Ein bloſser Blick auf die Erscheinung zeigt, wie ganz anders in Wirklichkeit die Phasenänderung für die verschiedenen Farben sich gestaltet. Für die rothen Strahlen entspricht die Aenderung der Phase fast genau einer halben Wellenlänge, mit wachsender Schwingungszahl findet eine stetige Abnahme bis zum Violett, etwa der Mitte zwischen *G* und *H*, statt. Hier erreicht die Phasenände-



Bemerkung. Der Versuch zeigt die Streifen, besonders im weniger brechbaren Ende des Spectrums, schmaler und schärfer als der vorstehende Abdruck.

rung ein Minimum und nimmt bis zum Ultraviolett allmählig wenig zu.

Die Darstellung der Phasenänderung durch Zahlen geschieht am übersichtlichsten dadurch, dafs man den Bruchtheil der Wellenlänge angiebt, um welchen der reflectirte Strahl gegen den einfallenden verschoben erscheint. Bezeichnet m die Ordnungszahl eines dunklen Interferenzstreifens, l seine Wellenlänge in der Substanz der dünnen Lamelle, so ist $\frac{1}{2}ml$ die Dicke der letzteren, wenn Luft zu beiden Seiten sich befindet, hingegen $\frac{1}{2}(ml' + \delta)$, wenn die Reflexion auf einer Seite am Fuchsin stattfindet. Hierin ist δ der der Phasenänderung entsprechende Gangunterschied, und l' die Wellenlänge des Streifens von der Ordnungszahl m im Interferenzspectrum Glas - Fuchsin. Da die Dicke der Lamelle in beiden Fällen dieselbe ist, so hat man

$$\delta = m(l - l') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Für $\delta = l$ geht diese Formel über in $l = m(l - l_1)$, worin l_1 die zum Streifen von der Ordnung $m + 1$ gehörige Wellenlänge bedeutet, folglich ist

$$\frac{\delta}{l} = \frac{l - l'}{l - l_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Sind die Brechungsindices der dünnen Lamelle für zwei einander folgende Streifen sehr wenig verschieden, wie es bei den Glasblättchen der Fall ist, so kann man ohne merklichen Fehler

$$\frac{\delta}{l} = \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda - \lambda_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

setzen, wenn die λ die entsprechenden Wellenlängen in Luft bedeuten.

Die zu den Winkelablesungen am getheilten Kreise des Spectrometers gehörigen Wellenlängen habe ich von Minute zu Minute ein für alle Mal durch Messungen einer gröfseren Anzahl Fraunhofer'scher Linien mit bekannter Wellenlänge und Interpolation bestimmt.

Die zweite Columne der folgenden Tabelle giebt die Werthe der λ für die von der Reflexion an Glas und Luft

herrührenden Interferenzstreifen, die dritte die Werthe der λ für die Reflexion an Luft und Fuchsin in Milliontel Millimetern an, die vierte die nach der Formel (3) berechneten, die Phasenänderung darstellenden, Gröſsen $\frac{\delta}{l}$. Die Nummern der ersten Reihe beziehen sich auf die in der Figur gezeichneten Streifen; die Zahlen der letzten Columne geben die Werthe für $\frac{\delta}{l}$ für durchsichtige Körper, welche dieselben Brechungsindices wie das Fuchsin haben. ***Die Differenzen der Zahlen der beiden letzten Columnen stellen also die Wirkung der Absorption auf die Phasenänderung unmittelbar dar.***

Tabelle I.

Glas-Luft	λ	λ'	$\frac{\delta}{l}$	$\left(\frac{\delta}{l}\right)$
1	637,5	628,7	0,48	0,5
2	619,9	611,2	0,46	0,5
3	602,1	594,4	0,45	0,5
4	585,5	579,9	0,42	0,5
5	572,2	566,8	0,37	0,5
6	556,8	551,6	0,35	0,5
7	541,7	537,2	0,30	0,5
8	526,3	521,8	0,33	0,5
9	512,6	509,3	0,28	0,5
10	500,2	496,7	0,30	0,5
11	487,5	485,2	0,23	0,5
12	478,2	476,2	0,20	0
13	468,4	466,8	0,16	0
14	458,5	457,0	0,15	0
15	448,6	447,5	0,11	0
16	439,4	438,7	0,08	0
17	430,5	429,6	0,10	0
18	421,9	—	—	—

Einen ähnlichen Gang der Phasenänderung für die verschiedenen Farben zeigten die andern Farbstoffe.

2. Ebenso leicht, und vielleicht noch genauer als an der Gränze von Glas und Fuchsin, läſst sich die Phasenänderung an der Gränze von Jodsilber studiren. Die Abstände der Interferenzstreifen sind nämlich wegen der

geringeren Dicke der Jodsilberschichten weit beträchtlicher. Die Haftbarkeit der Farbstoffe auf Jodsilber ist zwar geringer als auf Glas, aber ein Fehler läſst sich durch das Loslösen des Farbstoffes nicht leicht begehen, weil die Farbe sich dann sofort ändert. So lange z. B. eine Fuchsinschicht fest am Jodsilber haftet, erscheint sie, durch das Jodsilber gesehen, dunkel stahlblau; sobald die innige Berührung beider Körper aufhört, wird die Farbe sofort grün.

Zur Berechnung der absoluten Phasenänderungen bei der normalen Reflexion an der Gränze von Jodsilber und Fuchsin ist die Anwendung der Formel (3) nicht mehr zulässig, weil sowohl die Dispersion des Lichtes im Jodsilber als auch die Abstände der Interferenzstreifen zu beträchtlich sind. Bezeichnen n und n' die zu den Wellenlängen λ und λ' in Luft gehörigen Brechungsindices des Jodsilbers, so geht wegen der Beziehungen

$$l = \frac{\lambda}{n}, \; l' = \frac{\lambda'}{n'}$$

die allgemeine Formel (1) über in

$$\frac{\delta}{l} = m\left(1 - \frac{\lambda' n}{\lambda n'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Die Brechungsindices der Jodsilberschichten, deren Kenntniſs auch für andere Untersuchungen unumgänglich nothwendig ist, habe ich durch eine besondere Methode, deren Mittheilung hier zu weit vom Thema abführen würde, für eine groſse Zahl von Wellenlängen des sichtbaren Spectrums bestimmt.

In den folgenden vier Tabellen enthalten die 5 ersten Columnen die Werthe der Gröſsen m, λ, λ', n, n' für vier verschiedene Jodsilber-Fuchsin-Platten, die letzten die mittelst der Formel (4) berechneten Werthe der der Phasenänderung entsprechenden Gangunterschiede $\frac{\delta}{l}$.

Tabelle II.

m	λ	λ'	n	n'	$\frac{\delta}{l}$
5	579	545,5	2,187	2,215	0,353
6	500	490,5	2,270	2,270	0,154
7	451	449	2,423	2,423	0,069

Tabelle III.

m	λ	λ'	n	n'	$\frac{\delta}{l}$
3	557	506,7	2,205	2,258	0,335
4	450	446	2,416	2,443	0,072

Tabelle IV.

m	λ	λ'	n	n'	$\frac{\delta}{l}$
3	546	497	2,214	2,275	0,326
4	448	444	2,429	2,460	0,075

Tabelle V.

m	λ	λ'	n	n'	$\frac{\delta}{l}$
3	629	559	2,159	2,201	0,388
4	499	473	2,268	2,320	0,170
5	445	439	2,452	2,512	0,075

Aehnlich ist der Verlauf der Phasenänderungen bei den andern, Eingangs erwähnten, Farbstoffen. *Während bei der normalen Reflexion an der Gränze zweier durchsichtiger Mittel keine Phasenänderung nachgewiesen werden konnte, welche sich merklich von Null oder* 180° *unter-*

scheidet, beobachten wir bei jenen Körpern alle möglichen Phasenänderungen, welche zwischen 0 *und* 180° *liegen.*

Schlüsse.

Durch Zusammenfassung aller Beobachtungen lassen sich für die absoluten Phasenänderungen bei der normalen Reflexion an metallisch undurchsichtigen Körpern die folgenden Gesetze ableiten.

1. *Die Absorption bewirkt eine Phasenverzögerung für alle Strahlen, deren Brechungsindices im absorbirenden Körper gröſser sind als im angränzenden Medium.*

2. *Die Absorption bewirkt eine Phasenbeschleunigung für alle Strahlen, deren Brechungsindices im absorbirenden Körper kleiner sind als im angränzenden Medium.*

3. *Die Absorption macht den plötzlichen Uebergang von der Phasenänderung Null zur Phasenänderung* 180°, *die wir bei durchsichtigen Medien beobachten, je nachdem ihr Brechungsverhältniſs kleiner oder gröſser als Eins ist, zu einem stetigen.*

Der letzte Satz dürfte auch für die in der Natur vorkommenden sogenannten durchsichtigen Substanzen richtig seyn, weil dieselben ja weiter nichts, als Medien mit schwachen Absorptionsconstanten sind. Ich glaube sicher, daſs z. B. Schwefelkohlenstoff, dessen Brechungsindices zwischen 1,61 und 1,70 liegen, in Berührung mit einem Flintglase von den entsprechenden Brechungsindices 1,63 bis 1,68, einen ähnlichen allmähligen Uebergang der Phasenänderung darbieten würde. Allein die Intensität des reflectirten Lichtes ist so gering, daſs eine Beobachtung der Erscheinung aus diesem Grunde nicht möglich ist. Es zeigt dies Beispiel aber wieder, wie sehr die allgemeinen Gesetze der Lichtbewegung von der Erforschung der Eigenschaften der undurchsichtigen Körper abhängen, und nicht der durchsichtigen, welche uns häufig nur Gränzfälle von zweifelhafter Bedeutung liefern.

4.

Reflexion an der Gränze von Metallen.

Für die Bestimmung der Phasenänderungen bei der Reflexion an Metallen habe ich eine einfache und directe Methode befolgt; mittelst derselben läfst sich die Phasenänderung bei jedem Metall und jeder Metalllegirung mit Leichtigkeit ermitteln, wenn man die entsprechende Phasenänderung bei der Reflexion von *Silber* kennt. Ich zeige daher zunächst, wie ich jene Constanten für dies Metall bestimmt habe.

Ausgesuchte und geprüfte (vgl. die Anmerkung im zweiten Abschnitt) Glaslamellen werden zur Hälfte mit einer durchsichtigen Silberschicht belegt, so dafs das Silber eine scharfe Gränzlinie bildet. Die Reflexion findet hier bei der einen Hälfte der dünnen Lamelle auf Vorder- und Hinterseite an den Gränzflächen von Glas und Luft; bei der anderen Hälfte das erste Mal an Luft-Glas, das zweite Mal an Glas-Silber statt. Die beiden, durch die prismatische Zerlegung des reflectirten Lichtes sichtbar gemachten Interferenzsysteme sind im Gesichtsfelde durch eine haarscharfe Gränzlinie geschieden, wenn das Fernrohr des Spectrometers auf den Spalt eingestellt ist. Die Beobachtungen und Messungen werden genau, wie in den vorigen Capiteln beschrieben, angestellt. Die passend befestigte Lamelle wird dicht vor dem Spalt so aufgestellt, dafs ihre reflectirenden Flächen senkrecht zur Collimatoraxe stehen und die Trennungslinie scharf im Schnittpunkte der Fäden des Andreaskreuzes erscheint.

Würde keine, dem Metall eigenthümliche, Phasenänderung bei der Reflexion eintreten, so müfsten die dunkelen Minimalstreifen des einen Systems genau in die Verlängerungen der Lichtmaxima des anderen, also ungefähr in die Mitte zwischen zwei dunkele Streifen des anderen fallen, wie es der Fall ist, wenn man einen durchsichtigen Körper von gröfserem Brechungsvermögen als dem des Glases, z. B. einen Tropfen flüssigen Phosphor,

anstatt des Silbers, mit der Rückseite der Glaslamelle in Berührung bringt.

Die Fig. 2, welche ich nach den in Tab. VI enthaltenen Messungen construirt habe, giebt ein Bild der Gesammterscheinung. Die von der Metallreflexion herrührenden dunkelen Interferenzstreifen liegen den dunkelen Streifen des anderen Systems viel näher als einer Phasenänderung von 180° entspricht. Ohne zu messen, schätzt man die gegenseitigen Verschiebungen etwa auf den vierten Theil des Abstandes zweier aufeinanderfolgender Streifen, und zwar sind diese Verschiebungen, ganz im Gegensatze zu den bei den Farbstoffen beobachteten, für alle Farben des sichtbaren Spectrums nahezu gleich.

Um die Richtung der Verschiebungen zu bestimmen, habe ich nacheinander Glasblättchen angewendet, welche mit dünnen Silberschichten von verschiedener Dicke belegt waren. Läſst man das Silber von der Dicke Null an bis zur Undurchsichtigkeit wachsen, so rücken sämmtliche, von der Metallreflexion herrührenden Streifen nach dem violetten Ende des Spectrums hin. Würde statt des Silbers ein transparentes Medium von gröſserem Brechungsvermögen als dem des Glases die Lamelle begränzen, so würde die Verschiebung dieselbe Richtung haben, schlieſslich aber, bei hinreichender Dicke der Schicht, nicht eine viertel, sondern etwa eine halbe Streifenbreite betragen.

Die folgende Tabelle VI, welche ganz so wie Tabelle I im vorigen Abschnitt eingerichtet ist, giebt die Resultate einer Reihe von Messungen an. Die Nummern der ersten Columne beziehen sich auf die in Fig. 2 gezeichneten Streifen; die zweite, mit λ überschriebene, Columne giebt die Wellenlängen der entsprechenden Streifen der Glas-Silber-Reflexion an. Die Zahlen unter $\frac{\delta}{l}$ stellen die den Phasenänderungen entsprechenden Gangunterschiede dar, und die Ziffern der letzten Reihe die entsprechenden Gangunterschiede für einen durchsichtigen Körper von gröſserem Brechungsvermögen als dem des Glases; die Diffe-

renzen der beiden letzten Columnen drücken also die Wirkung der Absorption auf die Phasenänderung aus.

Tabelle VI.

	λ	λ'	$\frac{\delta}{l}$	$\left(\frac{\delta}{l}\right)$
1	671,4	665,5	0,27	0,5
2	649,5	644,5	0,24	0,5
3	628,3	623,9	0,22	0,5
4	607,9	604,0	0,23	0,5
5	591,2	586,9	0,26	0,5
6	574,6	570,1	0,26	0,5
7	557,3	552,5	0,27	0,5
8	540,2	535,3	0,27	0,5
9	522,8	518,3	0,27	0,5
10	507,9	504,2	0,28	0,5
11	494,3	490,7	0,29	0,5
12	482,0	479,0	0,24	0,5
13	470,2	468,1	0,27	0,5
14	458,0	—	—	—

Die Vergleichung der Zahlen der beiden letzten Columnen ergiebt in Verbindung mit den vorigen Beobachtungen das Resultat: *Die Absorption des Lichtes im Silber bewirkt eine Phasenverzögerung von nahezu* 90° *für alle Farben des sichtbaren Spectrums, wenn das Licht von Silber im Glase unter dem Einfallswinkel* 0° *reflectirt wird.*

Die anderen Metalle, für welche ich die Phasenänderungen nach der Eingangs angedeuteten Methode bestimmt habe, verhalten sich sehr ähnlich wie das Silber. *Die Phasenänderung bei normaler Incidenz ist stets eine Phasenverzögerung, und zeigt für kein Metall und keine Farbe eine starke Abweichung von der entsprechenden des Silbers.* Die Mittheilung der Zahlenresultate unterlasse ich hier, weil dieselben vor der Hand nicht gestatten, weitere Schlüsse

für die Theorie aus ihnen zu ziehen. Ueberdies sind die Zahlen für die Phasenänderungen, welche ich bisher mitgetheilt habe, für die Vergleichung der Beobachtungen mit der Theorie ausreichend.

5.

Theorie und Vergleichung mit den Beobachtungen.

Vollständige Formeln zur Berechnung der Intensität und Phasenänderung des an den Metallen reflectirten Lichtes sind von Cauchy[1]) und von F. Neumann[2]) gegeben worden. Letzterer hat weder die Herleitung noch die Principien derselben veröffentlicht; ein näheres Eingehen auf die Vergleichung dieser Theorie mit meinen Beobachtungen dürfte hier kaum angemessen seyn; ich bemerke nur, daſs letztere durch die Neumann'schen Formeln nicht genügend dargestellt werden.

Cauchy hat die Principien seiner Theorie zwar veröffentlicht, er hat aber von diesen Principien bei der Aufstellung seiner bekannten Formeln für die Metallreflexion nur das Princip der Continuität der Bewegung angewendet, dagegen den Einfluſs der longitudinalen Schwingungen oder allgemeiner, die Bewegungen an der Gränzschicht, welche den Uebergang aus dem einen Medium in das andere vermitteln, ganz vernachlässigt. Specialisirt man daher seine Formeln dadurch, daſs man die Absorptionsconstante verschwinden läſst, so erhält man nicht einmal die Ausdrücke, welche er selbst für durchsichtige Medien aufgestellt hat. Die Zulässigkeit der Vernachlässigung der longitudinalen Schwingungen bei den opaken Medien versuchte er durch die Annahme zu begründen, daſs die aus ihnen hervorgehende Ellipticität des reflectirten Lichtes ebenso wie bei den transparenten Medien nur eine kleine Gröſse sey, welche gegen die durch die Absorption bewirkte verschwinde. Diese Annahme ist jedoch nicht richtig; denn aus meinen Messungen der Absorptionscon-

1) *Compt. rend. XXV, p.* 86; Pogg. Ann. LXXIV, S. 543.

2) Mitgetheilt von Wild: N. Denkschr. der schweiz. Ges. XV, 29.

stanten des Lichts für Silber folgt für die Gröſse p [1]), welche die von den longitudinalen Schwingungen herrührende Ellipticität ausdrückt, ein Werth zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$, während bekanntlich der Werth derselben Gröſse für Glas kaum $\frac{1}{100}$ erreicht.

Die gänzliche Vernachlässigung der longitudinalen Bewegungen ist der Grund, warum die Cauchy'schen Formeln der Metallreflexion in Bezug auf die Brechungsindices der Metalle, wie ich in einem früheren Aufsatze gezeigt habe, so sehr der Erfahrung widersprechen. Eine Vergleichung der Cauchy'schen Formeln mit den Beobachtungen erscheint daher aus dem doppelten Grunde nutzlos, weil jene Formeln weder eine strenge Folge der Theorie sind, noch auch den Beobachtungen über die Brechungsindices im mindesten genügen.

Ganz anders gestaltet sich das Resultat, wenn man die den Cauchy'schen Principien ohne jede Vernachlässigung entspringenden Formeln für Intensität und Phase des reflectirten Lichtes mit den Beobachtungen vergleicht. Diese Theorie liefert ganz im Gegensatze zu den bekannten von Cauchy und Eisenlohr gegebenen Näherungsformeln, groſse Brechungsindices für die Metalle; sie unterliegt auch nicht den Einwürfen, welche Hr. Strutt [2]) gegen die letzteren erhoben hat.

Die Endresultate lassen sich ohne jedwede Benutzung imaginärer Ausdrücke ableiten; für Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene durch alleinige Anwendung der Continuitätsbedingungen von Cauchy auf die Gleichungen, welche die Gesetze der Wellenbewegung und der Absorption darstellen. Diese, fast unmittelbar aus der Erfahrung geschöpften Gleichungen sind für die einfallende, reflectirte und gebrochene Welle, wenn $x = 0$ die Trennungsebene eines durchsichtigen und eines undurchsichtigen isotropen Mittels ist,

1) S. Eisenlohr, Pogg. Bd. CIV, S. 355.
2) *Phil. Mag. May* 1872, *p.* 321—338.

$$\sigma_1 = A_1 \cos(ax + by + ct) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$
$$\sigma_2 = A_2 \cos(-ax + by + ct + \delta) \quad . \quad . \quad (2),$$
$$\sigma = A e^{\beta_1 x} \cos(\alpha_1 x + by + ct + d) \quad . \quad (3).$$

Die Buchstaben σ bedeuten die Ausweichungen der schwingenden Theilchen, die A die Amplituden, δ und d die Phasen der reflectirten und gebrochenen Welle; ferner ist, wie die Anschauung ergiebt,

$$a = \frac{2\pi}{\lambda} \cos i\ , \quad b = \frac{2\pi}{\lambda} \sin i, \quad c = \frac{2\pi}{\tau},$$
$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda'} \cos r, \quad \beta = \frac{\gamma_1}{\cos r},$$

wenn man mit i den Einfallswinkel, mit r den Brechungswinkel, λ die Wellenlänge im durchsichtigen, λ' die im undurchsichtigen Medium, τ die Schwingungsdauer und $2m\gamma_1$ den physikalischen Extinctionscoëfficienten bezeichnet. Wird noch zur Abkürzung

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\alpha, \quad \beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\beta, \quad \gamma_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\gamma \quad . \quad . \quad (4)$$

gesetzt, so ist wegen der Beziehung

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\sin i}{\sin r} = \nu$$
$$\alpha^2 = \nu^2 - \sin^2 i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$
$$\beta^2 = \frac{\nu^2 \gamma^2}{\nu^2 - \sin^2 i} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

ν ist der Brechungsindex; die Gröfse γ nenne ich, weil sie überall in gleicher Linie mit ν rangirt, den *Extinctionsindex*. Der in den Rechnungen unbequem zu handhabende physikalische Extinctionscoëfficient ist also $= \frac{4\pi m}{\lambda}\gamma$, wenn $m = \log e = 0{,}43429$.

Die Gleichungen (1) bis (3) sind als particuläre Integrale von partiellen Differentialgleichungen zu betrachten, welche die Beziehungen der im Innern des lichtfortpflanzenden Körpers thätigen Kräfte zu einander darstellen.

Differentialgleichungen für die Lichtbewegung in absorbirenden Medien sind von O'Brien [1]), Strutt [2]),

1) *Transactions of the Cambridge Phil. Soc. VII, p.* 421; *VIII, p.* 27.
2) *Phil. Mag.* 1872, *p.* 321.

O. E. Meyer[1]), Helmholtz[2]) mittels Principien der Dynamik aufgestellt werden. — O'Brien fügte zur analytischen Darstellung der Absorption den gewöhnlichen, für vollkommen durchsichtige Medien geltenden, Elasticitätsgleichungen eine Summe von Gliedern

$$\Sigma_m h_m \frac{d^m \sigma}{dt^m}$$

hinzu, welche einen Reibungswiderstand, ähnlich demjenigen, welchen ein schwingendes Pendel in der Luft erleidet, darstellt. Die Strutt'sche Differentialgleichung ist ein besonderer Fall der O'Brien'schen; die von O. E. Meyer ist zu speciell, um die anomale Dispersion zu erklären. Helmholtz' Gleichungen gestatten, bis auf einen einzigen noch zweifelhaften Punkt, die Erscheinungen der anomalen Dispersion vollständig abzuleiten.

Ich habe nun gefunden, daſs sämmtliche bis jetzt aufgestellten Differentialgleichungen, die Helmholtz'schen nach Hinzufügung der den andern beiden Coordinaten entsprechenden Glieder, *dieselbe* Abhängigkeit des Brechungsindex und Extinctionscoëfficienten vom Einfallswinkel erfordern. Man erhält *dieselbe* Abhängigkeit auch dann noch, wenn man die Bewegungsgleichungen durch Hinzufügen einer Summe

$$\Sigma_\mu k_\mu \frac{\partial^\mu}{\partial t^\mu} \Delta_2 \varrho$$

verallgemeinert, welche eine Reibung der schwingenden Theilchen nach Art der inneren Reibung der Flüssigkeiten darstellt. Die Differentialgleichungen für die Lichtbewegung in opaken Medien nehmen alsdann die Form an:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \xi}{\partial t_2} + \Sigma_m h_m \frac{\partial^m \xi}{\partial t^m} &= (L+M)\frac{\partial v}{\partial x} + M \Delta_2 \xi + \Sigma_\mu k_\mu \frac{\partial^\mu}{\partial t^\mu} \Delta_2 \xi \\
\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \Sigma_m h_m \frac{\partial^m \eta}{\partial t^m} &= (L+M)\frac{\partial v}{\partial y} + M \Delta_2 \eta + \Sigma_\mu k_\mu \frac{\partial^\mu}{\partial t^\mu} \Delta_2 \eta \\
\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \Sigma_m h_m \frac{\partial^m \zeta}{\partial t^m} &= (L+M)\frac{\partial v}{\partial z} + M \Delta_2 \zeta + \Sigma_\mu k_\mu \frac{\partial^\mu}{\partial t^\mu} \Delta_2 \zeta
\end{aligned}\right\} \quad (7),$$

1) Pogg. Ann. Bd. 145, S. 80.

2) Monatsbericht d. K. Akad. zu Berlin; 29. Oct. 1874.

worin ξ, η, ζ die Componenten der Verschiebungen nach drei rechtwinkligen Coordinatenaxen, L und M die beiden Elasticitätscoëfficienten, $\Delta_2 \sigma = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2}$ und die cubische Ausdehnung $v = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}$.

Setzt man in den Gleichungen (7) für ξ, η, ζ je ein particuläres Integral (3) ein, so erhält man zur Bestimmung der Constanten α_1 und β_1 oder der durch die Gleichungen (4) bis (6) mit ihnen verbundenen Brechungs- und Extinctionsindices ν und γ die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \nu^2(\nu^2 - \gamma^2 - \sin^2 i) &= (\nu^2 - \sin^2 i)F \\ \nu\gamma &= E \end{aligned}\right\} \quad . \quad (8)$$

in denen F und E Functionen der Schwingungsdauer, aber unabhängig vom Einfallswinkel sind. Die Gleichungen (8) liefern die, im Allgemeinen anomale, Dispersion. Für $i = 0$ gehen sie über in

$$\left.\begin{aligned} n_2 - g_2 &= F, \\ ng &= E \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9),$$

wenn man mit n und g den Brechungs-, resp. Extinctionsindex für normale Incidenz bezeichnet. Mit (9) verbunden ergeben die Gleichungen (8)

$$\left.\begin{aligned} 2\nu^2 &= n^2 - g^2 + \sin^2 i + \sqrt{(n^2 - g^2 - \sin^2 i) + 4n^2 g^2}, \\ \nu\gamma &= ng \end{aligned}\right\} \quad (10).$$

Diese beiden Gleichungen (10) stellen die Abhängigkeit der Brechung und Absorption vom Einfallswinkel dar. Es sind dieselben, welche Cauchy angedeutet und Hr. Ketteler[1]) aus den Cauchy'schen Andeutungen eruirt hat. *Ableiten* kann man sie nur mit Hülfe der Differentialgleichungen (7); andere, nicht in diesen enthaltene lineare Differentialgleichungen mit partiellen Differentialen liefern eine andere Abhängigkeit.

Wie ich bereits in einem früheren Aufsatze bemerkt habe, ist die Aenderung der Brechung mit zunehmender

1) Verhandl. des naturh. Vereins der Rheinl. XXXII, 4, II, S. 70, Separat-Abdruck.

Incidenz aufserordentlich gering. Beim Silber hat für blaues Licht von bestimmter Brechbarkeit der Extinctionsindex g den Werth 2,6, für violettes ist er kleiner, für gelbes und rothes gröfser, doch kleiner als 3,9; die Brechungsindices n erreichen und übersteigen den Werth 5. Berechnet man aus den Formeln (10) die Werthe von ν für verschiedene Incidenzen, so findet man Zahlen, welche sich selbst für grofse Einfallswinkel nicht merklich von g und n unterscheiden. Dasselbe gilt für die gröfseren Werthe der Brechungsindices der Farbstoffe, bei denen die Werthe für n, aber dafür auch die für g geringer sind als beim Silber. Am meisten könnte man hoffen, für die kleinsten Werthe der Brechungsindices der Farbstoffe die Abhängigkeit dieser Gröfsen vom Einfallswinkel durch den Versuch nachweisen zu können. Den kleinsten Brechungsindex des festen Fuchsins bestimmte ich zu 1,224; der dazugehörige Werth von g^2 ist ungefähr 0,073; die Formeln (10) liefern für den Einfallswinkel 60° für den Brechungsindex ν den Werth 1,248. Selbst für diesen günstigen Fall erreicht, wie man sieht (Monatsber. 19. Nov. 1874), die Differenz der Zahlen 1,248 und 1,224 noch nicht die Beobachtungsfehler einer Beobachtungsreihe.

Wenden wir Cauchy's Princip der Continuität auf die Integrale (3) der Differentialgleichungen (7) an, so erhalten wir, wenn das Licht *in der Einfallsebene polarisirt ist*, für die Intensität I^2 und die Phasenänderung δ des unter dem Einfallswinkel i reflectirten Lichtes

$$I^2 = \frac{(\alpha - \cos i)^2 + \beta^2}{(\alpha + \cos i)^2 + \beta^2} \quad \ldots\ldots \quad (11),$$

$$\operatorname{tang}\delta = -\frac{2\beta\cos i}{\alpha^2 + \beta^2 - \cos^2 i} \quad \ldots \quad (12).$$

Für normale Incidenz gehen diese Formeln über in

$$I_0^2 = \frac{(n-1)^2 + g^2}{(n+1)^2 + g^2} \quad \ldots\ldots \quad (13),$$

$$\operatorname{tang}\delta = -\frac{2g}{n^2 + g^2 - 1} \quad \ldots\ldots \quad (14).$$

Die Formeln (13) und (14) sind nur der Form nach iden-

tisch mit den Näherungsformeln Cauchy's, die von letzteren gelieferten Werthe sind wesentlich verschieden, weil n und g in ihnen ganz andere numerische Werthe haben.

Für senkrecht zur Einfallsebene polarisirtes Licht sind den Integralen (3), welche die transversalen Schwingungen darstellen, die analogen für die longitudinalen hinzuzufügen. Die Hinzunahme der letzteren scheint geboten, wenn man den Differentialgleichungen (7) auf die allgemeinste Weise genügen will. Von Seiten der Erfahrung liefs sich bis jetzt ihr Vorhandenseyn weder nachweisen noch mit Erfolg bestreiten. — Wendet man auf alle vorkommenden Schwingungen das Princip der Continuität an, so kann man die Schlufsresultate ohne jede Benutzung imaginärer Ausdrücke, leichter aber durch das von Eisenlohr zur Ableitung der Cauchy'schen Näherungsformeln (Pogg. Ann. Bd. 104) benutzte Verfahren aufstellen. Die nach beiden Rechnungsweisen erhaltenen Ausdrücke sind identisch. In gleicher Weise erhält man direct für das Verhältnifs $\frac{J^2}{I^2}$ der Intensitäten des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes zu dem in der Einfallsebene polarisirten den Ausdruck

$$\frac{J^2}{I^2} = \frac{P^2 + Q^2}{R^2 + S^2} \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

und für die Differenz Δ der Phasenänderung δ_1 des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes *minus* der Phasenänderung δ des in der Einfallsebene polarisirten

$$\operatorname{tang} \Delta = \frac{QR - PS}{PQ - QS} \quad \ldots \ldots \quad (16),$$

worin

$$\left.\begin{aligned} P &= \alpha - \sin i \operatorname{tg} i + p\beta \operatorname{tg} i, \\ Q &= (\alpha + \cos i) p \operatorname{tg} i - \beta, \\ R &= \alpha + \sin i \operatorname{tg} i - p\beta \operatorname{tg} i, \\ S &= (\alpha - \cos i) p \operatorname{tg} i + \beta \end{aligned}\right\} \quad (17).$$

p bedeutet eine Gröfse, welche die aus der Annahme der Longitudinal-Schwingungen hervorgehende Ellipticität darstellt; sie kann durch den Versuch auf verschiedene Weise bestimmt werden.

Für den Haupteinfallswinkel θ wird tang $\Delta = \infty$, der Nenner in (16) also Null, und demgemäfs

$$\frac{\alpha - \sin\theta \operatorname{tg}\theta + p\beta \operatorname{tg}\theta}{p \operatorname{tg}\theta(\alpha + \cos\theta) - \beta} = \frac{p \operatorname{tg}\theta(\alpha - \cos\theta) + \beta}{\alpha + \sin\theta \operatorname{tg}\theta - p\beta \operatorname{tg}\theta} \quad . \quad (18).$$

Setzt man auch in (15) $i = \theta$ und berücksichtigt (18), so erhält man für das Hauptamplitudenverhältnifs $\frac{J}{I}$, dessen numerischer, durch die Beobachtung bestimmter Werth c sey, die Gleichung

$$\frac{p(\sin\theta + \alpha \operatorname{tg}\theta) - \beta}{\alpha + \sin\theta \operatorname{tg}\theta - p\beta \operatorname{tg}\theta} = c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19).$$

Aus (18) und (19) folgen für p die beiden Ausdrücke

$$p = \frac{c\alpha + c \sin\theta \operatorname{tg}\theta + \beta}{\alpha \operatorname{tg}\theta + \sin\theta + c\beta \operatorname{tg}\theta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20),$$

$$p = \frac{\alpha - \sin\theta \operatorname{tg}\theta - c\beta}{c\alpha \operatorname{tg}\theta - \beta \operatorname{tg}\theta - c \sin\theta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21).$$

Durch jeden derselben kann die Gröfse p berechnet werden, wenn der Einfallswinkel θ, das Hauptamplitudenverhältnifs c und aufserdem Extinctions- und Brechungsindex bekannt sind. Die Extinctionsindices des Silbers habe ich, wie ich in einer besonderen Abhandlung zeigen werde, für alle Farben durch Versuche bestimmt; für die Brechungsindices läfst sich ohne Schwierigkeit nur beweisen, dafs sie gröfser als 3 sind. Eliminirt man daher aus den letzten beiden Gleichungen die den Brechungsindex enthaltende Gröfse α, so erhält man für p den Ausdruck

$$p = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{D_1 - D_2}{D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22),$$

in welchem

$$D_1 = 1 + c_2 + 4c\beta \cos\theta$$

$$D_2 = \sqrt{(1 + c^2)^2 (1 - 4\beta^2 \cos^2\theta) + 16 c^2 \cos^2\theta (\beta^2 - \sin^2\theta)}$$

$$D = c \sin 2\theta + \beta (1 + c^2) \sin\theta.$$

Hierin hat die Wurzel den positiven Werth und

$$\beta = + \frac{\nu\gamma}{\sqrt{\nu^2 - \sin^2\theta}}$$

fällt seinem numerischen Werthe nach, wie aus den Gleichungen (10) hervorgeht, mit dem Extinctionsindex g fast zusammen.

Für willkührliche Werthe von c und β kann p imaginär werden, für die beobachteten bleibt p immer $<\frac{1}{2}$; für Silber erreicht es den gröſsten Werth, etwas gröſser als $\frac{1}{3}$.

Die Vereinigung der beiden Ausdrücke (20) und (21) ergiebt für α die Gleichung

$$\alpha = A + \sqrt{A^2 - B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23),$$

worin die Wurzel positiv und

$$A = -\frac{1+c^2}{1-c^2} \cdot \frac{\sin\theta}{\operatorname{tg} 2\theta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24),$$

$$B = \beta^2 - \sin^2\theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25).$$

So lange der Haupteinfallswinkel $\theta > 45^\circ$, ist $\operatorname{tg} 2\theta$ negativ, die Gröſse A also positiv, B ist nur für stark absorbirende Substanzen positiv, für schwach opake Medien negativ.

Für $c = 0$, $\beta = 0$, also für vollkommen transparente Medien, ergeben die letzten Gleichungen $\alpha = \sin\theta \operatorname{tg}\theta$, oder da $\nu^2 = \alpha^2 + \sin^2\theta$, für den Brechungsindex ν selbst $\nu = \operatorname{tg}\theta$, d. h. das Brewster'sche Gesetz.

Die Formeln (23) bis (25) lehren den Brechungsindex kennen, wenn Haupteinfallswinkel, Hauptamplitudenverhältniſs und Extinctionsindex bekannt sind; sie liefern für die Metalle groſse Brechungsindices.

Für die Linie F fand ich beim Silber

$$\theta = 68^0\,45', \quad c = 0{,}85, \quad \beta = 2{,}7.$$

Aus den Gleichungen (23) bis (25) findet man

$$A = 6{,}68, \quad B = 6{,}42, \quad \alpha = 12{,}84.$$

Der Werth des Brechungsindex n weicht nicht merklich von α ab; die Theorie liefert also sehr groſse Brechungsindices. Man erkennt ferner leicht, daſs dieser Theorie zufolge die Brechungsindices des Silbers mit der Schwin-

gungsdauer des Lichtes wachsen, weil jede der drei Gröfsen θ, c, β mit der Schwingungsdauer zunimmt. Auch diese Folgerung stimmt mit den Beobachtungen überein. So leicht es auch ist, durch den Versuch zu beweisen, dafs die Brechungsindices des Silbers gröfser als 3 seyn müssen, so schwierig dürfte es seyn, den experimentellen Nachweis zu liefern, dafs sie kleiner als die berechnete Zahl 12,84 sind. Aus den Abweichungen der beobachteten Werthe der Brechungsindices von den berechneten wird man daher die Ungenauigkeit der Theorie kaum herleiten können.

Vergleichen wir jetzt die Ergebnisse der Rechnung mit unseren Beobachtungen der Phasenänderungen bei normaler Incidenz. Ich habe die Vergleichung zunächst für das Fuchsin durchgeführt und gefunden, dafs die berechneten Werthe der Phasenänderung von den beobachteten Abweichungen zeigen, welche im Allgemeinen um so gröfser sind, je stärker die Absorption und je stärker die Brechung ist. Doch sind diese Abweichungen nicht grofs genug, um mit einiger Sicherheit die Theorie als unrichtig bezeichnen zu können. Anders jedoch gestaltet sich das Resultat der Vergleichung bei den Metallen selbst. Die Formel (14), in welcher n und g den Brechungs- und Extinctionsindex für den Einfallswinkel Null darstellen, liefert für die Phasenänderung des reflectirten Lichtes jedweder Farbe kleine Werthe, während die Beobachtungen des vorigen Abschnitts sehr grofse Werthe ergeben. Betrachten wir das letzterwähnte Beispiel, in welchem der Extinctionsindex 2,7 und der aus diesem, dem beobachteten Haupteinfallswinkel und dem Hauptazimuth berechnete Brechungsindex 12,84 ist. Da bei den Beobachtungen der Phasenänderung die Reflexion im Glase stattfindet, dessen Brechungsindex 1,48 ist, so haben wir in der Formel (14) für n die Zahl $\frac{12,48}{1,48}$ und $g = \frac{2,7}{1,48}$ zu setzen; dieselbe giebt alsdann für die Tangente der Phasenänderung noch nicht $\frac{1}{20}$, während den Beobachtungen

zufolge tang δ nahezu unendlich ist. Derselbe Widerspruch zwischen den berechneten und beobachteten Werthen der Phasenänderung bei der Reflexion am Silber findet für die anderen Farben statt.

Am Ende des vorigen Abschnitts habe ich bereits erwähnt, daſs auch die anderen Metalle, bei normaler Reflexion eine Phasenänderung zeigen, welche einem Gangunterschiede von nahezu einer Viertel-Wellenlänge entspricht. Wir sind nun zwar nicht im Stande, in gleicher Weise wie beim Silber die Absorption und Brechung durch den Versuch zu ermitteln, dürfen aber aus mehrfachen Gründen schlieſsen, daſs von den Gröſsen n und g eine jede beträchtlich gröſser als 1 ist. Soll aber, wie die Beobachtungen über die Phasenänderungen dies verlangen, der Nenner der Formel (14) verschwinden, so muſs $n^2 + g^2 = 1$ werden, was für n und g ganz unannehmbare Werthe verlangt. — Wir sehen also, daſs die Ergebnisse der gegenwärtigen Theorie den Versuchen auch nicht einmal annähernd entsprechen. Daſs jene Ergebnisse einen Rechenfehler enthalten, glaube ich deswegen nicht, weil ich sie nach verschiedenen Rechnungsweisen identisch bekommen habe. Ich ziehe daher aus meinen Versuchen zunächst den Schluſs, daſs die Fundamente der Theorie einer wesentlichen Aenderung bedürfen.

Berlin, den 2. October 1875.

III. *Das elektrische Leitungsvermögen der Chlor-, Brom- und Jod-Wasserstoffsäure, der Schwefel-, Phosphor-, Oxal-, Wein- und Essigsäure in wässerigen Lösungen; von F. Kohlrausch.*

(Der K. Baierischen Akademie der Wissenschaften im Auszuge mitgetheilt am 5. November 1875.)

Es wird vielleicht Mancher zweifeln, ob eine so ausführliche Untersuchung des Leitungsvermögens der Säuren, wie sie hier mitgetheilt wird, die darauf verwendete Mühe lohne; ganz gewiſs steht für einen Theil der hier behandelten Körper kein entsprechender praktischer Nutzen in Aussicht. Aber wenn man zunächst nicht weiſs, an welcher Seite eine Erscheinung Gesetzmäſsigkeiten zeigen wird, so bleibt kaum ein anderer Weg, als sie vollständig zu untersuchen. Und gerade im Gebiet des Leitungsvermögens der Elektrolyte haben die früheren, wenn auch zahlreichen aber doch mit wenigen Ausnahmen vereinzelten und minder genauen Bestimmungen keinen erheblichen Erfolg gehabt; deſswegen muſs man versuchen, ob eingehendere und umfassendere Beobachtungen glücklicher sind. Vielleicht lassen sich aus quantitativen Beziehungen, vielleicht auch aus kleinen Eigenthümlichkeiten, welche der oberflächlichen Beobachtung entgehen können, neue Schluſsfolgerungen auf das Wesen der Erscheinungen ziehen.

Ich glaube, daſs die in dem vorliegenden Aufsatze mitgetheilten Resultate theilweise bereits die obige Erwägung rechtfertigen. So führen die an der Schwefelsäure und Essigsäure gefundenen Eigenschaften zu der Vermuthung, daſs eine Flüssigkeit, welche nur aus *einer* chemisch festen Verbindung besteht, dem elektrischen Strome stets einen groſsen Widerstand entgegensetzt, daſs also erst *durch* die Mischung mit anderen Flüssigkeiten, z. B. mit Wasser, ein guter Leiter entsteht. Die concentrirte

Essigsäure nämlich ist ein Nichtleiter von der Ordnung des Aethers; concentrirte Schwefelsäure leitet mindestens 12mal schlechter als man bis jetzt angenommen hat. Durch Mischung dieser Körper mit dem gleichfalls sehr schlecht leitenden Wasser entstehen Flüssigkeiten, welche bis zu 10000mal besser leiten als die Bestandtheile einzeln. Sobald aber die Bestandtheile wieder in einem solchen Verhältnisse zu einander stehen, in welchem sie selbst nachweisbar eine chemische Verbindung eingehen, so äufsert sich diefs in einem nachtheiligen Einflufs auf das Leitungsvermögen.

Auch die Gruppe der untersuchten einbasischen unorganischen Säuren liefert ein interessantes Resultat durch die Uebereinstimmung der Leitungsvermögen von Lösungen, welche eine gleiche Anzahl von Molecülen enthalten.

Endlich darf ich wohl darauf hinweisen, dafs einige Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung in Verbindung mit einer früheren von Grotrian und mir ausgeführten Arbeit und mit den von Hittorf gefundenen elektrolytischen Ueberführungszahlen zu einem übersichtlichen Ausdruck der Leitungsvermögen vieler verdünnter wässeriger Lösungen geführt haben [1]).

Die meisten hier mitgetheilten Bestimmungen beziehen sich auf Flüssigkeiten, deren Leitungsvermögen noch nicht beobachtet worden ist.

An der Schwefelsäure, welche früher von Nippoldt und mir [2]) und dann, mit besonderer Rücksicht auf den Temperatur-Einflufs, von Grotrian [3]) untersucht worden ist, dachte ich ursprünglich nur noch einige ergänzende Beobachtungen vorzunehmen und den Rest von Polarisation, welcher den blanken Platinelektroden damals noch anhaftete, zu eliminiren. Da aber die merkwürdigen Verhältnisse der concentrirteren Säure, welche früher nicht untersucht wurden, eine gröfsere Arbeit in Anspruch nah-

1) Gött. Nachr. 1876. Mai 6. S. 213.

2) Pogg. Ann. CXXVIII.

3) Grotrian. Ebd. CLI, 378.

men, habe ich dann auch die übrigen Concentrationen noch einmal durchgenommen, was mir übrigens durch Grotrian's Arbeit über den Einfluſs der Temperatur wesentlich erleichtert wurde. Ich glaube, daſs die Kenntniſs dieser Säure jetzt zu einem überall genügenden Abschluſs gelangt ist. Die Vergleichungen mit den früheren Bestimmungen erfolgen in §. 6.

Die Salzsäure noch einmal zu untersuchen, wurde ich besonders durch den von anderen Körpern abweichenden Gang der Resultate Grotrian's mit dem Säuregehalt der Lösung veranlaſst. Ich fand diese Ausnahmsstellung nicht bestätigt; der Unterschied klärte sich dann sehr einfach durch einen in der Abschrift der specifischen Gewichte untergelaufenen Irrthum auf, worüber Grotrian bereits eine Mittheilung gemacht hat [1]).

1. Die Widerstandsbestimmung.

In Betreff des Verfahrens bei den Beobachtungen brauche ich der früheren, in Gemeinschaft mit O. Grotrian ausgeführten Arbeit über die Chloride der Alkalien und die Salpetersäure [2]) nur wenige Worte hinzuzufügen.

Auſser den dort genannten Glasgefäſsen, in denen die Widerstände bestimmt wurden, kommen jetzt noch drei mit II, VI*a* und VII bezeichnete zur Anwendung, sowie einmal der Raum (*P*) zwischen zwei Platinschalen, welche bereits bei der Widerstandsbestimmung des Wassers [3]) gebraucht worden sind.

Die Widerstände der mit Quecksilber von 0° gefüllten Gefäſse sind

No. I	II	V	VI
0,010266	0,003611	0,0005074	0,0003401

VI*a*	VII	*P*
0,0002303	0,0001693	0,00000115.

1) Grotrian. Pogg. Ann. CLVIII, 169.
2) Pogg. Ann. CLIV, 1, 225.
3) Münch. Sitz.-Ber. 1875, S. 298.

Ich werde die für die einzelnen Flüssigkeiten gebrauchten Gefäfse unten neben den gefundenen Leitungsvermögen nennen, woraus man auf den beobachteten Widerstand selbst zurückschliefsen kann.

Wo der letztere über 1100 Siem. hinausgeht, mufste das gewöhnliche Verfahren der Widerstandsbestimmung etwas abgeändert oder zu dem Rheochord aus ausgespannten Drähten eine Siemens'sche Scale zugezogen werden. Hierdurch kann die Genauigkeit der Resultate ein wenig beeinträchtigt werden, theilweise weil die Temperatur in dem Kasten gelegentlich einige Grade von der Zimmertemperatur abweichen mag, dann aber auch, weil die Messung mit ungleichen Zweigwiderständen nicht die Genauigkeit bietet wie mit gleichen, welche man vertauschen kann. Die vierte Ziffer in den Leitungsvermögen hat dann [1]) keinen Werth mehr.

Es hat sich in den früheren Beobachtungen überall herausgestellt, dafs das Leitungsvermögen mit der Tem-

1) Diefs trifft die Essigsäuren, die 5procentige Phosphorsäure und die ganz concentrirten Schwefelsäuren von mehr als 96 Proc.

Ich will als Beleg der Abwesenheit von Extraströmen in den Siemens'schen Rollen einige Vergleichungen zwischen ihnen und ausgespannten Widerständen anführen, die mit constanten und mit Wechselströmen angestellt wurden.

Zur Beurtheilung der Unveränderlichkeit mit der Zeit stelle ich den ersteren Vergleichungen noch solche von älterem Datum an die Seite. Die Differenzen bedeuten Siemens'scher Satz minus Rheochord.

	Constanter Strom		Wechselstrom
	1873.	1875.	1875.
1000 Siem.	— 0,02	— 0,08	— 0,20
400 „	— 0,18	— 0,22	— 0,09
100 „	± 0,00	+ 0,04	+ 0,05
20 „	— 0,07	— 0,03	— 0,02.

Die Unterschiede der Differenzen sind unregelmäfsig und liegen innerhalb der Versuchsfehler.

Der Siemens'sche Satz war auf die früher genannten Normaleinheiten (l. c.) zurückgeführt worden. Dabei hatte sich eine sehr befriedigende Genauigkeit der Abgleichung ergeben, indem die gröfsten relativen Fehler betrugen

in den Zehnteln	Einern	Zehnern	Hunderten	Tausenden
$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{870}$	$\frac{1}{2800}$	$\frac{1}{3400}$

peratur in nicht zu weiten Gränzen ungefähr gleichmäfsig wächst. Defswegen habe ich jetzt meistens nur noch bei zwei Temperaturen beobachtet, um den Coëfficienten erster Ordnung zu bestimmen. Um der Vergleichbarkeit willen sind diese Temperaturen für die verschiedenen Flüssigkeiten nahe dieselben, nämlich etwa 18° und 26°. Die abgeleiteten Temperaturcoëfficienten gelten also beiläufig für 22°. Wo das Material vorlag sie auf genau diese Temperatur zu beziehen, wie z. B. bei der Schwefelsäure, da ist dies geschehen.

Es beruht jedes Leitungsvermögen entweder wie früher auf zwei vollständigen Beobachtungssätzen (welche ausnahmslos gut übereinstimmten und defswegen nicht einzeln aufgeführt zu werden brauchen) oder auf einer Bestimmung, in welcher selbst eine Controle gegen Fehler und eine Elimination von Temperaturschwankungen gegeben war. Man wählte nämlich den einen der Widerstände, zwischen denen interpolirt wurde (CLIV, S. 6), dem der Flüssigkeit nahe gleich und beobachtete mit ihm zum Anfang und zum Schlufs.

2. Die untersuchten Flüssigkeiten.

Die Substanzen waren in möglichster Reinheit aus dem chemischen Laboratorium von Hrn. E. Merck in Darmstadt bezogen worden. Brom- und Jod-Wasserstoff enthielten etwas freies Brom bez. Jod; in den stärksten Phosphorsäuren zeigte sich mit der Zeit eine leichte Trübung, bestehend aus sehr feinen leichten Flocken, vermuthlich von einer Spur Thonerde herrührend.

Im Ganzen sind etwa 70 Lösungen zur Beobachtung gekommen, die meistens bis an die Gränze der Löslichkeit des Körpers im Wasser gehen. Nur HBr und HJ wurden nur in verdünntem Zustande untersucht.

Die beobachteten *specifischen Gewichte*, durch den Gewichtsverlust eines Glaskörpers unter den nöthigen Correctionen bestimmt und auf Wasser von 4° bezogen, sind meistens in der vierten Decimale bis auf etwa zwei Ein-

heiten als sicher anzusehen; bei den stärksten Phosphorsäuren und Schwefelsäuren, deren Zähigkeit einer genauen Wägung hinderlich ist, sowie den Wasserstoffsäuren und der Essigsäure, welche man nicht in geschlossenem Wagekasten untersuchen konnte, mag sich der Fehler auf 5 Einheiten der vierten Decimale belaufen.

Für jede Säure sind dann alle specifischen Gewichte auf eine gemeinsame Temperatur (entweder 15° oder 18°) umgerechnet worden, und zwar mit Hülfe der Ausdehnungscoëfficienten, welche für Weinsäure von Gerlach[1]), für Essigsäure von Kopp[2]) gegeben werden. Für eine starke Schwefelsäure, Salzsäure und Phosphorsäure bestimmte ich selbst die specifischen Gewichte bei etwa 10° und 22° und leitete daraus die Ausdehnungscoëfficienten ab. Aus diesen Zahlen und der bekanten Ausdehnung des Wassers wurde diejenige jeder Concentration linear interpolirt, was hier vollständig genügt. Brom- und Jodwasserstoff wurden wie Salzsäure behandelt, Oxalsäure, die nur bis 7 Proc. löslich ist, wie Wasser.

Die wässerigen Lösungen der Weinsäure und Oxalsäure wurden durch Auflösen gewogener Mengen der krystallisirten Substanzen bereitet. Die Weinsäure, bei welcher kein Verlust an Krystallwasser zu befürchten ist, hatte drei Tage lang neben Schwefelsäure im Vacuum von etwa 10^{mm} Druck gestanden.

Die Analyse je einer Lösung von Chlor-, Brom- und Jod-Wasserstoff liefs Hr. Dr. Röfsler freundlichst unter seiner Leitung von Hrn. W. Rohn ausführen. Die übrigen Lösungen sind durch Mischung mit gewogenen Mengen Wassers hierauf zurückgeführt worden.

Ebenso wurden die meisten Schwefelsäurelösungen durch Mischen mit einer von Hrn. Dr. Heumann titrirten 95,2 procentigen Säure bereitet. Die so erhaltenen Procentgehalte wurden nun mit den specifischen Gewichten graphisch

1) Gerlach, Spec. Gew. der Salzlösungen. Freiberg 1859.
2) Kopp, Pogg. Ann. LXXII, 252.

dargestellt[1]) und durch den regelmäfsigen Verlauf der Curve bestätigt. Diese Curve diente für einige Säuren, welche später aus anderer käuflicher Säure gemischt wurden, anstatt der Analyse. Starke Säuren lassen sich freilich durch ihr specifisches Gewicht direct nicht genau ermitteln, weil letzteres sich hier wenig mit dem Procentgehalt ändert, wohl aber nach einer gemessenen Verdünnung. Obwohl diese Bestimmung der chemischen Analyse an Genauigkeit nicht nachstehen dürfte, so soll doch durch ein * angezeigt werden, dafs der Gehalt auf dem specifischen Gewicht beruht.

Aufser der käuflichen Säure, die nie über 97 Proc. H_2SO_4 hatte, wünschte ich auch stärkere Gehalte zu bestimmen. Zu diesem Zweck wurde der käuflichen Säure Anhydrit in ungefähr richtigem Verhältnifs, um reines H_2SO_4 zu geben, zugesetzt, theilweise liefs man auch eine schwache Nordhäuser Säure auskrystallisiren und im warmen Zimmer die Krystalle abtropfen. Letztere wurden alsdann geschmolzen und mit der anderen erwähnten Säure zusammen noch einmal bei mäfsiger Temperatur zum langsamen Krystallisiren gebracht. Im warmen Zimmer und im verschlossenen Scheidetrichter liefs man diese Krystalle zuerst gründlich abtropfen (auch diese Mutterlauge erstarrte bei etwa 0° vollständig) und schmolz sie alsdann wieder. Die so erhaltene Schwefelsäure, in gewogenem Verhältnifs mit Wasser verdünnt, ergab eine Säure von 29,27 Proc.

1) Die Curve bestätigt die bekannten Wägungen von Bineau durchweg recht befriedigend. Die unteren Zahlen sind von Bineau, die oberen aus meiner Curve abgeleitet:

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	95 Proc.
18°	1,067	,141	,221	,306	,398	,502	,615	,732	,817	,837
15°	1,068	,144	,223	,306	,398	,501	,615	,734	,822	,838

Die neuere Tabelle von Kolb (*Bull. Soc. Industr. Mülhausen* 1872. 209) weicht in den geringen Concentrationen stärker ab, was aber von der Berechnungsweise herrührt. Hr. Kolb interpolirt nämlich zwischen 0° und 100° linear auf 15°, was natürlich für das Wasser und die schwachen Säuren nicht erlaubt ist. So bekommt er für Wasser von 15° 0,995 anstatt 0,999.

nach der Analyse von Hrn. Dr. Röſsler und Hrn. Rohn, und nach dem specifischen Gewicht 29,37, woraus dann rückwärts der Gehalt der Flüssigkeit von 99,4 Proc. berechnet wurde [1]).

Auſserdem kamen einige andere concentrirte oder rauchende Säuren zur Untersuchung, deren Gehalt auf dem specifischen Gewicht von Verdünnungen beruht.

Die Essigsäuren unter 50 Proc. wurden aus einer käuflichen Säure bereitet, welche zu titriren Hr. Dr. Heumann die Güte hatte. Der ferner gebrauchte Eisessig hatte angeblich 99,7 Proc.; der Schmelzpunkt war 14°,8 und würde nach Rüdorff [2]) dem Gehalte 99 Proc. entsprechen. Aus diesem Eisessig wurden die Säuren über 50 Proc. gemischt [3]).

Der Gehalt der stärksten Phosphorsäure war angeblich 62 Proc. Anhydrit; aus den Verdünnungen wurde mittels der von Watts [4]) gegebenen Tabelle der specifischen Gewichte die Zahl 63,1 berechnet.

Die *rauchende Salpetersäure* war nach Angabe der Fabrik vom specifischen Gewicht 1,48, woraus der Gehalt nach der Tabelle von Ure bestimmt wurde. Dieſs ist also nur eine beiläufige Schätzung. Eine genaue Bestimmung

1) Das specifische Gewicht dieser Säure fand ich = 1,8345, während für 96,7 Proc. 1,8391 herauskam. Danach würde die Schwefelsäure vor ihrem Concentrationspunkt ein Maximum der Dichtigkeit besitzen. Freilich ist mir diese Eigenthümlichkeit erst nach dem Versuche aufgefallen, sonst würde ich sie durch eine Wiederholung der Wägung bestätigt oder berichtigt haben. Unmöglich ist es also nicht, daſs ein Irrthum vorliegt, aber sehr unwahrscheinlich. Uebrigens kennt man dieselbe Eigenschaft schon an der Essigsäure, und die Wägungen von Bineau und Kolb schlieſsen sie auch für die Schwefelsäure nicht aus, da der erstere nicht über 98,5 Proc. und der letztere nicht zwischen 92,2 und 100 Proc. beobachtet hat.

2) Rüdorff, Pogg. Ann. CXL, 18.

3) Nach Kopp hat die concentrirte Essigsäure bei 18° das specifische Gewicht 1,0597, während ich nur 1,0490 finde. Ich weiſs keinen Grund für den Unterschied anzugeben.

4) Watts, Jahresbericht d. Chemie 1865. 137.

würde ja auch wegen des Gehalts an Untersalpetersäure zwecklos seyn.

3. Die beobachteten Resultate.

In Tab. I sind die sämmtlichen Ergebnisse der Beobachtung zusammengestellt.

Der Procentgehalt bedeutet Gewichtstheile Säure, und zwar von der darüber angegebenen chemischen Zusammensetzung, in 100 Gewichtstheilen der wässerigen Lösung. Die über 100 hinausgehenden Procentzahlen für Schwefelsäure geben diejenigen Gewichte, in welche 100 Gewichtstheile der rauchenden Säure sich verwandeln, wenn man sie gerade mit Wasser zu H_2SO_4 sättigt. Der * bedeutet, daſs der Gehalt der Lösung aus dem specifischen Gewicht bestimmt wurde, wie im vorigen Paragraphen angegeben worden ist.

Die Leitungsvermögen k beziehen sich auf Quecksilber von 0°. Die Gefäſse, in denen die Widerstände bestimmt wurden, waren: No. I für HCl und die meisten Schwefelsäuren; No. II für HBr, HJ, $H_2C_2O_4$, H_3PO_4 und für die Schwefelsäuren von 66,16 78,70 84,49 (auch in I) 90,5 96,4 97,2 Proc. und die folgenden; No. V für Weinsäure; VI für Essigsäure, mit Ausnahme von 0,30 1,05 61,4 76,4 Proc., welche in VII, und 99,7 Proc., welche in P bestimmt wurde. (Vgl. S. 235.)

In der vorletzten Spalte findet sich das Leitungsvermögen k_{18} bei 18°, abgeleitet aus derjenigen Beobachtung, die nahe bei 18° liegt, und aus der Aenderung von k mit der Temperatur. Zumeist ergiebt sich die Aenderung aus der letzten Spalte; für viele Schwefelsäuren unterhalb 50 Proc. jedoch sind die von Grotrian[1]) gegebenen Temperaturcoëfficienten benutzt worden.

Ich bemerke zu den Zahlen der letzten Spalte noch einmal, daſs sie (auſser bei der rauchenden Salpetersäure) sämmtlich den mittleren Zuwachs des Leitungsvermögens

1) Grotrian, Pogg. Ann. CLI, 394.

für 1° zwischen 18 und 26° bedeuten, ausgedrückt in Theilen des Leitungsvermögens bei 18°.

Tabelle I.

Proc.	Temp.	Sp. Gew.	Sp. Gew.	t	$k_t . 10^8$	$k_{18} . 10^8$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
			Schwefelsäure.				
H_2SO_4				°			
1,03	°		bei 18°	17,81	442	443	
2,51	17,2	1,0164	1,0162	17,80	1023	1026	
5,02	17,8	1,0333	1,0332	17,89	1942	1944	0,0121
				25,97	2131		
5,05	18,2	1,0334	1,0334	18,39	1994	1985	
10,05	18,3	1,0675	1,0676	18,11	3684	3679	
*15,33	18,1	1,1059	1,1060	18,08	5173	5168	0,0138
				25,91	5731		
19,95	17,6	1,1412	1,1410	18,01	6101	6100	
24,89	17,5	1,1801	1,1799	17,91	6692	6701	
29,92	18,6	1,2198	1,2201	18,09	6921	6911	
34,87	18,3	1,2613	1,2614	18,15	6801	6784	0,0174
				26,09	7737		
39,79	18,0	1,3038	1,3038	18,09	6393	6383	
49,61	18,6	1,3942	1,3946	18,40	5151	5112	
59,95	17,4	1,5019	1,5014	17,79	3476	3494	0,0213
				18,08	3502		
				25,96	4089		
*66,16	17,5	1,5711	1,5707	17,36	2517	2554	0,0236
				26,92	3099		
				38,90	3857		
				36,96	3736		
				44,78	4267		
71,46	18,6	1,6310	1,6315	18,21	1834	1823	0,0265
				26,13	2216		
75,00	18,6	1,6730	1,6735	18,13	1426	1421	0,0291
				25,86	1747		
*78,70	17,2	1,7186	1,7178	17,48	1090	1109	0,0332
				27,25	1451		
82,06	17,4	1,7556	1,7550	17,71	936	945	0,0361
				18,12	949		
*84,49	17,8	1,7784	1,7782	18,00	914	914	0,0367
				26,12	1187		
				10,73	705		
				21,58	1031		
				35,09	1538		
				10,04	687		
				20,07	988		
				30,80	1374		
				41,91	1845		
*86,10	18,9	1,7912	1,7921	17,91	924	927	0,0357
				25,90	1188		
87,52	18,5	1,8021	1,8026	18,17	959	954	0,0343
				26,05	1217		

Proc.	Temp.	Sp. Gew.	Sp. Gew.	t	$k_t . 10^8$	$k_{18} . 10^8$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
H_2SO_4	°		bei 18°	°			
*90,5	17,1	1,8203	1,8193	18,73	1005	1014	0,0316
				27,22	1313		
*92,9	19,0	1,8304	1,8315	18,16	1030	1025	0,0286
				25,96	1260		
95,2	18,0	1,8373	1,8373	17,92	945	948	0,0283
				18,30	957		
				25,96	1160		
*96,4	16,5	1,8400	1,8384	17,80	839	844	0,0283
				28,24	1092		
				46,47	1618		
*96,7	18,9	1,8381	1,8391	18,11	786	783	0,0283
				26,00	961		
*97,2				18,09	753	751	0,0289
				27,15	950		
99,4	18,4	1,8349	1,8354	12,26	64	80	0,0426
				29,95	122		
				47,04	205		
				65,78	326		
				83,86	483		
99,6?				17,48	117	119	
*101,1				9,51	114	152	0,0353
				17,47	150		
				20,96	167		

Rauchende Salpetersäure.

Proc.	Temp.	Sp. Gew.	Sp. Gew.	t	$k_t . 10^8$	$k_{18} . 10^8$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
HNO_3 (86)			(1,48)	9,63	1703	1889	0,0117
				18,23	1894		

Salzsäure.

Proc.	Temp.	Sp. Gew.	Sp. Gew.	t	$k_t . 10^8$	$k_{18} . 10^8$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
HCl	°		bei 15°	°			
4,74	14,1	1,0231	1,0229	17,74	3528	3543	0,0159
				26,58	4027		
9,81	14,6	1,0482	1,0481	17,69	5811	5840	0,0157
				26,93	6661		
19,50	13,9	1,0980	1,0975	17,86	7137	7152	0,0155
				26,85	8133		
29,48	14,9	1,1497	1,1497	17,95	6257	6261	0,0153
				26,29	7055		
29,54	14,2	1,1505	1,1500	17,57	6215	6256	
39,03	12,0	1,1988	1,1964	17,98	4960	4961	

Proc.	Temp.	Sp. Gew.	Sp. Gew.	t	$k_t . 10^8$	$k_{18} . 10^8$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
			Bromwasserstoff.				
HBr			bei 15°				
5,25	14,0°	1,0341	1,0339	16,85°	1839	1872	0,0153
				25,98	2101		
10,52	14,5	1,0708	1,0706	16,98	3419	3473	0,0153
				27,12	3957		
15,66	16,2	1,1089	1,1094	17,40	4732	4775	0,0151
				26,75	5403		
			Jodwasserstoff.				
HJ			bei 15°				
5,09	14,0°	1,0379	1,0377	17,45°	1261	1272	0,0158
				26,81	1448		
			Phosphorsäure.				
H_3PO_4			bei 15°				
* 4,92	15,1°	1,0265	1,0265	18,01°	288	288	0,0099
				27,89	316		
*10,25	13,1	1,0567	1,0562	18,01	544	544	0,0104
				27,18	596		
*20,05	16,2	1,1150	1,1154	17,73	1058	1061	0,0114
				27,61	1178		
*30,52	13,0	1,1852	1,1844	17,18	1558	1574	0,0131
				37,20	1763		
*36,90	13,2	1,2307	1,2299	17,74	1797	1804	0,0144
				27,27	2045		
*49,80	12,8	1,3324	1,3311	17,92	1942	1945	0,0173
				27,09	2251		
*67,80	15,7	1,4936	1,4942	17,35	1413	1436	0,0242
				26,64	1736		
*78,93	12,5	1,6098	1,6077	17,16	937	962	0,0302
	22,5	1,6013		27,04	1225		
*87,07	14,4	1,7015	1,7009	17,77	655	660	0,0374
				27,31	890		
				37,20	1162		
			Oxalsäure.				
$H_2C_2O_4$			bei 18°				
3,57	16,8°	1,0162	1,0159	17,57°	480	483	0,0143
				27,30	546		
				39,06	615		
3,59	19,5	1,0159	1,0163	17,51	482	485	0,0142
				27,61	550		
7,14	19,2	1,0330	1,0333	17,85	737	739	0,0144
				27,82	842		
				40,04	951		

Proc.	Temp.	Sp. Gew.	Sp. Gew.	t	$k_t . 10^8$	$k_{18} . 10^8$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
			Weinsäure.				
$C_4H_6O_6$			bei 18°				
4,95	15°,0	1,0221	1,0214	17°,34	55,3	56,0	0,0186
				27,55	65,9		
9,87	18,5	1,0447	1,0448	17,39	75,0	75,9	0,0191
				28,26	90,8		
19,85	19,2	1,0940	1,0943	17,90	93,1	93,3	0,0187
				27,59	110,0		
29,82	18,0	1,1475	1,1475	16,68	88,1	90,5	0,0200
				27,12	107,0		
39,72	19	1,2039	1,2045	17,81	73,9	74,2	0,0222
				26,56	88,4		
49,53	20,7	1,2624	1,2642	17,46	49,9	51,1	0,0263
				27,46	63,8		
			Essigsäure.				
$C_2H_4O_2$							
0,30				16°,53	2,90	2,97	
1,05			bei 18°	16,45	5,47	5,60	
5,00	17°,3	1,0059	1,0058	17,85	11,45	11,48	0,0163
				25,63	12,91		
10,04	17,6	1,0134	1,0133	18,00	14,31	14,31	0,0169
				25,84	16,21		
20,00	17,0	1,0261	1,0257	17,83	14,99	15,04	0,0179
				25,99	17,18		
29,93	17,7	1,0393	1,0392	17,91	13,12	13,14	0,0186
				25,92	15,08		
39,97	17,8	1,0497	1,0496	18,17	10,17	10,14	0,0196
				25,55	11,64		
47,80	19	1,0574	1,0581	18,22	7,63	7,60	0,0192
				26,00	8,77		
61,4	18,8	1,0654	1,0660	17,27	3,89	3,95	0,0208
				28,79	4,84		
76,4	17,9	1,0694	1,0693	17,11	1,15	1,17	0,0210
				25,69	1,36		
99,7	19,0	1,0479	1,0490	18,5	0,0004	0,0004	

Eine graphische Darstellung der Leitungsvermögen zu den Procentgehalten als Abscissen wird Fig. 1, Taf. V gegeben, die Ordinaten für Weinsäure mit 10 und für Essigsäure mit 100 multiplicirt. Zur Vergleichung sind noch die Curven für NH_4Cl, und für $ZnSO_4$ (nach Beetz), also für das bestleitende und ein schlecht leitendes Salz

eingetragen. Die Temperaturcoëfficienten sind in Fig. 2 dargestellt, wobei aber der Uebersichtlichkeit wegen die Curve für Essigsäure um 0,01 tiefer gezeichnet worden ist.

4. Ganz concentrirte sowie rauchende Schwefelsäure.

Aus den letzten Zahlen für H_2SO_4 Tab. I geht hervor, dafs die übersättigte, von SO_3 rauchende Schwefelsäure besser leitet, als die durch Krystallisation erhaltene Säure, welche der Verbindung H_2SO_4 nahe kommt. Da aber die Nordhäuser Säure Verunreinigungen zu enthalten pflegt, so mufste ich mich noch überzeugen, ob nicht von diesen die bessere Leitung stamme. Die folgenden Versuche verneinen diese Deutung mit vollkommener Sicherheit.

Ich bestimmte (im Gefäfs No. II, S. 235) den Widerstand der geschmolzenen Krystalle von einer schwachen Nordhäuser Säure, einer Flüssigkeit, welche noch schwach rauchte. Ich erhielt 3097 Siem. Als hiermit etwa $\frac{1}{10}$ Gewicht käuflicher englischer Schwefelsäure (96,4 Proc) gemischt wurde, welche selbst den Widerstand von nur 314 Siem. hatte, fand sich der Widerstand des Gemisches gleich 3743, also *vermehrt.* Ein abermaliger Zusatz von $\frac{1}{10}$ der käuflichen Säure *verminderte* den Widerstand auf 1408. Zwischen der ersten rauchenden und der letzten nicht mehr rauchenden Säure lag also ein *Maximum des Widerstandes.*

Dasselbe Resultat lieferten die folgenden Versuche, welche auch eine ungefähre quantitative Verfolgung erlauben. Man löste in 276^{gr} der durch Krystallisation erhaltenen H_2SO_4 (S. 239) 13^{gr} SO_3. Zu der jetzt ziemlich stark rauchenden Säure wurden dann kleine gewogene Wassermengen zugesetzt, im Ganzen $8{,}5^{gr}$ in fünf Dosen. Von jeder der genannten Flüssigkeiten wurde der Widerstand (im Gefäfs No. II) bestimmt. Die hieraus erhaltenen Leitungsvermögen sind mit den Säuregehalten, welche aus den Mischungsverhältnissen berechnet wurden, unten zusammengestellt. Doch können diese Gehalte nur als Schätzungen gelten, die wahrscheinlich nach dem Ende

zu etwas zu grofs sind, indem bei dem 12maligen Umgiefsen ohne Zweifel etwas Wasser aus der Luft angesaugt worden ist. Die über hundert hinausgehenden Procentzahlen geben das in 100 Gewichtstheilen enthaltene Anhydrit, sobald man den Ueberschufs über 100 mit $\frac{40}{9}$ multiplicirt.

Proc. H_2SO_4			$k_{18}\,10^8$
99,37			79
100,41	raucht	stark	195
100,05	„	mäfsig	153
99,69	„	wenig	82
99,57	„	nicht	116
98,91			453
98,31			618
97,61			747.

Es ist also zuerst, durch Zusatz von Anhydrit zu der krystallisirten Säure, das Leitungsvermögen auf das $2\frac{1}{2}$-fache gewachsen, um alsdann durch Zusatz der geringen Wassermengen zunächst bis nahe zu dem früheren Werth zu fallen und dann wieder rasch zu steigen.

Hält man diese Zahlen mit den Notizen über das Rauchen der Säure zusammen, welche bei dem Umgiefsen der Säure gemacht wurden, so steht wohl aufser Zweifel, dafs *nahe bei dem Punkte, an welchem die Schwefelsäure zu rauchen beginnt oder aufhört, ein Minimum des Leitungsvermögens stattfindet*, d. h. dafs durch Zusatz von Wasser oder SO_3 in jedem Falle die Leitung verbessert wird. Nach obigen Zahlen wäre dieser Punkt etwas unterhalb der gesättigten Verbindung H_2SO_4 gelegen. Ich würde den obigen Procentzahlen an sich nicht eine so grofse Genauigkeit zuschreiben, um zu behaupten, dafs sich letzteres wirklich so verhält; da indessen von Marignac[1]) und von Pfaundler[2]) nachgewiesen worden ist, dafs die gesättigte H_2SO_4 schon in mäfsiger Temperatur merklich dissociirt ist, so liegt eine Unwahrscheinlichkeit durchaus nicht vor.

1) Marignac, *Ann. de chim.* (3) *XXXIX*, 184. 1853.
2) Pfaundler, Zeitschr. für Chemie, 13. Jahrg. 1870, S. 66.

Ich habe diese letzteren Versuche in die graphische Darstellung Fig. 1, Taf. V als bloſse Punkte eingetragen, wodurch wenigstens ein angenähertes Bild dieser merkwürdigen Verhältnisse geboten wird.

5. Beobachtungen über die Aenderung des Leitungsvermögens der Schwefelsäure mit der Temperatur unter Zuziehung von Grotrian's Beobachtungen.

Meine eigenen Bestimmungen über die Temperaturcoëfficienten des Leitungsvermögens der Schwefelsäure betreffen unter 50 Proc. nur wenige Lösungen, nämlich von etwa 5, 15 und 35 Proc. Ich durfte mich hierauf beschränken, weil für die Schwefelsäure ausführliche Beobachtungen von Grotrian[1]) vorliegen, deren Resultate durch die genannten Bestimmungen vollkommen bestätigt werden.

Grotrian hat für seine Lösungen Formeln aufgestellt (l. c. 394), aus denen ich, entsprechend meiner Anordnung der Versuche die mittlere Temperaturänderung für 1° zwischen 18 und 26°, gemessen in Theilen des Leitungsvermögens bei 18° berechnet habe. Ich habe dabei die Coëfficienten genommen, welche Grotrian unter „gefunden" anführt (denn die Interpolationsformel, wonach er die Coëfficienten nach dem Gehalt der Säure „berechnet" hat, läſst sich nach §. 9 nicht aufrecht halten). Es folgen hier, um den Grad der Uebereinstimmung zu zeigen, seine Resultate, zusammengestellt mit den von mir für nahe liegende Flüssigkeiten erhaltenen.

Proc.	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$	Proc.	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
7,73	0,0123	5,02	0,0121
15,02	0,0129	15,33	0,0138
20,43	0,0143		
29,16	0,0153	34,87	0,0174
41,47	0,0180		
46,17	0,0188		
50,06	0,0194		
54,71	0,0201	59,95	0,0213
95,33	0,0274	95,2	0,0283

1) Grotrian, Ann. CLI, 378.

Die gute Uebereinstimmung tritt auch in der graphischen Darstellung Fig. 2, Taf. V hervor, in welcher Grotrian's Beobachtungen mit einem umrahmten + verzeichnet sind. Ich habe aus dieser Darstellung die Zahlen in Tab. III ergänzt.

Einige Temperatur-Coëfficienten zweiter Ordnung.

Für einige Lösungen (Tab. I) habe ich bei mehr als zwei Temperaturen beobachtet, woraus dann das Leitungsvermögen sich darstellen läfst

$$k_t = k_0 (1 + \alpha t + \beta t^2).$$

Es fand sich so

Tabelle II.

			k_0	α	β
H_2SO_4	66,16 Proc.	$k.10^8 =$	1560	(1 + 0,0332 . t	+ 0,000122 . t^2)
—	84,5 „		437	(1 + 0,0497 . t	+ 0,000641 . t^2)
—	96,4 „		489	(1 + 0,0344 . t	+ 0,000330 . t^2)
—	99,4 „		39,0	(1 + 0,0376 . t	+ 0,001120 . t^2)
—	101,1 „		80,7	(1 + 0,0374 . t	+ 0,000663 . t^2)
H_3PO_4	87,1 „		276	(1 + 0,0680 . t	+ 0,000528 . t^2)
$H_2C_2O_4$	3,57 „		341	(1 + 0,0256 . t	— 0,000136 . t^2)
	7,14 „		520	(1 + 0,0260 . t	— 0,000140 . t^2)

Grotrian hat für seine Schwefelsäuren überall auch β bestimmt. Eine Vergleichung seiner und der obigen Resultate zeigt, dafs β zuerst, wie schon Grotrian hervorhob, von *kleinen negativen* Werthen allmählich ansteigt, und bei 40 Proc. etwa die Null passirt; dafs es dann aber rascher wächst, noch einmal zurückspringt, nahe bei 100 Proc. wieder einen eminent grofsen Werth erreicht, worauf er für die rauchende Säure wieder kleiner wird.

Der Werth für die nahe 100procentige Lösung ist freilich weniger sicher, indem hier nach dem Abkühlen sich eine Erhöhung des Leitungsvermögens zeigte. Obwohl das Glasgefäfs mit Kautschuck verbunden war, so war offenbar etwas Wasserdampf aus dem Bade zur Säure gerathen, der trotz seiner geringen Menge hier schon einen merklichen Einflufs äufsert. Ich glaube aber, dafs

diese Aenderung der Säure erst bei dem stärkeren Verdampfen des Wassers in hoher Temperatur eingetreten ist, die ich deswegen nicht zur Bestimmung der Coëfficienten benutzt habe.

Für eine vollständige Darstellung von β müfste noch eine Anzahl von Werthen zwischen 70 und 100 Proc. beobachtet werden; bis zu 60 Proc. giebt die von Grotrian aufgestellte Tabelle (S. 390) oder Formel (S. 394) eine genügende Genauigkeit.

Dafs die quadratische Formel $k = k_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)$ das Leitungsvermögen gut darstellt, zeigt folgende Tafel, wo die Differenzen Δ zu den nach der Formel mit obigen Constanten berechneten Werthen zugefügt die betr. Beobachtungen in Tab. II geben.

Tabelle II*a*.

66,16 Proc.			84,49 Proc.			99,4 Proc.		
t	k ber.	Δ	t	k ber.	Δ	t	k ber.	Δ
17°,36	2517	±	10°,04	683	+ 4	12°,26	64	±
26,92	3093	+ 6	10,73	702	+ 3	29,95	122	±
36,96	3736	±	18,00	918	− 4	47,04	205	±
38,90	3865	− 8	20,07	985	+ 3	65,8	325	+ 1
44,78	4263	+ 4	21,58	1036	− 5	83,9	470	+ 13
			26,12	1195	− 8			
			30,80	1371	+ 3			
			35,09	1543	− 5			
			41,91	1838	+ 7			

Indem ich später noch über die Temperaturcoëfficienten reden werde, mache ich hier noch darauf aufmerksam, dafs auch die Oxalsäure ein negatives β hat, gerade wie die Schwefelsäure und Salpetersäure (CLIV, 224) in verdünnter Lösung.

6. Vergleichung mit früheren Beobachtungen.

Meines Wissens sind von unseren Säuren bis jetzt nur Salzsäure und Schwefelsäure untersucht worden.

Auf die hier gebrauchte Einheit beziehen sich die Bestimmungen von Paalzow[1]) an einigen Schwefelsäuren und die ausführlicheren Beobachtungen von Nippoldt[2]) und mir. Grotrian hat seine zunächst nur relativen Bestimmungen über Schwefelsäure und Salzsäure durch Vergleichung mit unseren Zahlen auf das Quecksilber zurückgeführt. Ich stelle die genannten Beobachtungen mit den Ergebnissen dieses Aufsatzes zusammen, indem ich zuvor folgendes bemerke.

Die Beobachtungen von Nippoldt und mir wurden als erste Anwendung der Wechselströme auf Widerstandsmessungen an Elektrolyten angestellt, und zwar so, daſs man in den Kreis des Inductors und Bifilar-Dynamometers zuerst die Flüssigkeit einschaltete und dann den Rheostaten-Widerstand ermittelte, welcher denselben Ausschlag gab. Dieses Verfahren litt an der Anforderung eines constanten Ganges des Inductors, welcher, durch eine Sirene getrieben, nach dem Tone der letzteren aus freier Hand geregelt werden muſste. Die unvermeidlichen Schwankungen der Umdrehungszahl gehen quadratisch in den Ausschlag ein. Ferner konnte man die Temperatur der Flüssigkeit wegen der Gestalt der Gefäſse damals nicht in einem Bade constant erhalten, sondern arbeitete mit der zufälligen Zimmertemperatur. Man muſste durch Mittelnehmen aus vielen Beobachtungen eine angemessene Genauigkeit zu erreichen suchen.

Nun war aber, wie bereits Ann. CLIV, 7 bemerkt wurde, eine andere Bedingung nicht in dem Maaſse erfüllt, wie wir damals annahmen. Wir glaubten uns durch den Versuch überzeugt zu haben, daſs durch die Anwendung der Elektroden von 2900 $^{\square mm}$ Fläche die Einwirkung der Polarisation der rasch wechselnden Ströme merklich verschwinde. Nach meiner späteren Untersuchung über diesen Gegenstand war dieſs aber noch nicht der Fall (d. Ann.

1) Paalzow, Pogg. Ann. CXXXVI, 492.
2) K. und Nippoldt, Pogg. Ann. CXXXVIII, 379.

CXLVIII, 143), indem nämlich durch die Induction des Stromes auf sich selbst im Zusammenwirken mit der Polarisation eine Verwicklung und vorzüglich bei gröfseren Umdrehungszahlen eine Fehlerquelle eintritt, auf welche wir damals (ich denke entschuldbarer Weise) nicht verfallen waren.

Ich versuche hinterdrein diesen Einflufs folgendermaafsen in Rechnung zu setzen. Gemäfs der Entwickelung S. 150, Bd. CXLVIII wird der Ausschlag des Dynamometers unter den hier geltenden Umständen gegeben durch

$$\frac{A \cdot n^2}{(W+x)^2 + \left(\frac{p}{2\pi n} - q \cdot 2\pi n\right)^2}.$$

Hier bedeutet A eine dem Inductor und dem Dynamometer entsprechende Constante, n die Umdrehungszahl des inducirenden Magnets in 1^{sec}, $W+x$ den Widerstand der Leitung, wobei x den gesuchten Widerstand der Flüssigkeitssäule darstellen soll. p ist die Constante der elektrochemischen Polarisation, q die Constante der Induction des wechselnden Stromes auf sich selbst.

Bedeutet zweitens w den Rheostatenwiderstand, welcher, anstatt x eingeschaltet, bei gleichem n denselben Ausschlag ergiebt, so ist, da jetzt $p=0$, die Gleichung, durch welche x mit w zusammenhängt,

$$(W+x)^2 + \left(\frac{p}{2\pi n} - q \cdot 2\pi n\right)^2 = (W+w)^2 + q^2 . 4\pi^2 n^2,$$

woraus man leicht erhält

$$x - w = \frac{2}{2W+x+w}\left(pq - \frac{p^2}{8\pi^2 n^2}\right).$$

Nun sind x und w wenig verschieden, so dafs man $2W+x+w = 2(W+w)$ setzen darf. W betrug etwa 170 Siem., n war gleich 76. Ferner wurde $q=0{,}503$ bestimmt (l. c. 151).

p hatte für Elektroden von $108^{\square mm}$ den Werth 74800 und wäre danach für die hier in Betracht kommenden Elektroden von $2900^{\square mm}$ gleich $74800 . \frac{108}{2900} = 2790$. In dieser Schätzung der Polarisationsconstante p liegt freilich

eine Unsicherheit, weil die vorausgesetzte reciproke Proportionalität mit der Elektrodenfläche nur angenähert erwiesen worden ist, und auch durch eine Ungleichheit der Platinplatten geändert werden konnte. Ferner bezog sich die Bestimmung von p nur auf 30 procentige Schwefelsäure und es könnten andere Concentrationen sehr wohl einen etwas anderen Werth ergeben.

Unter Berücksichtigung der übrigen Reductionen (CXXVIII, 385) wird man leicht constatiren können, daſs nach dem Vorigen zu einem von Nippoldt und mir gegebenen specifischen Widerstand r zu addiren ist $\frac{18700000}{19800+r}$. Dieſs ist in der unten angegebenen Vergleichung geschehen.

Grotrian's Zahlen sind zunächst nur relative und wurden von ihm nur durch Vergleichung mit Nippoldt's und meinen Zahlen auf Quecksilber zurückgeführt. Da nun das von Grotrian zur Widerstandsbestimmung gebrauchte Gefäſs das von uns später mit No. I bezeichnete ist, so wende ich auf seine Beobachtungen unseren Reductionsfactor dieses Gefäſses an. Derselbe beträgt 0,0001027, während Grotrian die Zahl 0,0001085 gebraucht hat.

Ich habe aus Grotrian's Gleichungen für die von ihm beobachteten Säuren das Leitungsvermögen für 18° berechnet und dann alle Zahlen mit $\frac{0{,}0001027}{0{,}0001085} = 0{,}947$ multiplicirt. Gerade so wurden Grotrian's Beobachtungen über die Salzsäure behandelt.

Man findet neben den von den genannten Beobachtern gefundenen oder in der angezeigten Weise berechneten Zahlen die Differenzen Δ, welche zu ihnen hinzugefügt werden müssen, um die Leitungsvermögen zu erhalten, die aus meiner jetzigen Beobachtung folgen. Die letzteren sind aus einer graphischen Darstellung von k_{18} abgeleitet und, wo es nothwendig war, mit den, gleichfalls graphisch gefundenen Coëfficienten auf die Temperatur der früheren Beobachtung umgerechnet worden.

Das Leitungsvermögen des Quecksilbers ist in der angenommenen Einheit $= 10^7$.

Schwefelsäure.									Salzsäure.		
Paalzow			K. u. Nippoldt 22°			Grotrian 18°			Grotrian 18°		
Proc.	$k\,10^7$	Δ	Sp. G.	$k\,10^7$	Δ	Proc.	$k\,10^7$	Δ	Sp. G.	$k\,10^7$	Δ
1,08	54 22°	− 6	1,0504	287	+15	7,73	280	+11	1,0191	292	+17
28,0	706 19	− 8	1,0989	515	+ 3	15,02	497	+11	1,0328	449	+11
29,5	751 22	−16	1,1431	644	+ 5	20,43	613	+ 5	1,0777	701	+ 5
			1,2045	730	+ 1	29,16	686	+ 4	1,1026	720	− 9
HCl			1,2631	730	− 5	41,47	627	− 8	1,1308	689	−23
11,9	734 23°	−34	1,3163	674	− 6	46,17	572	−13	1,1415	666	−21
			1,3597	614	−10	50,06	511	− 7			
			1,3994	549	− 7	54,71	436	− 2			
			1,4482	470	− 5	95,33	96	− 2			
			1,5026	385	− 8						

Die Uebereinstimmung mit unseren früheren Beobachtungen ist besser als ich nach der Unsicherheit in der Bestimmung von p erwarten konnte. Nur die erste Lösung giebt eine gröſsere Differenz, was mit den gröſseren Abweichungen in der früheren Beobachtung dieser Lösung (CXXVIII, 282) zusammenhängen dürfte, die etwa den gleichen Betrag wie oben erreichen. Auch der damals zu klein gefundene Temperaturcoëfficient deutet auf einen Fehler hin.

Ebenso stimmen die Zahlen Grotrian's genügend mit den neueren überein.

Paalzow's Zahlen sind zunächst etwas gröſser als die meinigen, was davon herrühren wird, daſs erstere sich auf Quecksilber von gewöhnlicher Temperatur, die meinigen aber auf Quecksilber von 0° beziehen. Paalzow hat offenbar seine Röhren direct mit Quecksilber gefüllt und sagt nicht, daſs er 0° als Normaltemperatur angesehen habe. Hiernach müſsten seine k um etwa $1\frac{1}{2}$ Proc. verkleinert werden. Jedenfalls entsprechen die für die Schwefelsäuren in der Nähe des Maximums gefundenen Leitungsvermögen vollkommen befriedigend den meinigen. Etwas beträcht-

licher ist die Abweichung in der Salzsäure, aber doch auch nicht grösser als 2 bis 3° Temperaturänderung entsprechend. Verhältnissmässig am wenigsten stimmt die verdünnteste Schwefelsäure. Ich werde so geringhaltige Lösungen in einem späteren Aufsatze besonders behandeln.

Mit Ausnahme von dieser Lösung scheinen hier keine Abweichungen vorzuliegen, welche eines anderen Erklärungsgrundes bedürften als der grösseren Schwierigkeiten und Fehlerquellen bei den früheren Widerstandsbestimmungen.

Ich will endlich hinzufügen, dass Wiedemann's Beobachtungen an Schwefelsäure, wenn man seine Widerstände 1000 *M* in die Zahl 5,3 dividirt, den meinigen so nahe kommen [1]), wie die von Wiedemann selbst hervorgehobenen Schwierigkeiten der Messung es erwarten lassen; mit Ausnahme der Zahl für die concentrirte H_2SO_4, welche nach Wiedemann $k = 0,0000107$ hätte, während ich 0,0000008 gefunden habe. Auch Paalzow giebt 0,0000103 an. Meine Zahl ist also etwa 13 mal kleiner. Nun kann ein Irrthum meinerseits nicht vorliegen, weil ich wiederholt auf ein so kleines Leitungsvermögen der H_2SO_4 gekommen bin. Dass die Wechselströme hier ein abweichendes Resultat ergeben sollten, während dies bei anderen Flüssigkeiten nicht der Fall ist, scheint kaum denkbar; auch hätten solche Abweichungen von den Ohm'schen Gesetzen bei der Anwendung verschiedener Inductoren und Zweigwiderstände hervortreten müssen. Da nun aber einerseits sehr geringe Mengen von Wasser das Leitungsvermögen der H_2SO_4 ungeheuer vermehren (§. 4), und da andererseits

1) Pogg. Ann. XCIX, 227. Diesen Factor, welcher also das Leitungsvermögen von Wiedemann's Platin darstellt, kann man auch benutzen, um Wiedemann's Bestimmungen an den übrigen Körpern auf Quecksilber zurückzuführen, natürlich mit der Uusicherheit, welche aus der Unbekanntschaft mit der Temperatur der Schwefelsäure entspringt. (Wie man leicht sieht, ist das Komma in je zwei Lösungen der Schwefelsäure und des salpetersauren Ammoniak verdruckt.) Ebenso finde ich, dass für die von Becquerel angegebenen Leitungsvermögen der Multiplicator 58 diesen Dienst leistet (Wiedemann, Galvanismus (2) I., 319).

diese Säure so begierig Wasser an sich zieht, so wird der Unterschied wohl auf einen kleinen Wassergehalt der von Paalzow und von Wiedemann untersuchten Säuren hinauslaufen. Beide Verfasser geben auch nicht an, daſs sie die concentrirte Säure durch Umkrystallisiren oder dgl. erhalten haben. Die käufliche Säure aber enthält nach meinen Erfahrungen stets einige Procent Wasser.

7. Umrechnung der Beobachtungen auf runde Procentgehalte.

Die Aufstellung der folgenden Tabelle, in welcher die Resultate der verschiedenen Flüssigkeiten auf dieselben gleichweit abstehenden Gehalte bezogen und deſswegen ohne Weiteres vergleichbar sind, geschah gerade so wie früher [1]) bei den Chloriden der Alkalien u. s. w. Die Zahlen bewahren im Allgemeinen vollständig die Zuverlässigkeit der direct erhaltenen benachbarten Beobachtung. Eine Interpolation aus weiter entfernten Beobachtungen, welche bei einer stark gekrümmten Curve (wie für HCl) wohl 1 Proc. Unsicherheit des Leitungsvermögens enthalten mag, ist durch Einklammern der bezüglichen Procentgehalte angezeigt.

Im Allgemeinen schreiten die Gehalte von 5 zu 5 Proc. fort. Für den Anfang der Schwefelsäure und der Essigsäure sind einige andere Werthe zugefügt, und ferner ist für die Schwefelsäure von 75 Proc. an, wegen der auftretenden Minima und Maxima ein engeres Intervall gewählt worden. Die dichter liegenden Beobachtungen erlauben hier eine ziemlich zuverlässige graphische Darstellung, aus welcher die Zahlen entnommen worden sind. Für die Oxalsäure liegen die Beobachtungen nahe bei 3,5 und 7 Proc. wasserfreier oder 4,9 bez. 9,8 Proc. krystallisirter Säure. Darüber hinaus ist die Oxalsäure in gewöhnlicher Temperatur nicht löslich.

Für Herstellung der Temperaturcoëfficienten sind bei

1) Kohlrausch und Grotrian, Pogg. Ann. CLIV, 225.

der Schwefelsäure bis zu 55 Proc. die Beobachtungen von Grotrian[1]) mit benutzt worden (vgl. §. 6).

Die specifischen Gewichte (Wasser 4° gleich 1) gelten bei der Phosphorsäure und den Wasserstoffsäuren für 15°, bei den übrigen für 18°.

Tabelle III.

Lösung	Spec. Gewicht	$10^8\, k_{18}$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
H_2SO_4 Proc.	Schwefelsäure.		
1		429	0,0112
2,5	1,0161	1020	0,0115
5	1,0331	1952	0,0121
10	1,0673	3665	0,0128
15	1,1036	5084	0,0136
20	1,1414	6108	0,0145
25	1,1807	6710	0,0154
30	1,2207	6912	162
35	1,2625	6776	170
40	1,3056	6361	178
(45)	1,3508	5766	186
50	1,3984	5055	193
(55)	1,4487	4280	201
60	1,5019	3487	213
65	1,5577	2722	230
70	1,6146	2016	256
75	1,6734	1421	291
78		1158	323
80	1,7320	1032	349
81		985	359
82		947	365
83		924	369
84		915	369
85	1,7827	916	365
86		926	357
87		944	349
88		965	339
89		986	330
90	1,8167	1005	320
91		1022	308
92		1030	295
93		1024	285
94		1001	280
95	1,8368	958	279
96		885	0,0280
97	1,8390	750	0,0286
99,4	1,8354	80	0,0400

1) Grotrian, Ann. CLI, 394.

Lösung	Spec. Gewicht	$10^8 k_{18}$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
HCl Proc.	Salzsäure.		
5	1,0242	3693	0,0159
10	1,0490	5902	157
(15)	1,0744	6980	156
20	1,1001	7132	155
(25)	1,1262	6767	154
30	1,1524	6200	153
(35)	1,1775	5535	0,0152
40	1,2007	4826	
HBr	Bromwasserstoff.		
5	1,0322	1789	0,0153
10	1,0669	3327	0,0153
15	1,1042	4630	0,0151
HJ	Jodwasserstoff.		
5	1,0370	1249	0,0158
H_3PO_4	Phosphorsäure.		
5	1,0270	292	0,0100
10	1,0548	531	0,0104
(15)	1,0841	797	109
20	1,1151	1059	114
(25)	1,1472	1315	121
30	1,1808	1551	130
35	1,2160	1742	140
(40)	1,2530	1884	150
(45)	1,2921	1956	161
50	1,3328	1943	174
(55)	1,3757	1852	189
(60)	1,4208	1717	207
(65)	1,4674	1545	229
70	1,5155	1345	252
(75)	1,5660	1132	279
80	1,6192	917	309
85	1,6763	730	350
87	1,7001	663	0,0372
$H_2C_2O_4$	Oxalsäure.		
3,5	1,0156	476	0,0142
7,0	1,0326	734	0,0144

Lösung	Spec. Gewicht	$10^8 k_{18}$	$\frac{\Delta k}{k_{18}}$
$C_4H_6O_6$ Proc.	Weinsäure.		
5	1,0216	56,2	0,0186
10	1,0454	76,3	191
(15)	1,0695	87,9	190
20	1,0950	93,4	187
(25)	1,1211	93,9	192
30	1,1484	90,3	200
(35)	1,1763	83,2	210
40	1,2064	73,7	223
(45)	1,2360	62,2	242
50	1,2672	49,9	0,0265
$C_2H_4O_2$	Essigsäure.		
0,3		2,98	
1		5,48	
5	1,0058	11,47	0,0163
10	1,0133	14,30	169
(15)	1,0195	15,18	174
20	1,0257	15,04	179
(25)	1,0325	14,24	182
30	1,0393	13,12	186
(35)	1,0445	11,72	191
40	1,0496	10,13	196
(45)	1,0550	8,49	194
50	1,0600	6,93	194
(55)	1,0630	5,52	200
60	1,0655	4,28	206
(65)	1,0678	3,17	209
(70)	1,0685	2,20	210
75	1,0693	1,37	210
(80)	1,0690	0,76	0,0210
99,7	1,0485	0,0004	

8. Die Abhängigkeit des Leitungsvermögens von dem Säure-Gehalt der Lösungen.

Nachdem im Vorigen die gefundenen Thatsachen zusammengestellt worden sind, gehe ich dazu über, aus diesem Materiale hervorzuheben, was eine besondere Erwähnung zu verdienen scheint. Indem ich mich dabei grofsentheils auf die graphische Darstellung der Resultate (Fig. 1, Taf V) beziehe, erinnere ich daran, dafs daselbst die Ordinaten für Weinsäure durch 10, diejenigen für Essigsäure durch

100 zu dividiren sind, um mit den übrigen vergleichbar zu werden. Die Angaben über die Salpetersäure werden der mit Grotrian ausgeführten Arbeit entnommen.

Maxima des Leitungsvermögens.

Alle Säuren, welche bis zu starken Lösungen untersucht worden sind, zeigen für ein bestimmtes Mischungsverhältniſs mit Wasser ein Maximum des Leitungsvermögens. Aus den Curven lassen sich diese Maxima mit ziemlicher Genauigkeit entnehmen; das Mischungsverhältniſs, welchem sie bei 18° entsprechen, ist für Schwefelsäure und Salpetersäure ebenfalls ziemlich sicher anzugeben, bei den übrigen Körpern dagegen, deren Beobachtungen in weiteren Zwischenräumen angestellt wurden, mag eine Unsicherheit von 1 Proc. vorhanden seyn. Die Oxalsäure löst sich in mittlerer Temperatur nur bis zu 7 Proc.; man hat das Maximum also nur als ein Ergebniſs der Rechnung, aus den Beobachtungen bei 3,5 und 7 Proc. durch eine quadratische Gleichung abgeleitet, anzusehen.

Der Güte der Leitung nach geordnet erhält man

	$10^8 . k_{max}$ bei 18°	bei Gehalt			spec. Gew.
Salpetersäure	7330	29,7	Proc.	HNO_3	1,185
Salzsäure	7174	18,3	„	HCl	1,092
Schwefelsäure	6914	30,4	„	H_2SO_4	1,224
Phosphorsäure	1962	46,8	„	H_3PO_4	1,307
(Oxalsäure)	785	9,4	„	$H_2C_2O_4$	1,045
Weinsäure	94,2	22,4	„	$C_4H_6O_6$	1,107
Essigsäure	15,2	16,6	„	$C_2H_4O_2$	1,022.

Während die besten Leitungsvermögen bei Salpeter-, Salz- und Schwefelsäure, wie schon bekannt, nicht sehr verschieden sind (bei 18° etwa $\frac{1}{14000}$ des Quecksilbers), bekommen wir für die Phosphorsäure nur etwa den 4ten, bei der Essigsäure schlieſslich nur den 480ten Theil dieser Zahl.

Die übrigen Substanzen, soweit Beobachtungen über ihr Leitungsvermögen vorliegen, und mit Einschluſs einer

Anzahl noch nicht veröffentlichter Untersuchungen an Salzlösungen ordnen sich etwa folgendermaafsen in die obige Reihe ein, jedesmal die bei 18° bestleitende Lösung angenommen:

Bald nach Schwefelsäure folgt Aetzkali (Max.), dann Chlorammonium, salpetersaures Ammoniak, Bromkalium, Chlorkalium, Aetznatron (Max.), schwefelsaures Ammon, kohlensaures Kali (Max.) und Chlornatrium. Nun folgt die Phosphorsäure, an welche sich die Chloride von Strontium, Calcium (Max.), Barium und Magnesium (Max.) anschliefsen; dann Kalisalpeter (Schmidt), essigsaures Kali (Max.), salpetersaures Kupfer (Becquerel Max.), Kupferchlorid (ders.), schwefelsaures Natron und schwefelsaures Kali (schwerlöslich). Nun die Oxalsäure (schwerlöslich), schwefelsaure Magnesia (Max.), Zinkvitriol (nach Beetz; Max.) und Kupfervitriol (Ewing und Mac Gregor), doppelt chromsaures Kali (dieselben), chlorsaures Kali (schwerlöslich), Kali-Alaun (dgl.), Weinsäure (Max.), Essigsäure (Max.), Aetzammoniak (Max.).

Das bunte Aussehen dieser Reihenfolge wird natürlich zum Theil durch die sehr verschiedene Löslichkeit der Körper bewirkt. Reicht die letztere nur bis zu $\frac{1}{10}$ oder noch weniger, so habe ich oben „schwerlöslich" hinzugesetzt. Der Zusatz „Max." bedeutet, dafs von einem gewissen Gehalt an das Leitungsvermögen wieder abnimmt. Nur für solche Körper ist eine Reihenfolge im strengen Sinne aufzustellen.

So viel aber ist für unseren Gegenstand aus Obigem ersichtlich, *dafs keineswegs der sauere Charakter einer Flüssigkeit immer ihr Leitungsvermögen begünstigt.* Denn wenn auch einige Säuren obenan stehen, so erreichen Kalihydrat und Chlorammonium unter günstigen Umständen etwa drei Viertel des besten Leitungsvermögens der Salpetersäure, und den Schlufs der Reihe bilden gleichfalls einige Säuren (mit Ausnahme des wässerigen Ammoniaks, welches aber wohl keine Lösung im Sinne der übrigen Körper ist).

An dem Verlauf der einzelnen Curven ist folgendes bemerkenswerth.

Ganz unerwartet ist vor Allem das *zweite Maximum* mit dem voraufgehenden *Minimum* bei der *Schwefelsäure*, eine bis jetzt ganz alleinstehende Thatsache. Dafs sie trotz den früheren vielfachen Untersuchungen noch nicht erkannt wurde, liegt nur daran, dafs die Beobachter (Wiedemann, Saweljew und Grotrian) von der stärksten Säure an gleich ein ziemlich grofses Intervall genommen haben.

Das Hauptmaximum $k_{18} . 10^8 = 6914$ liegt, wie schon erwähnt, bei 30,4 Proc. Von hier fällt die Curve fast eben so steil ab wie sie aufgestiegen ist, bis gegen 80 Proc. die Steilheit rasch geringer wird, worauf bei 84,3 Proc. (1,777 spec. Gew.) ein Minimum 913 erreicht wird. Dann folgt ein kleines Ansteigen bis auf 1031 bei 92,1 Proc. (1,828 spec. Gew.) und endlich eine rasch beschleunigte Abnahme bis zum Werth 80 in der Nähe von 100 Proc. *Die bestleitende wässerige Schwefelsäure leitet also mindestens* 86 *mal besser als die gesättigte* H_2SO_4.

Dafs bei *Uebersättigung* der Schwefelsäure wieder ein Wachsthum folgt, habe ich schon §. 4 ausführlich gezeigt. Da man ferner weifs, dafs geschmolzene SO_3 nicht leitet[1]), so mufs also *mindestens* noch *ein* Maximum für eine Mischung von SO_3 mit H_2SO_4 folgen.

Ueber die Bedeutung des aus der Curve für das erste Minimum abgeleiteten Säuregehaltes 84,3 Proc. kann kein Zweifel seyn, sobald man sich erinnert, dafs der Gehalt 84,48 Procent dem zweiten Hydrat der Schwefelsäure $H_2O + H_2SO_4$ entspricht, einer bekanntlich leicht krystallisirenden Verbindung. Der kleine Unterschied von 0,18 Proc. zwischen beiden Zahlen liegt innerhalb der Unsicherheit in der Bestimmung der ersteren.

Wir können hiernach sagen, dafs *das Leitungsvermögen der Schwefelsäure, wenn wir von Wasser bis zu Schwefelsäureanhydrit aufsteigen, merklich mit Null anfängt und*

1) Geuther, Ann. d. Chem. u. Pharm. CIX, 129.

aufhört, dazwischen aber mindestens 3 Maxima und 2 Minima hat, die letzteren genau oder sehr nahe bei den Verbindungen H_2SO_4 und $H_2SO_4 + H_2O$.

Bekanntlich hat man Gründe, noch ein drittes Hydrat der Schwefelsäure $2H_2O + H_2SO_4$ anzunehmen. In der Nähe dieses Punktes (73,18 Proc.) ist aber an der Curve durchaus keine besondere Eigenschaft, etwa eine Einbiegung zu entdecken. Eigens untersucht habe ich freilich die genannte Zusammensetzung nicht, sondern die nächsten Punkte liegen fast 2 Proc. oberhalb oder unterhalb.

Aus der grofsen Mannigfaltigkeit der den übrigen Substanzen entsprechenden Curven möchte ich noch Folgendes hervorheben.

An der *Salzsäure* ist vor Allem bemerkenswerth, dafs sie weitaus die bestleitende Substanz ist, wenn man nach dem Leitungsvermögen von wässerigen Lösungen von einem bestimmten geringen Procentsatz fragt. Bei je 5 Proc. leitet HCl etwa $1\frac{1}{2}$mal so gut als HNO_3, doppelt so gut als H_2SO_4.

Bromwasserstoff verfolgt, so weit er untersucht worden ist, nahe die Curve der Schwefelsäure, *Jodwasserstoff* leitet abermals bedeutend schlechter. Wir haben also in dem Leitungsvermögen der Wasserstoffsäuren die umgekehrte Reihenfolge ihres Moleculargewichtes, die wir in §. 11 noch quantitativ verfolgen wollen.

Während die Curven der meisten Säuren gleich ziemlich stark gekrümmt anfangen, hält sich diejenige der *Phosphorsäure* bis zu etwa 35 Proc. fast geradlinig. Dem entsprechend liegt auch das Maximum hier sehr spät Fast symmetrisch fällt die Curve dann wieder ab, mit einer Richtung, welche schliefslich wieder nahe auf Null deutet.

Gerade entgegengesetzt verhalten sich die *Weinsäure* und besonders die *Essigsäure*. Für letztere scheint die Curve im allerersten Anfang fast senkrecht anzusteigen, krümmt sich aber alsbald sehr stark, so dafs sie in dem Maafsstabe der Zeichnung bis zum Maximum ungefähr einen Viertelkreis bildet. Dann fällt sie viel langsamer

wieder ab, bekommt bei etwa 42 Proc. einen Wendepunkt und nähert sich nun verzögert dem sehr geringen Leitungsvermögen der wasserfreien Säure (falls nicht etwa zwischen 76 und 100 Proc., in welchen Zwischenraum keine Beobachtung fällt, noch ein Minimum eintritt). Auch die *Oxalsäure* krümmt sich in dem kurzen Verlaufe, innerhalb dessen sie verfolgt werden kann, sehr beträchtlich. Man könnte zu der Vermuthung kommen, dafs diese starke Krümmung mit dem Kohlenstoffgehalt der drei letztgenannten Säuren zusammenhängt, doch müfste diese Frage noch an anderen Körpern untersucht werden.

Die Maximal-Essigsäure (1 *Gewichtsth.* $C_2H_4O_2$ *auf* 5 *Gewichtsth. Wasser*) *leitet mindestens* 38000 *mal besser als die concentrirte Essigsäure und mindestens* 2000 *mal besser als das Wasser.*

9. Die Abhängigkeit von der Temperatur.

Man sieht aus Tab. III oder Fig. 2, Taf. V, dafs die unorganischen einbasischen Säuren HCl, HBr, HJ und HNO_3 eine Gruppe von merkwürdiger Einfachheit bilden, denn ihre Temperaturcoëfficienten sind *nahe gleich* und zweitens *von der Concentration innerhalb der untersuchten Gränzen fast unabhängig*[1]); ganz wie die Temperaturcoëfficienten der Gase. Die vorhandene geringe Veränderlichkeit besteht, wie schon Grotrian für die Salzsäure bemerkte (CLI, 391), im Anfange übereinstimmend in einer kleinen Abnahme mit steigendem Gehalt.

Es ist hier daran zu erinnern, dafs auch für die Chloride der Alkalien und alkalischen Erden wenigstens in verdünnteren Lösungen nahe dieselben Eigenschaften stattfinden (CLIV, 229), und ich füge einstweilen hinzu, dafs den letzten Körpern sich auch das von mir noch beobachtete Bromid, Jodid, Cyanid, Chlorat und Nitrat von Kalium anschliefst.

Die verdünnte *Phosphorsäure besitzt in der Zahl* 0,010 *die kleinste bei einem Elektrolyten bekannte Temperaturän-*

1) Ausgenommen die rauchende Salpetersäure.

derung. Man bemerkt, dafs mit der Concentration der Temperaturcoëfficient beschleunigt wächst, bis endlich für die 87procentige Säure die Zahl 0,037 *einen der höchsten Werthe* darstellt, welcher nur von dem Schwefelsäurehydrat übertroffen wird. Da die concentrirte Phosphorsäure wohl die zähflüssigste untersuchte Lösung ist, so giebt diese Thatsache der Meinung Grotrian's eine Stütze, dafs zwischen der Temperaturänderung des Leitungsvermögens und der mechanischen Zähigkeit ein Zusammenhang besteht [1]).

Ebendasselbe kann man von der *Weinsäure* sagen, die auch sowohl einen beschleunigt zunehmenden Temperaturcoëfficienten wie im concentrirteren Zustande eine beträchtliche Zähigkeit besitzt, während die *Essigsäure*, stets dünnflüssig, eine viel geringere Veränderlichkeit mit der Temperatur zeigt.

Am auffallendsten verhält sich wiederum die *Schwefelsäure*. Bis gegen 60 Proc. hin wächst der Temperaturcoëfficient, von dem kleinen Werth 0,011 anfangend, ziemlich gleichmäfsig an, wie Grotrian gefunden hat. Dann aber steigt er rascher, erreicht bei 83 bis 84 Proc. ein Maximum (0,037), sinkt wieder, bis er um 95 Proc. ein Minimum (0,028) erreicht, welches ungefähr in der Fortsetzung der anfänglichen Curve liegt, und erhebt sich abermals bis zu dem höchsten Werth (0,042) in der Nähe von 100 Proc. Die rauchende Säure zeigt wieder eine etwas geringere Zahl. (Vgl. Tab. I.) Zur genauen Verfolgung der Curve in dem allerletzten Theile müfsten hier mehr Beobachtungen vorliegen. Doch scheint es jetzt schon erlaubt, durch Vergleichung mit Fig. 1, Taf. V zu schliefsen, dafs *da, wo das Leitungsvermögen selbst ein Minimum hat, ein verhältnifsmäfsig grofses Wachsthum desselben mit steigender Temperatur stattfindet.* Mit anderen Worten heifst dies: *mit wachsender Temperatur verwischen sich die Minima und die späteren Maxima.*

Ich habe bereits in §. 5 bemerkt, dafs die *Temperatur-*

1) Grotrian, Pogg. Ann. CLVII, 250.

coëfficienten zweiter Ordnung ungefähr gleichzeitig mit denen des ersten Gliedes besonders hohe Werthe annehmen.

Zum Schlufs will ich noch auf einen Umstand aufmerksam machen, der die nahezu gleichen *Maximal-Leitungsvermögen* von Salpetersäure, Salzsäure und Schwefelsäure betrifft. Man sieht nämlich, dafs *für die betreffenden Lösungen auch die Temperaturcoëfficienten wenig verschieden sind.* Und zwar ergänzen sich die beiderseitigen Unterschiede in dem Sinne, dafs *mit wachsender Temperatur zunächst die Gleichheit der Maxima vollkommener wird.*

10. Formeln für das Leitungsvermögen verdünnter Lösungen.

Die Curven der Säuren vollständig durch numerische Gesetze darstellen zu wollen dürfte zu keinem der Mühe entsprechenden Resultat führen. Wie früher beschränke ich mich defswegen darauf, den Anfang der Curven durch eine quadratische Gleichung

$$k = \varkappa . p - \varkappa' . p^2$$

auszudrücken, indem die Constanten $\varkappa$ und $\varkappa'$ aus den beobachteten Leitungsvermögen k für $p = 0{,}05$ und $0{,}10$ (d. i. 5 und 10 Proc.) bestimmt werden.

$\varkappa$ ist dann die Zahl, welche wir früher das *specifische Leitungsvermögen der Substanz in verdünnter wässeriger Lösung* genannt haben; $\varkappa'$ enthält die anfängliche Krümmung der Curve oder die Abweichung des Leitungsvermögens von der Proportionalität mit dem Säuregehalt. Durch diese beiden Constanten werden also, wenigstens für verdünnte Lösungen, die leitenden Eigenschaften numerisch vergleichbar.

Eine Bürgschaft dafür, dafs der erste Theil einer Curve durch die quadratische Gleichung mit ziemlicher Annäherung dargestellt wird, findet sich darin, dafs diese Formel auch für $p = 0{,}15$ genähert richtige Zahlen giebt. Für Weinsäure und Essigsäure ist diefs nicht mehr der Fall; für Oxalsäure (deren Berechnung natürlich auf

$p = 0{,}035$ und $0{,}07$ beruht) kann die Probe nicht angestellt werden. Bei Jodwasserstoff liegt nur die Beobachtung für $p = 0{,}05$ vor, also kann hier nur als erste Annäherung eine lineare Gleichung $k = \varkappa p$ aufgestellt werden.

Man erhält für

		$\varkappa$	$\varkappa'$
HCl	$k =$	$0{,}000887 \,.\, p$	$- \; 0{,}00297 \,.\, p^2$
HBr	$k =$	$0{,}000383 \,.\, p$	$- \; 0{,}00050 \,.\, p^2$
HJ	$k =$	$0{,}000250 \,.\, p$	
HNO_3	$k =$	$0{,}000534 \,.\, p$	$- \; 0{,}00101 \,.\, p^2$ [1])
H_2SO_4	$k =$	$0{,}000415 \,.\, p$	$- \; 0{,}00048 \,.\, p^2$
$H_2C_2O_4$	$k =$	$0{,}000167 \,.\, p$	$- \; 0{,}00089 \,.\, p^2$
H_3PO_4	$k =$	$0{,}000064 \,.\, p$	$- \; 0{,}00011 \,.\, p^2$

Werden die specifischen Leitungsvermögen $\varkappa$, anstatt wie bisher auf gleiche gelöste Gewichte der Säuren, nun *auf elektro-chemisch aequivalente Mengen* umgerechnet, d. h. auf solche Gewichte, welche durch die gleiche Strommenge zersetzt werden, so haben wir, durch A das Aequivalentgewicht bezeichnet,

	A	$A\varkappa$
HCl	36,5	0,0323
HBr	81	0,0310
HJ	128	0,0319
HNO_3	63	0,0336
$\frac{1}{2}(H_2SO_4)$	49	0,0203
$\frac{1}{2}(H_2C_2O_4)$	45	0,0075
$\frac{1}{3}(H_3PO_4)$	32,7	0,0021.

$A\varkappa$ ist das *specifische Leitungsvermögen nach Aequivalenten.* Man bemerkt, daſs diese Gröſse für die vier einbasischen Säuren nahe gleich ist, dagegen für die mehrbasischen beträchtlich kleiner.

1) Die HNO_3 s. Gött. Nachr. 1874, S. 416 und diese Ann. Bd. CLIV, S. 236. An beiden Orten ist ein Versehen zu verbessern, betreffend 2 Nullen, die in dem Coëfficienten des quadratischen Gliedes hinter dem Komma zu streichen sind, während $A\varkappa$ an dem letztgenannten Orte eine Null zuviel enthält.

11. Die Uebereinstimmung der HCl, HJ, HBr und HNO_3 in Lösungen von gleicher Molecul-Zahl.

Rechnet man die Gehalte p der genannten vier Säuren in *Moleculzahlen n in gleichem Volumen* um, indem man die p (Tab I) mit dem specifischen Gewicht der Lösung multiplicirt und durch das Moleculargewicht der Säure dividirt (und um ganze Zahlen zu haben noch mit 100 multiplicirt), so kommt man auf die Zahlen der ersten Spalte von Tabelle IV. Daneben finden sich die zugehörigen k_{18}.

Tabelle IV.

Säure	n	$k.10^7$	Aus HCl	Diff.
HCl	29 [1])	87		
HJ	41	127	130	— 3
HBr	67	187	200	—13
HNO_3	104	297	289	+ 8
HCl	133	354		
HBr	139	347	365	—18
HNO_3	209	505	488	+17
HBr	214	477	496	—19
HCl	282	584		
HNO_3	458	720	701	+19
HCl	586	715		
HNO_3	587	732	715	+17
HNO_3	734	705	688	+17
HCl	929	626		
HNO_3	1044	591	585	+ 6
HCl	1278	496		
HNO_3	1368	464	463	+ 1

Ein Blick auf diese Tabelle und mehr noch auf ihre graphische Darstellung in Fig. 3 Taf. V zeigt nun das

1) Die erste Zahl für HCl ist in dem Früheren nicht aufgeführt, weil sie weniger genau ist.

merkwürdige Resultat, *dafs wässerige Lösungen von HNO_3, HCl, HBr und HJ* (die letzteren beiden zunächst innerhalb der untersuchten Gränzen) *bei gleicher Moleculzahl in der Volumeinheit ein nahe gleiches Leitungsvermögen haben.*

Ueber die Gröfse der Unterschiede giebt Spalte 4 der Tabelle eine Ansicht. Sie enthält nämlich diejenigen Leitungsvermögen, welche für das betreffende *n* der Salzsäure zukommen, abgeleitet aus einer graphischen Darstellung.

Für die Lage des Maximums von *k* findet man aus den früheren Angaben (S. 260) die nahe zusammenfallenden Molecul-Anzahlen 548 bei HCl und 559 bei HNO_3 (dagegen 379 für H_2SO_4, und 758, wenn man das Aequivalent $H(SO_4)\frac{1}{2}$ nimmt).

Es bleibt natürlich dem Versuche vorbehalten, zu entscheiden, ob die Congruenz sich auch für HJ und HBr bis zu höheren Gehalten fortsetzt.

Auf die Bedeutung dieser Thatsachen für eine Mechanik der Elektrolyse werde ich im Zusammenhange mit anderen Beobachtungen zurückkommen[1]). Einstweilen läfst sich, unter Zuhülfenahme nur des Faraday'schen Gesetzes, der obige Satz auch so aussprechen: *in wässerigen Lösungen von gleicher Moleculzahl HNO_3, HCl (HBr oder HJ) werden die Bestandtheile durch gleich grofse Scheidungskräfte mit nahe gleicher wechselseitiger Geschwindigkeit an einander vorbeibewegt.*

12. Die Minima im Leitungsvermögen der Schwefelsäure und das Nichtleitungsvermögen der concentrirten Essigsäure im Zusammenhang mit den Beobachtungen an anderen Flüssigkeiten.

Im §. 8 wurde nachgewiesen, *dafs in dem Leitungsvermögen der wässerigen Schwefelsäure für das Mischungsverhältnifs, in welchem die beiden Körper zu der chemischen Verbindung $H_2O + H_2SO_4$ zusammentreten, ein Minimum vorhanden ist.*

1) Vgl. Nachr. v. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1876, S. 213.

Ferner hat sich gezeigt, dafs *das äufserst geringe Leitungsvermögen der gesättigten H_2SO_4 verbessert wird durch Zusatz sowohl von Wasser, wie von Schwefelsäureanhydrit.*

Ich glaube, dafs diese beiden Thatsachen auf denselben Grund zurückkommen wie die dritte, *dafs zwei Nichtleiter, nämlich Wasser und Essigsäure, mit einander gemischt einen Leiter geben.*

Nach dem unerwarteten Auffinden des erstgenannten Minimums der Schwefelsäure habe ich die anderen beiden Erscheinungen erwartet, und da diese Aussicht sich bestätigt hat, will ich die Erwägungen, die sich mir hier aufdrängten, kurz mittheilen.

Wir kennen nicht eine einzige Flüssigkeit, welche in gewöhnlicher Temperatur für sich ein gut leitender Elektrolyt wäre. Als Beispiele nicht leitender einfacher Verbindungen mögen [1]) Wasser, schweflige Säure, Kohlensäure, Essigsäure, geschmolzene Borsäure, Chromsäure, wasserfreie Schwefelsäure, Chromoxychlorid, Schwefelkohlenstoff, Chlorschwefel, Chlorzinn dienen. An Alkohole und Aether, fette und ätherische Oele brauche ich kaum zu erinnern.

Den vorhandenen Rest des Leitungsvermögens von der gesättigten H_2SO_4 betreffend, ist noch zu beachten, dafs diese Verbindung schon in mäfsiger Temperatur merklich dissociirt ist, wie Marignac und Pfaundler (l. c.) in verschiedener Weise nachgewiesen haben. Man wird diese Flüssigkeit also als eine gegenseitige Lösung von SO_3 und verschiedenen Hydraten dieses Körpers ansehen müssen. Ebenso sind ohne Zweifel die in höherer Temperatur geschmolzenen Salze dissociirt.

In gewöhnlicher Temperatur kann man nur wenige in wässeriger Lösung gut leitende Körper bis zur vollstän-

1) Nach Hittorf, Pogg. Ann. CVI, 566, welcher die Chromsäure und das Chromoxychlorid selbst untersucht hat und die übrigen Körper als von Faraday nicht leitend gefunden aufführt. Ueber das Wasser s. Münch. Ber. 1875. 284. Vom Chlorzinn ($SnCl_4$) habe ich mich selbst überzeugt, dafs seine Leitungsfähigkeit $k \cdot 10^8 < 0{,}02$ ist.

digen Concentration verfolgen. Aber von denjenigen, die man wenigstens bis zu bedeutender Concentration untersuchen konnte, weiſs man, daſs sie ein Maximum des Leitungsvermögens für ein bestimmtes Mischungsverhältniſs mit Wasser besitzen, von wo ab eine weitere Verstärkung der Lösung die Leitung verringert. Dabei neigt sich der Gang der Curven schlieſslich überall für den Punkt vollkommener Sättigung dem Nullpunkt zu. Ich vermuthe, daſs flüssige HCl und HNO_3 ein sehr geringes Leitungsvermögen besitzen, ja vielleicht Nichtleiter sind. An der bis 87 Proc. verfolgten wässerigen Lösung der Phosphorsäure ist die Endrichtung der Curve (Fig. 1 Taf. V) nach dem Nullpunkt zu auffallend. Aehnliches findet man bei dem leichtlöslichen essigsauren Kali. Aetznatron-Lösung hat in der stärksten von mir untersuchten Lösung nur noch etwa den vierten Theil ihres Maximal-Leitungsvermögens; noch weiter verhältniſsmäſsig geht das wässerige Ammoniak hinunter. Auch bei Chlormagnesium kommt man in gesättigter Lösung schon auf die Hälfte des Maximums.

Wenn man hiernach bis jetzt nur Gemische mehrerer Flüssigkeiten kennt, welche (in gewöhnlicher Temperatur) gut leiten, so liegt die Vermuthung nahe, *daſs die Elektrolyte erst durch die Mischung gut leitend werden.* (Hieraus würde sofort folgen, daſs im Allgemeinen bei bestimmten Lösungsverhältnissen Maxima des Leitungsvermögens eintreten müssen.)

Die bis jetzt bestehenden Ansichten über das elektrolytische Leitungsvermögen berühren diesen Punkt freilich nicht, lassen indessen auch nach dem Eingeständniſs Aller, welche über den Gegenstand geschrieben haben, viele Erscheinungen des Leitungsvermögens unerklärt und bedürfen deſswegen jedenfalls einer Ergänzung. Eine Ursache für den günstigen Einfluſs des Lösungsmittels auf das Leitungsvermögen des Elektrolytes ergiebt sich leicht durch folgende Erwägungen.

Die Molecüle werden durch die elektrischen Kräfte

zerrissen. Man sagt nun zwar [1]), und natürlich mit vollem Recht, dafs die zu dieser Zerreifsung verbrauchte Arbeit wieder gewonnen wird, sobald zwei wandernde Theilmolecüle zusammentreffen und ein neues Gesammtmolecül bilden. Aber dieser Gewinnst ist doch wohl nicht so zu verstehen, dafs das neu gebildete Molecül um den vollen Betrag der auf die frühere Trennung verwendeten Arbeit leichter elektrolytisch zerreifsbar wäre. Die Wirkung der vorher auf die Ionen verwandten Stromarbeit wird sich darin äufsern, dafs das neu gebildete Molecül mit gröfserer lebendiger Kraft seiner inneren Bewegung versehen ist, mit anderen Worten, dafs es eine höhere Temperatur besitzt als die vorher getrennten Molecüle. Freilich ist es jedenfalls schon hierdurch leichter zerreifsbar geworden, wie wir aus der Lockerung des chemischen Zusammenhanges durch die Wärme wissen und auch aus der Zunahme des elektrischen Leitungsvermögens mit der Temperatur vermuthen können. Allein diefs kommt hier gar nicht in Betracht.

Denn wenn wir Leitungsvermögen messen, so thun wir diefs bei einer *bestimmten* Temperatur und entziehen zu diesem Zweck fortwährend die durch den Strom gebildete Wärme d. h. die eben genannte Lockerung des chemischen Zusammenhanges, ehe wir weiter elektrolysiren. Oder auch, insofern wir die Entziehung nicht momentan und vollständig ausführen können, so sagen wir, der Elektrolyt ist, *weil er durch den Strom erwärmt worden ist*, besser leitend geworden, und müssen diesen Einflufs aus dem Resultate eliminiren.

Also es wird, ohne dafs die Theilchen der Molecüle dauernd in Freiheit gesetzt werden (welche Wirkung nicht zum Leitungswiderstand, sondern zu der Polarisation der Elektroden gehört), auch bei der Trennung und Wiedervereinigung eine gewisse Menge elektrischer Arbeit in Wärme verwandelt, welche Menge mit der chemischen

1) Vgl. z. B. Hittorf, Pogg. Ann. CIII, 52; Quincke, Ebd. CXLIV, 6; Wiedemann, Galvanismus (2) I, 631.

Verwandtschaft zusammenhängt; und die ältere, fast ganz verlassene Anschauung des Leitungswiderstandes als einer Aeuſserung der chemischen Kräfte[1]) scheint doch nicht immer ganz grundlos zu seyn. Freilich darf sie nicht allgemein angewandt werden, und am wenigsten darf man den Leitungswiderstand einfach mit dem chemischen Zusammenhang der Molecüle gleich setzen.

Ist das Vorige richtig, so müssen wir also, wenn wir eine gute Leitung haben wollen, die wandernden Bestandtheile vor dem häufigen Zusammentreffen schützen, und diesen Dienst verrichtet eben das Lösungsmittel, welches den Ionen die Möglichkeit giebt, einen Theil ihres Weges — und zwar einen um so gröſseren Bruchtheil, je mehr Lösungsmittel vorhanden ist, ohne Neubildung von Molecülen zurückzulegen.

Es ist, wie man sieht, der so beschriebene Vorgang nichts anderes als eine Umschreibung des kürzeren Ausdrucks: die Reibung der elektrolytisch wandernden Bestandtheile an einander ist gröſser als an den Theilen einer fremden Flüssigkeit. Hieraus würde dann ohne weiteres folgen, daſs das Leitungsvermögen mit der Menge des gelösten Elektrolytes nicht proportional sondern verzögert wächst, was bei allen mir bekannten Lösungen der Fall ist.

Diese Auffassung, in Verbindung mit den bekannten von Hankel, Beetz, Wiedemann[2]) und Quincke

1) In der eben veröffentlichten Arbeit Zöllner's „Ueber die Beziehungen zwischen hydrodynamischen und elektrodynamischen Erscheinungen" (Leipz. Ber. 1876, Febr. 12) finde ich seit langer Zeit zum ersten Mal wieder, und zwar mit Hinweisung auf die von mir geäuſserte Meinung, daſs chemische Verbindungen an sich immer schlecht leiten (Münch. Sitz. Ber. 1875, 304) die Behauptung ausgesprochen, daſs der elektrolytische Leitungswiderstand mit der Arbeit bei dem Zerreiſsen eines Molecüls zusammenhängt, jedoch ohne weitere Ausführung des Gegenstandes.

2) Ich erlaube mir zu bemerken, daſs es uns (Grotrian und mir) durchaus ferngelegen hat, Hrn. Wiedemann oder einem der anderen Forscher zuzumuthen, daſs sie die Ursache der Krümmung und

u. A. entwickelten Gesichtspunkte weiter verfolgt, wird vielleicht über manche noch dunkle Seite in dem Gebiete des elektrolytischen Leitungsvermögens Aufschlufs geben können.

Zum Schlufs möchte ich noch auf die grofse Aehnlichkeit im Gange des Leitungswiderstandes und der Erstarrungstemperatur der Schwefelsäuren und Essigsäuren hinweisen. Einem hochgelegenen Erstarrungspunkt entspricht ohne Ausnahme ein hoher Widerstand. Setzt man zum Wasser eine der genannten Säuren, so sinken zunächst beide Eigenschaften des Gemisches, erheben sich aber wieder, und die gesättigte Essigsäure verbindet mit einem abnormen Widerstand den Erstarrungspunkt $+16^{\circ},7$ (nach Rüdorff, Ann. CXL, 418).

Die Schwefelsäure, deren Erstarrungstemperaturen von Pfaundler und Schnegg sorgfältig untersucht worden sind[1]), zeigt noch weitergehende Analogien. Die Erstarrungstemperatur erreicht Maxima für die Mischungsverhältnisse $H_2O + H_2SO_4$ $(+ 8^{\circ},8)$ und für H_2SO_4 selbst $(+ 7^{\circ},8)$, das heifst für dieselben Mischungsverhältnisse, bei denen auch der Widerstand Maxima zeigt. Auch das zweite Minimum der Erstarrungstemperatur, welches von

das Maximum der Curven für das Leitungsvermögen *ausschliefslich* in der mechanischen Zähigkeit der Lösung gesucht haben, wie Wiedemann meint (Leipz. Ber. 1876, Febr. 12, S. 40 des Abzuges). Wir wollten nur sagen, dafs die einzige Ursache, welche man bis jetzt positiv genannt und durchzuführen versucht hat, diese Zähigkeit sey, worüber wohl kein Zweifel bestehen kann. Wir verdanken ja gerade Wiedemann die erste und lange Zeit einzige Untersuchung beider Eigenschaften an denselben Flüssigkeiten.

Ebenso beansprucht die Schlufsbemerkung unseres Aufsatzes, dafs aufser der mechanischen Zähigkeit andere Eigenschaften hier in Frage kommen, selbstverständlich keine Neuheit dieses Gedankens im Allgemeinen, sondern nur des Nachweises, dafs Maxima auch in Flüssigkeiten vorkommen, welche selbst in gröfster Concentration keine beträchtliche Zähigkeit aufweisen, nämlich in der Salzsäure und der Salpetersäure.

1) Pfaundler und Schnegg, Wien. Sitz. Ber. 1875, Febr. 18.

Pfaundler und Schnegg auf den Gehalt 93,4 Proc. gelegt wird, fällt nicht weit von dem zweiten Minimum des Leitungswiderstandes (92,1 Proc). Die ersten Minima liegen weiter auseinander, denn sie treten ein für den Widerstand bei 30,4 Proc., für den Erstarrungspunkt, nach dem Gang der Curven zu schliefsen, soweit sie hergestellt worden sind, bei 50 bis 60 Proc.

Bemerkenswerth erscheint noch, dafs die hypothetische Verbindung $2H_2O + H_2SO_4$ weder krystallisirbar ist noch irgend eine Besonderheit im Leitungsvermögen besitzt (§. 8).

Auch für rauchende Schwefelsäure sinkt von H_2SO_4 ab bekanntlich zunächst die Erstarrungstemperatur und, wie in §. 4 nachgewiesen wurde, auch der Widerstand. Da die Verbindung $H_2SO_4 + SO_3$ wieder leichter krystallisirbar ist, so vermuthe ich für diese Säure auch wieder ein Maximum des Widerstandes.

Es ist von vornherein klar, wie die Neigung, fest zu werden, mit dem gröfseren Reibungswiderstand der Bestandtheile bei ihrer elektrolytischen Wanderung in einem inneren Zusammenhange stehen kann.

Würzburg, Mai 1876.

IV. *Ueber die Transversalschwingungen flüssiger Lamellen; von Dr. F. Melde.*

1. Die Erscheinungen, welche flüssige Lamellen zeigen, sind insbesondere von Plateau und Van der Mensbrugghe so eingehend untersucht worden, dafs es fast scheinen mufs, es könne auf diesem Gebiete der Physik nichts wesentlich Neues mehr entdeckt werden. Dennoch

glaube ich, dafs nach einer Richtung hin diese feinen Gebilde noch nicht genauer verfolgt sind und bei dieser weiteren Verfolgung zu einer Reihe von bemerkenswerthen Thatsachen führen, deren Kenntnifs auch für andere Theile der Physik von Bedeutung seyn kann. Ich rechne hierher die zahlreichen und interessanten *Bewegungserscheinungen*, welche diese Lamellen zeigen, insbesondere wenn sie theils für sich, theils mit anderen schwingenden Körpern verbunden, Schwingungen ausführen, und habe ich eine bestimmte Art dieser Schwingungen soweit experimentell verfolgt, dafs ich glauben kann, die folgenden Mittheilungen würden nicht ohne Interesse aufgenommen werden, und wobei ich noch bemerke, dafs das Folgende die nähere Ausführung von dem enthält, was ich bereits in einer Sitzung der hiesigen Naturforschenden Gesellschaft vom 18. Dec. 1874 vortrug.

2. Es handelt sich bei dieser Untersuchung um die Transversalschwingungen von Flüssigkeitshäutchen und zwar zunächst nur um die Grundschwingungen derselben, d. h. Schwingungen, bei denen eine solche Membran ihrer ganzen Ausdehnung nach, falls man sie horizontal aufgestellt denkt, auf- und niederschwingt und also nur an einem Punkte ein Elongationsmaximum zeigt, dagegen ringsherum, wo sie an das Drahtgerüste oder einen Rahmen angeheftet ist, als mit einer ruhenden Contour umgeben anzusehen ist. Die Drahtgerippe, welche ich mir zu dem Ende herrichtete, wurden aus Eisendraht gemacht und mit der nöthigen Handhabe versehen, um die Lamellen bequem aus der Seifenflüssigkeit abheben zu können. Hierbei ist es mir gelungen, noch quadratische Rahmen von 45 Centimeter Seitenlängen benutzen zu können; da jedoch diese grofsen Lamellen zu rasch zerreifsen und dies auch noch bei quadratischen Lamellen von 40 Ctm. Seitenlänge der Fall war, so habe ich die Maximalgränze der Quadratseiten nur bis zu 35 Ctm. gehen lassen und von hieran abwärts Lamellen von 30, 25, 20, 15 und 10 Ctm. Seitenlänge untersucht. Desgleichen stellte ich ein zweites und ein

drittes System solcher Rahmen her, von denen das zweite gleichseitige Dreiecke, das dritte Kreise bildete, und zwar so, daſs die Flächen der je sechs Membranen, denen der quadratischen Flächen entsprechend *gleich* waren. Der Einfachheit halber mögen die Flächen des Kreises mit K, die des Quadrats mit Q und die des gleichseitigen Dreiecks mit D bezeichnet werden und soll ein Index genauer angeben, ob man von der kleinsten Fläche aufwärts gerechnet eine bestimmte meint, so daſs z. B. D_5 die Dreiecksfläche bedeutet, deren Fläche an Gröſse gleich der Quadratfläche von 30 Ctm. Seitenlänge ist. Der absoluten Gröſse nach enthalten die Flächen

100, 225, 400, 625, 900 und 1225

Quadratcentimeter und ist weiter hin, wenn wir mit F allgemein eine Fläche bezeichnen, noch ersichtlich, daſs

$$F_3 = 4 . F_1; \quad F_5 = 4 . F_2; \quad F_5 = 9 . F_1.$$

3. Die Flüssigkeit, welche ich zur Bildung der Lamellen herstellte (gleich $\frac{1}{60}$), enthielt auf 1500 Gramm gewöhnliches Brunnenwasser, 25 Gramm gewöhnlicher im Handel vorkommender durchscheinender Glycerinseife, welche zunächst in heiſsem Wasser aufgelöst wurde. Sobald dies geschehen, goſs ich die Flüssigkeit in ein quadratisches Becken von Weiſsblech construirt, dessen Seitenlänge 60 Ctm. und Höhe der Seitenwände gleich 2 Ctm. war, welche letztere man zweckmäſsig vielleicht noch etwas höher machen kann. Die Flüssigkeit, die im Anfange bei einer Temperatur über 50° dünnflüssig war, kühlte sich nun rasch ab und nahm, nach mehreren Stunden, die Zimmertemperatur von ca. 14° C. erreichend, einen gallertartigen Charakter an, in welchem sie einige Tage lang zu den Versuchen benutzt wurde. Ueber diese Zeit hinaus wurde die Flüssigkeit theilweise wieder mehr wässerig und zog ich es mitunter vor, dann wieder eine neue Menge anzufertigen. Die jedesmalige Gesammtmenge betrug 3 mal 1500 = 4500 Gramm Wasser und 3 mal 25 = 75 Gramm Seife. In wie weit noch eine andere Flüssig-

keit verwendet werden kann, welche im Gegensatze zu der eben bezeichneten Verschiedenheiten bedingt, wird später mitgetheilt werden.

4. Es fragte sich nun vor allem: in welcher Weise man die Schwingungsdauer bezw. die Schwingungszahl bestimmen wollte? In dieser Beziehung können nun sicherlich verschiedene Wege eingeschlagen werden, aber es ist von mir derjenige gewählt worden, der zunächst als der einfachste, wenn auch vielleicht noch nicht als der absolut sicherste erschien. Die betreffende Beobachtungsmethode besteht nämlich darin, dafs man an der Handhabe das Drahtmodell in die Flüssigkeit eintaucht, dann abhebt und nun eine möglichst geschickte Handbewegung einleitet, um in ein Tempo zu kommen, welches im Moment, wo es unisono mit dem der möglichen Membranschwingung wird, ein sofortiges conformes Mitschwingen der Membran hervorruft, d. h. mit einfachen Worten: man verfährt nach dem ersten und obersten Grundsatze der Resonanz. Sobald ich mich nun überzeugte, dafs die Membran in diesen Bewegungszustand eintrat oder sofort nach der Einleitung des nöthigen Tempos, welches man nach einigen Vorversuchen im Gefühl hat, in diesen Zustand gebracht werden konnte, nahm ich in die andere Hand einen Secundenschläger mit Arretirung und zählte im Momente, wo die Membran an einer der Elongationsgränzen — ich habe mich daran gewöhnt, falls die Membran auf- und niederschwingt, die untere Elongationsgränze zu fixiren — ankam, „Null“ und dann im Tempo mit der schwingenden Membran (oder der Handbewegung) weiter bis „Hundert“, in welchem Momente das Zeigerwerk des Secundenzählers wieder ausgelöst wurde. Da nun hierzu immerhin eine ziemliche Gewandtheit erforderlich ist, so nahm ich anfangs auch wohl einen Gehilfen hinzu, welcher das Loslassen und Arretiren des Secundenzählers besorgte, kam aber bald wieder darauf zurück die Operation ganz allein auszuführen, worin ich bald eine solche Fertigkeit erlangte, dafs ich selbst bei den raschen Schwingungen der F_1 noch

zum Ziele kam. Bei der Abmessung nach jedesmal hundert Schwingungen mufs jedoch noch hervorgehoben werden, dafs das continuirliche Durchzählen von „Null“ bis „Hundert“ nur etwa erst von der Fläche F_3 an gelingt und wurde defshalb bei F_2 und F_1 fünfmal von „Null“ bis „Zwanzig“ gezählt. Kommen noch schnellere Schwingungen in Betracht, so kann man ohne einen Gehilfen nicht fertig werden, denn es kann dann nur von Null bis Zehn bequem gezählt werden, und mufs der Gehilfe die Notirung der Zehnerstriche sowie den Secundenzähler besorgen.

Es leuchtet nun sofort ein, dafs es sich häufig ereignet, dafs die Membran, während man bemüht ist, hundert Schwingungen abzuzählen, ein- oder mehremale durchreifst. Dieses Durchreifsen war bei der angegebenen Flüssigkeit unvermeidlich und kam es nur noch darauf an, etwaige Fehler, welche hierdurch für die Bestimmung der Schwingungszahl erwachsen können, möglichst auf einen geringen Betrag herabzudrücken. Es wurde in dieser Beziehung so verfahren, dafs ich durch eine geschickte Handbewegung die wieder neu aus der Flüssigkeit entnommene Membran nöthigte, möglichst auf eine Tempozahl wieder eine Elongationsgränze zu bringen. Denn offenbar mufste in der Zwischenzeit nach dem Zerreifsen bis zu der wieder eingeleiteten Schwingung das Zählen nach dem gemerkten Tempo fortgehen und mufste sich die Membran mit dem Wiederanfange nach diesem Tempo richten. Alle diese einzelnen Gewöhnungen und Einübungen wird derjenige am besten kennen lernen, der sich vornimmt, eine möglichst genaue Bestimmung der Schwingungszahl zu machen, und werden ja die weiter mitgetheilten Resultate zeigen, in wie weit mir diese Bestimmung gelungen ist.

5. Nach zahlreichen Vorversuchen wurden drei hintereinanderfolgende Beobachtungsreihen gemacht, deren Resultate in folgender Tabelle enthalten sind und wobei zu bemerken ist, dafs die je drei unter einander stehenden Beobachtungszahlen den drei Reihen entsprechen. Die

Zeit in Secunden ausgedrückt, welche auf hundert Schwingungen geht, ist im Folgenden durchweg mit T bezeichnet; die eigentliche Schwingungsdauer also $\frac{T}{100}$ wird ebenso mit t und die hierzu gehörige Schwingungszahl oder $\frac{1}{t}$ mit n bezeichnet werden. Mit den gröfsten Membranen fing ich immer an.

Membran	T	Mittel	t	n
D_6	101 101 100	100,7	1,007	0,993
Q_6	109 110 110	109,9	1,099	0,910
K_6	115 116 117	116,0	1,160	0,862
D_5	82 80 83	81,7	0,817	1,225
Q_5	91 93 90	91,3	0,913	1,095
K_5	97 96 95	96,0	0,960	1,042
D_4	61 61 61	61,0	0,610	1,639
Q_4	69 67 68	68,0	0,680	1,471
K_4	72 72 72	72,0	0,720	1,389
D_3	51 49 47	49,0	0,490	2,041

Membran	T	Mittel	t	n
Q_3	51 51 51	51,0	0,510	1,961
K_3	52 52 51	51,7	0,517	1,934
D_2	32 33 31	32,0	0,320	3,125
Q_2	34 36 34	34,7	0,347	2,882
K_2	34 35 35	34,7	0,347	2,882
D_1	23 24 25	24,0	0,240	4,333
Q_1	25 24 25	24,7	0,247	4,048
K_1	26 25 26	25,7	0,257	3,891

Bei einer Wiederholung dieser Bestimmungen war zu der Seifenflüssigkeit noch eine Menge von 500 Gramm Wasser, in welchem 2 Gramm Saponin aufgelöst worden waren, hinzugegossen. Die Flüssigkeit wurde hierdurch nicht auffällig verändert, wie folgende Zusammenstellung zeigt, wo die betr. Zahlenwerthe in derselben Aufeinanderfolge und Anordnung wie vorhin zusammgestellt sind.

Membran	T	Mittel	t	n
D_6	101 103 103	102,3	1,023	0,999

Membran	T	Mittel	t	n
Q_6	110 110 111	110,3	1,103	0,907
K_6	118 115 118	117,0	1,170	0,855
D_5	86 84 83	84,3	0,843	1,186
Q_5	95 93 96	94,6	0,946	1,057
K_5	101 97 100	99,0	0,990	1,010
D_4	71 65 67	67,7	0,677	1,476
Q_4	74 71 72	72,3	0,723	1,383
K_4	76 75 74	75,0	0,750	1,333
D_3	51 50 51	50,7	0,507	1,972
Q_3	54 53 54	53,7	0,537	1,862
K_3	59 56 55	56,7	0,567	1,764
D_2	35 34 34	34,3	0,343	2,909
Q_2	35 38 85	36,0	0,360	2,778

Membran	T	Mittel	t	n
K_2	36 39 35	36,7	0,367	2,724
D_1	25 25 25 25	25,0	0,250	4,000
Q_1	25 25 26	25,3	0,253	3,953
K_1	25 26 25	25,3	0,253	3,953

Diese Versuche bestätigen den Satz, dafs „von denjenigen gleichflächigen Membranen, deren Umfang ein reguläres Vieleck bildet, die Schwingungszahlen n um so kleiner ausfallen, je gröfser die Seitenzahl dieses Vielecks wird, oder mit anderen Worten auch: je mehr sich der Umfang dieses regulären Vielecks bei gleichem eingeschlossenem Flächenraum einem Minimum nähert, welches Minimum vom Umfang des Kreises erreicht wird.“

Die betreffenden Umfänge von Kreis, Quadrat und Dreieck verhalten sich, wenn r den Radius des Kreises, a die Seite des Quadrats und s die Seite des Dreiecks bezeichnet, wie $2r\pi : 4a : 3s$, oder wenn man bedenkt, dafs wegen der Gleichheit der Flächen $a = r\sqrt{\pi}$, $s = 2r\sqrt{\pi}.\sqrt{\operatorname{tang} 30^0}$ seyn mufs, wie $2r\pi : (4r\sqrt{\pi}) : (6r\sqrt{\pi}\sqrt{\operatorname{tang} 30^0}) = \sqrt{\pi} : 2 : 3\sqrt{\operatorname{tang} 30^0}$

wie $1{,}772 : 2 : 2{,}279$ wie $1 : 1{,}129 : 1{,}286$.

Nehmen wir für die Kreismembran aus den beiden Versuchsreihen die Mittelzahlen, so ergeben sich für T die Werthe

K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
25,5	35,7	54,6	73,5	97,5	116,5,

und benutzen wir diese Werthe, so läſst sich der Zusammenhang graphisch darstellen wie Fig. 4, Taf. II versinnlicht, in welcher auf der Abscisse *AB* die Flächen *F* und senkrecht hierzu als Ordinaten die Gröſsen *T* zu denken sind und wobei weiter auf der Abscisse 1 Millimeter einen Flächenraum von 10 Quadratcentimeter, auf den Ordinaten 1 Millimeter eine Zeit $T = 1$ vorstellt. Der Verlauf von *MN* läſst jedenfalls erkennen, daſs die Zeiten *T* langsamer wie die Flächengröſsen *F* wachsen, denn die Curve, welche den genauen Verlauf vorstellte, würde unzweifelhaft durch den Nullpunkt der Coordinaten laufen und sich von hier mit nach Auſsen convexer Seite erheben. Auch zeigt mit Rücksicht auf diese Thatsache der Zug *MN*, daſs die Beobachtung für F_1 wohl ein zu groſses *T* ergeben hat. Der mögliche Grund hierfür könnte in der Schwierigkeit liegen, bei den so raschen Schwingungen noch eine Genauigkeit zu erzielen, vielleicht liegt er aber auch in einer zu groſsen Belastung der kleinen Membran F_1 gegenüber der, wie sie bei gröſseren Membranen in Betracht kommt, und wird hierauf bezüglich noch eine Bemerkung gemacht werden.

6. Um neben dem Kreise und den regulären Vielecken noch andere Formen zu prüfen, wurde auch eine Ellipse E_5 mit gleicher Fläche wie F_5 und einem Axenverhältniſs wie 2 : 1 und ein ebensolches Rechteck R_5 mit einem Seitenverhältniſs wie 2 : 1 construirt. Eine Versuchsreihe mit K_5, Q_5, E_5 und R_5 ergab nun die Zeiten *T*

	Kreis	Quadrat	Ellipse	Rechteck
	102	98	93	89
	101	99	92	89
	100	100	95	89
Mittel	101,0	99,0	93,3	89,0.

Wir schlieſsen hieraus, daſs der obige Satz, der mit Rücksicht auf die regulären Kreisvielecke ausgesprochen wurde und hierbei allgemeine Giltigkeit hat, für andere Figuren nicht mehr diese Giltigkeit zu behalten braucht.

Denn die vier Umfänge der gleichflächigen Figuren K, Q, E und R verhalten sich wie 1 : 1,129 : 1,032 : 1 : 1,197 und müfste, wenn der genannte Satz auch hier giltig wäre, die Reihenfolge der Flächen mit Bezug auf die zu 100 Schwingungen nöthige Zeit T seyn, K, E, Q und R. Um diese Thatsache noch weiter zu bestätigen, wurde auch noch das D, hinzugenommen und für jede Fläche 10 mal $\frac{T}{2}$ für je 50 Schwingungen an drei verschiedenen Tagen bestimmt. Es ergab sich hierbei

	Ellipse	Dreieck	Quadrat	Rechteck	Kreis
$\frac{T}{2}$ =	43,0	41,7	47,7	40,8	49,1;

nach abnehmenden Werthen von T zusammengestellt die Reihenfolge:

Kreis	Quadrat	Ellipse	Dreieck	Rechteck
98,2	95,4	86,0	83,4	81,6;

die Reihenfolge nach wachsendem Umfang ist aber

Kreis	Ellipse	Quadrat	Rechteck	Dreieck
1,000	1,032	1,129	1,197	1,286,

woraus sich ergiebt, dafs sowohl für die betreffende Ellipse und das Quadrat wie auch für das Rechteck und Dreieck der oben angeführte Satz vom Zusammenhang der Schwingungsdauer T und den Umfängen nicht gilt.

Es war nicht ohne Interesse auch einmal diejenigen Figuren zu prüfen, welche entstehen, wenn drei, vier etc. Kreise sich gegenseitig berühren, und hierbei reguläre Vielecke, nach Aufsen hin von concaven Kreisbogen begrenzt, zu Stande kommen. Für das hierbei entstehende Dreieck, das wir zum Unterschiede vom geradlinig begränzten gleichseitigen Dreieck mit D' bezeichnen wollen, ergiebt sich, wenn der Radius der Berührungskreise mit r' bezeichnet wird, für die zwischen diesen liegende Fläche F' die Formel

$$F' = \frac{r'^2}{\text{tang } 30^0} - \frac{r'^2 \pi}{2} = r'^2 \left(\frac{1}{\text{tang } 30^0} - \frac{\pi}{2}\right).$$

Soll diese Fläche an Inhalt gleich einer Dreiecksfläche mit der geraden Seite s werden, so folgt:

$$r'^2\left(\frac{1}{\operatorname{tang} 30^0}-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{s^2}{4 \operatorname{tang} 30^0},$$

woraus für r' die Bedingungsgleichung:

$$r'=\frac{s}{\sqrt{2(2-\pi \operatorname{tang} 30^0)}}=\frac{s}{0,61026}$$

resultirt.

Für das Quadrat ergiebt sich nach ähnlichen einfachen Formeln:

$$r'=\frac{a}{\sqrt{4-\pi}}=\frac{a}{0.9255}.$$

Bei einer Fläche F_5 wird hiernach der Radius für D'_5 gleich $747^{mm},1$ und der für Q'_5 gleich $324^{mm},2$.

Die Umfänge dieser Figuren würden, den des Kreises wiederum als 1 gerechnet, für Q'_5 gleich 1,9196, für D'_5 2,2067, mithin sehr wesentlich gröfser seyn als bei den anderen bisher betrachteten Figuren. Es wurde nun eine Beobachtung der Schwingungsdauer T angestellt und ergab dieselbe für

K_5	Q_5	D_5	R_5	Q'_5	D'_5
100,0	97,5	85,5	85,0	81,0	76,0.

Es zeigt sich auch hier, dafs diese eigenthümlichen regulären in einen Kreis einzuschreibenden Vielecke Q' und D' für sich mit dem Kreise den Satz befolgen, dafs die Dauer T mit der Seitenzahl abnimmt und ein Maximum mit dem Kreise, ein Minimum mit dem Dreieck erreicht.

7. Ein weiterer Punkt ist ferner die Abhängigkeit der Anzahl der Schwingungen von der Natur der Flüssigkeit und wird erwartet werden können, dafs die Spannungsgesetzmäfsigkeiten, welche insbesondere von Plateau und v. d. Mensbrugghe untersucht worden sind, hier zunächst in Betracht kommen. Ich habe in dieser Beziehung nur wenige Versuche angestellt, und kam hierbei einmal eine Seifenlösung wie oben mitgetheilt gleich $\frac{1}{60}$ und dann eine Saponinlösung gleich $\frac{1}{250}$ zur Verwendung. Das Resultat war bei der Fläche Q_2:

	Seife	Saponin	Seife	Saponin
T =	35	31	35	31
	35	32	36	31
	35	32	35	30
Mittel =	35,0	31,7	35,3	30,7

ferner bei Q_3

Saponin		Seife	
T = 43	Mittel = 41,0	51	Mittel = 51,0.
41		51	
41		51	
40		51	
40		51	

Um jedoch in Bezug auf den genaueren Zusammenhang zwischen der Oberflächenspannung und der Zeit T zu kommen, stellte ich mir die Flüssigkeiten: Marseiller Seife ($\frac{1}{40}$) und Saponinlösung ($\frac{1}{100}$), für deren doppelte Oberflächenspannung nach Dupré (Vergl. Berl. Ber. XXIV, S. 154) bzw. gleich 5,64 und 8,74 Millgr. gefunden wurde. Es wurde nun zehnmal die Zeit T bei Q_2 und fünfmal bei Q_3 bestimmt und ergab sich für Q_2

	Seifenwasser	Saponinlösung
	T = 36,2	30,0
für Q_3		
	T = 52,6	42,8.

Berücksichtigt man diese Zahlen, so wird man finden,

„dafs die Zeiten T sich nahe umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Spannungen verhalten."

Das erstere Verhältnifs ist nämlich bei Q_2 1,207, bei Q_3 1,231 und das umgekehrte Verhältnifs der Quadratwurzeln aus den Spannungen gleich 1,245.

8. Dafs eine mechanische Vermehrung der Belastung der Membran mit einer Vergröfserung der Zahl T verbunden ist, liegt auf der Hand. Man wird es nicht immer leicht erreichen können, dafs die Membranen überall absolut gleiche Dicke besitzen, dafs nicht vom Rahmen her Flüssigkeitsparthien sich nach der Mitte hinbegeben und so die Membran stärker belasten. Soll dies letztere

möglichst vermieden werden — und es wurde bei den vorausgehenden Versuchen möglichst vermieden —, so darf man die Rahmen nicht zu rasch aus der Seifenflüssigkeit herausheben, weil dann die schleimigen Massen eher Gelegenheit nehmen können an der krummen Fläche, die sich beim Emporziehen zunächst bildet, in's Gefäfs herabzugleiten. Sucht man im Gegensatz hierzu durch ein rascheres Abheben oder vielleicht durch ein Abfangen in den Ecken etc. solche Ansammlungen zu erhalten und läfst sie hernach über die schwingende Membran hingleiten, so wird die Belastung gröfser und hiermit auch die Zeit T. Ein Versuch mit Q_4 in dieser Beziehung angestellt, ergab bei zweimaligem Wiederholen im Mittel

	Belastet	Möglichst unbelastet
$T =$	72,5	67,5.

Dieses Anhaften schleimiger Massen und hiermit zusammenhängend die gröfsere Unregelmäfsigkeit in der Dicke der Membranen nimmt mit der Verkleinerung der Flächen zu und liegt hierin wohl der Grund, wefshalb die Zeit T bei der kleinsten Fläche, wie schon oben bemerkt, etwas zu grofs gefunden wurde.

Wesentlich ändert sich auch die Schwingungszeit T, wenn man die Membran nöthigt viel gröfsere Ausbiegungen zu machen, bei welchem Manöver sich ja gerade oft grofse Kugeln absondern. Läfst man diese nicht zu Stande kommen, sorgt aber dafür, dafs sich die Lamellen doch aussacken, so ist die Aenderung von T sehr bemerkenswerth.

9. Einen sehr merkwürdigen Punkt bildet nun weiter die Frage nach den Oberschwingungen oder Partialschwingungen und eröffnet sich hier ein Feld, das noch reichen Stoff für Untersuchungen dem Theoretiker wie dem Experimentator liefert. Denn man ist bei den in Rede stehenden Lamellen im Stande ihre Spannung genau zu erforschen, man ist im Stande beliebige Formen mit gleichmäfsiger Spannung und verhältnifsmäfsig grofser Regelmäfsigkeit der Dicke herzustellen, welches in allen anderen

Fällen, wobei man Papier etc. verwenden mufs, nicht so gelingt.

Ich habe nun drei Mittel angewendet, um die Partialschwingungen einzuleiten. Das *erste* besteht darin, dafs man einfach das schnellere Tempo der betr. Partialschwingungen durch eine *raschere* Handbewegung herauszubringen sucht. Bei einer Kreismembran wird man dann deutlich sehen, wie bei der zweiten Schwingung sich ein Knotenkreis, bei der dritten sich zwei Knotenkreise bilden, zwischen denen die Schwingungsmaxima liegen: also die Formen, wobei als Knotenlinien Kreise entstehen. Ich theile sogleich die Versuche mit: Für K_6

Grundschwingung	$T =$ 115	Mittel	115^s,7;
	115		
	117		
nächste Partialschw.	$T =$ 33	Mittel =	35^s,4;
	34		
	38		
	35		
	37		
zweitnächste Partialschw.	$T =$ 20	Mittel =	20^s,0;
	20		

ferner bei K_5

Grundschwingung	$T =$ 97,0		
Erste Partialschw.	$T =$ 28	Mittel =	28^s.
	28		

Es drängt sich hier in erster Linie die Frage vor: wie stimmen diese Zahlen mit denen, welche man bei kreisförmigen Membranen anderer Art theils theoretisch, theils experimentell abgeleitet hat? Die bedeutungsvollste Arbeit insbesondere für quadratische und kreisförmige Membranen rührt bekanntermafsen einmal von den HH. J. Bourget und F. Bernard her und findet sich in den *Annales de chim. et phys. Tome LX, p.* 449 unter dem Titel: *Sur les vibrations des membranes carrées*; die andere Arbeit, welche zunächst im Zusammenhang mit den von

mir beobachteten Schwingungszeiten der Partialschwingungen bei kreisförmigen Flüssigkeitshäutchen steht, ist von Bourget allein herrührend und befindet sich in den *Annales scientifiques de l'école normale supérieure Tome III, p.* 55 unter dem Titel: *Mémoire sur le mouvement vibratoire des membranes circulaires.* In dieser letzteren Abhandlung zeigt der Verfasser, daſs die von der Theorie bestimmten Knotenlinien ihren Dimensionen nach genau mit denen durch's Experiment gefundenen übereinstimmen, daſs also die Radien der Knotenkreise, die bei den Obertönen der Membranen theils allein, theils in Verbindung mit einer Anzahl Durchmesser auftreten, sowohl nach der Theorie berechnet, als experimentell ermittelt dieselben sind. Nicht so übereinstimmend sind aber die Schwingungszahlen der Membrantöne, sondern im Gegentheil: der von der Theorie vorausgesagte musikalische Oberton weicht von dem der Erfahrung so weit ab, daſs diese Abweichung unmöglich in's Bereich der Beobachtungsfehler verwiesen werden kann. Während z. B., den Grundton mit 1 bezeichnet, bei einer kreisförmigen Membran der erste und zweite Oberton mit einem und zwei Knotenkreisen ohne Durchmesser nach der Theorie 1,57 und 3,60 seyn soll, sind die wirklich beobachteten Töne 1,97 und 5,65 und weichen diese um die Intervalle $\frac{1,97}{1,59} = 1,24$ und $\frac{5,65}{3,60} = 1,57$ von jenen ab. Daſs diese Abweichung bei den von mir untersuchten Schwingungen der Flüssigkeitsmembranen sich ebenso bemerklich macht, kann nicht bezweifelt werden und muſs hierbei auch dieselbe Ursache vorausgesetzt werden, wie sie Bourget später bei seinen Untersuchungen in sehr befriedigender Weise nachgewiesen hat: nämlich der Einfluſs des Luftwiderstandes. Man vergleiche hier die Arbeit Bourget's in den *Comptes rendues LXXII, p.* 560, auch in den Berl. Ber. XXVII, S. 274 unter dem Titel: *Influence de la résistance de l'air dans le mouvement vibratoire de corps sonores.*

Da Bourget auch sehr genaue Experimente angestellt

hat, so war es von Interesse zunächst meine Resultate mit jenen zu vergleichen, um zu sehen, in wie weit die Flüssigkeitshäutchen mit anderen Membranen (Papiermembranen) übereinstimmen. Nach der oben citirten Abhandlung Bourget's p. 92 müssen die beobachteten Töne bei $C_0 D_0$, $C_1 D_0$, $C_2 D_0$ d. h. bei der Grundschwingung, bei der Schwingung mit einem Knotenkreis und keinem Durchmesser, mit zwei Knotenkreisen und keinem Durchmesser sich verhalten wie 1 : 3,26 : 5,65. Die von mir beobachteten Schwingungen bei der Membran F_6 verhalten sich wie $\frac{100}{115,7} : \frac{100}{35,4} : \frac{100}{20,0}$ oder wie $1 : \frac{115,7}{35,4} : \frac{115,7}{20,0}$ oder wie 1 : 3,268 : 5,708. Ferner bei der Membran F_5 wie $1 : \frac{97,0}{28,0}$ wie 1 : 3,464. Die Uebereinstimmung bei der Membran F_6 kann nicht besser gewünscht werden; in wie weit die Membran F_5 bei einer genaueren Prüfung eine bessere Uebereinstimmung liefern würde, mufste festgestellt werden und ergab sich bei fünf Versuchen, wobei auch noch die zweite Partialschwingung berücksichtigt wurde:

Grundschwingung	$T=$	101	101	100	99	99	Mittel	$=$ 100,0
Erste Partialschw.	$T=$	29	28	29	27	27	„	$=$ 28,0
Zweite Partialschw.	$T=$	18	18	18	17	18	„	$=$ 17,8

wonach die Verhältnisse der Schwingungszahlen nunmehr zu $1 : \frac{100}{28} : \frac{100}{17,8}$ wie 1 : 3,572 : 5,618 werden und wonach das zweite Verhältnifs noch mehr abweicht wie vorhin. Wie dem auch sey, es ergiebt sich aus den mitgetheilten wenigen Versuchen jedenfalls, dafs unsere Membranen, wie auch zu erwarten war, wohl übereinstimmende Verhältnisse mit den bisher untersuchten Membranen von Papier, Kautschuk etc. bieten.

Bei den rascheren Partialschwingungen mufs jedoch bemerkt werden, dafs die bis jetzt von mir angewandte Methode diese Schwingungen hervorzubringen aus einem bestimmten Grunde Resultate liefert, welche mit denen bei Membranen festen Körper nicht genau übereinzustimmen

brauchen. Bei den Schwingungen dieser letzteren Membranen wird nämlich der Rand als ruhend zu denken seyn, da ja bei allen Methoden, welche man anzuwenden pflegt, der Rand keine Bewegung mitmacht. Bei meiner Methode liegt die Sache aber etwas anders und verhält sich die Membran mit irgend einem ihrer Durchmesser so wie ein Faden, der an beiden Enden an zwei unisono schwingende Stimmgabeln oder je an eine schwingende Lamelle angeknüpft ist. Die hierbei eintretenden Bewegungen und ihre Veränderungen sind ganz dieselben, wie die, welche ich gelegentlich der Veröffentlichung einer anderen Arbeit (*diese Annalen Bd. CXI, S.* 516) mittheilte. Der Zusammenhang ist nur in umgekehrter Weise zu denken wie dort. Dort nämlich hatten wir es mit einem Faden zu thun, dessen Spannung sich der Stimmgabel anpassen mufste, jetzt aber bei den Schwingungen der Lamellen, müssen wir deren Spannung als unveränderlich voraussetzen und das Tempo unserer Handbewegung verändern und würde also dieser letztere Fall dem entsprechen, wo wir einen bestimmt gespannten Faden annehmen und nach und nach an seinen beiden Enden anders schwingende Gabeln anbringen, bis wir diese nahe von einem solchen Tempo haben, dafs eine wirkliche Partialschwingung zum Vorschein kommt. Fig. 5 Taf. II wird den Zusammenhang noch genauer erläutern; *a* stellt einen Membrandurchmesser vor, dessen Enden *e* absolut ruhig und wobei die Partialschwingung: ein Knotenkreis mit dem Durchmesser *n'n'* zu Stande gekommen ist; dächten wir die Enden *e* aber in Bewegung, so sind zwei Fälle denkbar, nämlich der Fall wie bei *b*, wobei die Enden ein etwas *schnelleres* Tempo besitzen als die Membranschwingung bei *a* war; oder der Fall wie bei *c*, wenn die Enden ein wenig *langsamer* schwingen wie es dem Fall *a* zukam.

10. Die bisher besprochene Methode, die Partialschwingungen hervorzurufen, beschränkt sich aber nicht auf die Fälle, wobei blos Knotenkreise (oder wie bei quadra-

tischen Membranen kreisähnliche Figuren) zu Stande kommen, sondern kann auch da angewandt werden, wo bestimmte gerade Linien (Diameter) die Knotenlinien bilden sollen, also z. B. bei einer Kreismembran, wo *ein* Durchmesser sich bilden soll, ebenso bei einer quadratischen, rectangulären und ellipischen Membran, falls ein einziger Diameter als Knotenfigur sich bilden soll. Die Manier, nach welcher hierbei zu verfahren ist, ergiebt sich leicht: Soll nämlich in irgend einer Richtung ein Diameter als Knotenlinie sich bilden, so wird man senkrecht hierzu eine hin- und hergehende Bewegung mit dem Rahmen ausführen müssen, d. h. es muſs der zu erzeugende Diameter seiner Richtung nach die Drehungsaxe für die Bewegung des Rahmens bilden. Um in dieser Beziehung jedoch gröſsere Sicherheit zu erlangen, verfährt man so, wie die Fig. 7 Taf. II versinnlicht, welche beispielshalber den von mir schon oben bezeichneten elliptischen Rahmen E_6 vorstellt. In der Richtung der kleinen wie der groſsen Axe sind je zwei Drahtstücke *bb* und *aa* angelöthet und auſserdem bei *c* ein fünftes Drahtstück, welches für die bisherigen Versuche als Handhabe diente; macht man sich nun auf irgend eine Weise ein passendes Axenlager zurecht, so muſs, falls die kleine Axe Knotenlinie werden soll, der Rahmen mit den Drahtenden *bb* auf dieses Axenlager aufgelegt, und dann, indem man mit der Hand das Stück *c* gefaſst hält, die betr. hin- und hergehende Bewegung um *bb* eingeleitet werden. Soll die Knotenlinie mit der groſsen Axe zusammenfallen, so legt man den Rahmen mit *aa* auf; das Axenlager muſs in Folge dessen so construirt werden, daſs man die beiden Lager verstellen kann. Am besten wird man hierbei zum Ziel kommen, wenn man die Membran vertical, d. h. den Arm *c* zunächst horizontal hält. Ein Versuch mit E_6 ergab hierbei

Grundschwingung ohne Knotenlinie		*T* gleich	87
Knotenlinie ‖	*bb*	„ „	51
„ „	*aa*	„ „	32.

11. Eine *zweite* Methode, welche ich anwandte, um die Partialschwingungen der Lamellen zu erzeugen, besteht darin, daſs ich einen passend eingerichteten zweiten schwingenden Körper an entsprechende Stellen der Membran anhielt, und diese im Contact mit dem Körper seine Schwingungen mitzumachen nöthigte. Von allen schwingenden Körpern, die ich nun in dieser Beziehung geprüft habe, eigneten sich am besten die in Form von Stimmgabeln hergerichteten. Zu dem Ende bog ich ein Stück Bandeisen oder auch ein Stück dicken Eisendraht *à la* Stimmgabel um und befestigte an dem einen Ende einen cylindrischen Kork *g*, an dem andern rechtwinklig zur Zinkenebene ein geradliniges Stück Draht *c*. Soll die Einrichtung ihrer Schwingungsdauer nach veränderlich seyn, so wird man an den Zinken noch Laufgewichte anzubringen haben. Fig. 6 Taf. II stellt eine solche Gabel vor, gebildet aus $2{,}3^{mm}$ dickem Eisendraht; die Arme sind 500^{mm} lang; die Laufgewichte *p* bestehen einfach aus zwei Korken, um welche Eisendraht gewickelt ist. Diese Gabel, an der Handhabe *m* gehalten, ergab, wenn die Laufgewichte möglichst vorn standen, ein T gleich 39 und bei der entgegengesetzten Stellung der Laufgewichte ein T gleich 25; eine andere ähnliche Drahtgabel machte viel raschere Schwingungen und bestimmte ich mit Beachtung der Schwingungscurven, indem ich die Hand mit der Gabel, während der vorn glänzend gemachte Querdraht *c* horizontal schwang, vertical auf- und nieder bewegte, und die Schwingungscurve 1 : 3 zu erhalten suchte, das Tempo der Handbewegung gleich $T' = 33$, mithin das der Gabel gleich $T = 11$.

Wendet man nun eine solche Gabel an, so wird man im Stande seyn eine groſse Zahl von Schwingungsfiguren herauszubringen. Will man hierbei eine Erregung von einem Punkte aus einleiten, also z. B. bei einer gleichseitigen Dreieckmembran die Mitte derselben erschüttern, so hebt man die Membran mit der linken Hand aus der

Flüssigkeit ab, schlägt mit der rechten Hand die Drahtgabel an und hält diese, während sie schwingt, mit dem Kork *g* an die Mitte der Membran. Will man bei bestimmt gestaltenen Membranen z. B. längeren rechteckigen Streifen von einem Ende aus eine geradlinige Erschütterung einlenken, so hält man den Draht *c* Fig. 6, Taf. II nahe an das Ende der Membran parallel zur kurzen Seite des Rechtecks und man wird finden, wie die Membran mit einer Reihe von Wellenbergen und Thälern durchzogen wird, d. h. genauer geredet: es wird eine Schwingungsfigur mit mehreren geradlinigen Knoten parallel der kurzen Rechtecksseite zu Stande kommen. Läſst man hierbei die Membran von der Sonne bescheinen und den Reflex auf einer gegenüber stehenden Wand erzeugen, so kann man die ganze Erscheinung auch objectiv machen, doch gehört hierzu, daſs die Membran sonst möglichst vor Schwankungen bewahrt bleibt.

12. Was die Erzeugung solcher langen rechteckigen Membranstreifen anlangt, so bemerke ich, daſs dieselben in sehr bedeutender Länge erzeugt werden können, wenn man zwei Handhaben *A* und *A'* Fig. 8, Taf. II durch zwei gleichlange Fäden *F* verbindet, das Ganze in die Flüssigkeit eintaucht und vorsichtig dann die Handhaben herauszieht. Die Spannung der Lamelle wird die Fäden schon eine kurze Strecke von den Handhaben abgerechnet zur unmittelbaren Vereinigung bringen; die Trennung der Fäden im Ganzen findet statt, sobald man die beiden Handhaben vorsichtig von einander entfernt und sich zum Halten der einen Handhabe, wenn der Streifen zu lang wird, eines Gehilfen bedient. Am vortheilhaftesten ist es hierbei, die Membran in horizontaler Lage zum Entstehen zu bringen; denn läſst man sie in verticaler Richtung sich bilden, so wird das obere Ende leicht zu dünn und die Membran reiſst wohl meist zu früh. Ich habe auf diese Weise Membranstreifen von 5 Ctm. Breite und drei Meter Länge ohne Schwierigkeit erhalten und würde die Vergröſserung der Länge

wohl noch viel weiter getrieben werden können, aber schon bei drei Meter Länge ist der Zug, welcher beiderseits an den Handhaben, um die Fäden in eine parallele Lage zu bringen, ausgeübt werden mufs, ein bedeutender. Die Fäden wählt man bei solchen Längen nicht zu dünn, denn es mufs immerhin für das Zustandekommen der Membran die nöthige Flüssigkeit vorhanden seyn.

13. Eine *dritte* Methode Flüssigkeitsmembranen in Transversalbewegungen zu versetzen, besteht in der Anwendung eines Streichstäbchens, das man senkrecht auf eine bestimmte Stelle des Drahtgestells aufkittet und mit nassen Fingern anstreicht. Mehrfach wird man aber auch dasselbe erreichen, wenn man eine Seite des Drahtgestells unmittelbar durch Klopfen mit den Fingern in Schwingung versetzt.

Hierbei wird man namentlich auch noch eine Erscheinung beobachten können, welche bei näherem Verfolg vielleicht ein noch weiteres Mittel zur genaueren Bestimmung der Schwingungszahl bei solchen schwingenden Membranen abgeben kann. Da man nämlich in den Membranen die Umgegend sich abspiegeln sieht, so wird, wenn man einen Draht oder einen Faden in bestimmter (horizontaler) Lage über eine Membran spannt, das Spiegelbild des Fadens, falls Wellen auf der Membran sich einstellen, ebenfalls solche Wellen zeigen, aus deren Zahl auf die der Membran geschlossen werden kann. Auch die Drahttheile des Rahmens zeigen schon beim Reflex diese Wellen.

14. Zum Schlusse erlaube ich mir noch darauf aufmerksam zu machen, dafs die Membranen vielfache Anwendung und Beachtung finden können, wo es sich um den Widerstand der Luft handelt. Denn bringt man z. B. eine Membran in ein System hinein, welches eine Pendelbewegung oder Rotationsbewegung machen soll, so kann dies erstens mit der gröfsten Leichtigkeit geschehen, denn ein blofses Eintauchen des Systems in Seifenwasser genügt; zweitens: dies Hinzufügen der Membran wird in

sehr vielen Fällen wegen der geringen Masse der Membran die Masse des in Bewegung zu setzenden Systems gar nicht verändern; drittens: ist das System incl. Membran in Bewegung, so kann diese sofort in jedem Momente der Bewegung zerstört werden und wird sich von diesem Momente an der Wegfall des Luftwiderstandes bemerklich machen.

Marburg am 17. Juni 1876.

V. *Ueber die Photographie der weniger brechbaren Theile des Sonnenspectrums; von H. C. Vogel und O. Lohse.*

Seit längerer Zeit mit der Anfertigung photographischer Bilder des Sonnnenspectrums behufs genauer Lagenbestimmung der Linien beschäftigt, glaubten wir uns an Versuchen betheiligen zu müssen, die neuerdings in Bezug auf die Wirkung der weniger brechbaren Theile des Spectrums, der gelben und rothen Strahlen, auf lichtempfindliche Substanzen angestellt worden sind. Insbesondere erregte eine vorläufige Notiz des Capt. Abney in den *Monthly Notices* (*Vol. XXXVI*, No. 5; März 1876) unsere Aufmerksamkeit dadurch, dafs in derselben in ziemlich hoffnungsvoller Weise die Möglichkeit ausgesprochen war, dem Auge unsichtbare Theile des Spectrums jenseits des Roth, mit Hülfe der Photographie sichtbar zu machen.

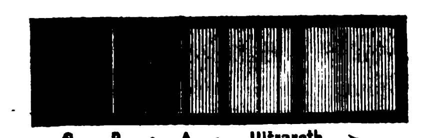
Während Prof. H. W. Vogel, Capt. Watherhouse und Andere bemüht gewesen sind, durch Zusatz von Farbstoffen (Naphtalinroth, Rosanilin), die Empfindlichkeit der photographischen Schichten für gelbes und rothes Licht zu erhöhen, hat Capt. Abney eine Beobachtung gemacht, deren Richtigkeit sich schon aus den jetzt vielfach gebrauchten

neueren photographischen Methoden ergiebt, nämlich, dafs gewisse Zusätze von organischer Materie (Harze, Balsame) zu den photographischen Präparaten, in noch viel höherem und vollkommenerem Grade geeignet sind die Empfindlichkeit für gelbes und rothes Licht zu steigern. Wir begaben uns sofort daran, mit einer grofsen Reihe von Kohlenhydraten hierauf bezügliche Versuche anzustellen, welche auch in sofern mit Erfolg gekrönt erschienen, als wir sehr bald Lichtwirkungen im Roth erhielten und bei verhältnifsmäfsig kurzer Exposition mit Hülfe unseres Apparats[1]) eigenthümliche Lichtwirkungen, die sich weit über *B* hinaus erstreckten, kenntlich wurden. Auffallender Weise zeigten sich hinter *B* keine dunklen (im Negativ hellen) Absorptionslinien, sondern im Gegentheil ungefähr in dem Theile des Spectrums, wo sich *A* befinden sollte, ein schmales Maximum der Lichtwirkung. Auch noch im Ultraroth liefsen sich verschiedene Abschattirungen parallel den Fraunhofer'schen Linien erkennen.

Eine öftere Wiederholung der Versuche führte zu ganz

1) Der Apparat besteht aus einer langen Camera mit einem Objectiv von 1,5 Meter Brennweite, und einem Prisma von Crownglas mit 60^{0} brechendem Winkel. Die Collimatorlinse hat 60^{cm} Brennweite bei 40^{mm} Oeffnung. Vor dem Spalt ist eine Concentrationslinse angebracht von 63^{mm} Oeffnung. Das Sonnenlicht wird in den Apparat mit Hülfe eines Heliostaten geleitet, der mit einem Silberspiegel versehen ist. Nicht mit Rücksicht auf die mitgetheilten Versuche, welche uns nur vorübergehend beschäftigen, sondern zu anderen Zwecken sind alle optischen Theile unseres Spectralapparats aus Bergkrystall gefertigt. Statt des Bergkrystall-Prismas verwandten wir, wie bereits gesagt, ein solches von Crownglas. Alle Theile des Apparates sind auf das sorgfältigste, in Bezug auf ihren lichtdichten Verschlufs geprüft worden, und es kann nur solches Licht, welches durch das Prisma gegangen ist, die Platte treffen. Aufserdem wurde noch kurz vor der lichtempfindlichen Platte ein Diaphragma aufgestellt, welches die blauen, grünen und gelben Theile des Spectrums abblendete, da wir gefunden hatten, dafs bei einer Exposition von 20 bis 30 Minuten, wie sie die rothen Strahlen erfordern, von den besser wirkenden Theilen des Spectrums, welche stark überexponirt sind, eine Irradiation ausgeht, welche unter Umständen bis über Roth hinaus sich erstrecken kann.

ähnlichen Resultaten und es erscheint uns im Interesse anderer Beobachter, welche möglicherweise auch derartige Lichtwirkungen im Ultraroth erhalten haben, nicht unwichtig eine getreue Copie des negativen Bildes, was wir von der betreffenden Gegend des Spectrums erhielten, durch beistehende Zeichnung zu geben. Sehr auffallend mufste



es erscheinen, dafs es uns nicht gelingen wollte den Absorptionsstreifen *A* auf den Photographien wahrzunehmen, trotzdem, dafs eine photographische Wirkung der umliegenden Farbe vorhanden war und *A* mit einem Ocular betrachtet, zumal bei Anwendung eines rothen Glases, mit grofser Deutlichkeit hervortrat. Die Vermuthung, dafs hier störende Reflexe innerhalb des Prismas möglicherweise jene eigenthümlichen Lichtwirkungen hervorgebracht hätten, lag nahe und wir beschlossen daher nur rothes Licht dem Apparate zuzuführen, indem wir vor dem Spalte ein dunkelroth gefärbtes Ueberfangsglas aufstellten, welches sich als fast ganz undurchlässig für Blau, Grün und Gelb erwiesen hatte und nur Orange und Roth durchliefs.

Obgleich wir befürchteten, dafs auch diejenigen Theile des Spectrums, auf welche es uns besonders ankam, zu stark geschwächt werden würden, um noch einen Eindruck auf der photographischen Platte zu erhalten, wurden doch schon durch den ersten Versuch unsere Befürchtungen gehoben, indem der rothe Theil fast ganz in derselben Intensität, wie ohne rothes Glas, bei der Entwicklung der Platte zum Vorschein kam. Diese und die folgenden Platten, welche wir anfertigten, liefsen die Linien *C*, *B*, *a* in vorzüglicher Weise erkennen und *A* erschien auf dem Negativ als helle breite Bande. Die Licht-Wirkung

erstreckte sich auf den Platten nur wenig über *A* hinaus und reichte weiter als man sehen kann.

Es scheint aus diesen Versuchen mit großer Sicherheit hervorzugehen, daß die Lichtwirkungen, welche wir vor Anwendung des rothen Glases im Ultraroth erhalten hatten, lediglich auf Reflexion innerhalb des Prismas zurückzuführen sind, und zwar von solchen Strahlen, die photographisch besonders wirken. Daß eine störende Mischung von Farben bei unseren Spectralapparaten im äußersten Roth stattfindet, erkennt man ja bereits mit dem Auge und hilft dem Uebelstande durch rothe Gläser ab.

Die Hoffnung durch ungewöhnlich lange Expositionen doch noch einige Theile jenseits des sichtbaren rothen Theiles des Spectrums zu erhalten, ist leider bis jetzt nicht realisirt worden.

Als empfindliche Platten für beliebig lange Expositionen haben wir Emulsionstrocken-Platten verwandt, deren Empfindlichkeit für Roth durch Zusatz von Harzen zu steigern beabsichtigt wurde. Solche Platten gaben mit Anwendung des rothen Glases vor dem Spalt, nach einer Belichtung von 30 bis 40 *Minuten*, Bilder, auf welchen *A* und die umliegenden Theile des Spectrums schwach zu erkennen waren. Platten, die 3 bis 4 *Stunden* exponirt worden waren, zeigten nicht viel mehr, nur erschien *A* sehr deutlich und die intensivere Lichtwirkung der umliegenden Theile erstreckte sich etwas weiter über *A* hinaus, dort ganz allmählig schwächer und endlich ganz unmerklich werdend[1]). Der Annahme, daß vielleicht das angewandte rothe Glas die ultrarothen Strahlen stark absorbire, dürfte sehr geringe Wahrscheinlichkeit zukommen, doch sollen die Versuche noch nach dieser Richtung hin weiter fortgeführt werden.

1) Es kann wohl als selbstverständlich angenommen werden, daß wir bei allen diesen Versuchen, wo es uns nicht darauf ankam möglichst detaillirte Photographien zu erhalten, den Spalt am Spectroskop meist sehr weit geöffnet haben, so daß nur noch die intensivsten Absorptions-Linien zu erkennen waren.

Wir haben die trocknen mit Harzen präparirten Emulsions-Platten auch noch auf Gelb und Grün angewandt und dieselben sehr geeignet gefunden diese Theile des Spectrums, selbst bei Anwendung recht starker Zerstreuung, zu fixiren.

Wir glauben folgende Sätze als das Resultat unserer bisherigen Untersuchungen hinstellen zu können:

1) *Mit Hülfe der von uns angewandten Emulsions-Trockenplatten lassen sich alle Theile des sichtbaren Spectrums bis zum äufsersten Roth hin photographiren.*

2) *Bei der enormen Abnahme der chemischen Wirkung im Roth*[1]*, scheint es indefs kaum wahrscheinlich, weitere Regionen des Sonnenspectrums jenseits von A mit Hülfe der Photographie sichtbar zu machen, wie das in so ausgedehnter Weise im Ultraviolett möglich geworden ist.*

Berlin, 18. Mai 1876.

VI. *Ueber die Anzahl der elektrischen Materien; von C. Neumann in Leipzig.*

Zugleich als Erwiederung auf die Bemerkungen des Hrn. E. Edlund (diese Annalen Bd. 156, S. 590 und Bd. 157, S. 630).

Bei Gelegenheit meines Aufsatzes über das W. Weber'sche Gesetz (Pogg. Annalen, Bd. 155, S. 211) habe ich gezeigt, dafs die Thatsachen der sogenannten *unipolaren Induction* zu einer gewissen Entscheidung führen über die Frage nach der *Anzahl* der elektrischen Materien. Die von Herrn Prof. E. Edlund gegen diese Betrachtungen erhobenen Angriffe (Pogg. Annal. Bd. 156, S. 590) sind bereits von W. Weber discutirt und als unhaltbar zurück-

1) Man kann ungefähr für die Verhältnisse der Wirkungen im Blau und im äufsersten Roth bei *A* die Zahlen 1 : 1000 annehmen.

gewiesen worden (Pogg. Ann. Bd. 157, S. 146). Auch hat Herr Edlund hierauf bereits eingeräumt, daſs er sich — wenigstens theilweise — *geirrt* habe, und die Schuld seines Irrthums einem „verführerischen Fehler" aufgebürdet, der in den beiden Auflagen des Wiedemann'schen Werkes sich vorfinde (Pogg. Annalen, Bd. 157, S. 630).

Wie dem auch sey — jedenfalls geht aus den Angriffen des Herrn Edlund deutlich hervor, daſs es nicht überflüssig seyn wird, meine damaligen Betrachtungen in etwas *gröſserer Ausführlichkeit* von Neuem darzulegen.

§. 1.

Die gewöhnlichen Vorstellungen über die unipolare Induction.

Die Erfahrung lehrt, daſs, wenn eine *geschlossene* stillliegende Leitungsbahn B sich in der Nähe eines um seine Axe rotirenden Magnets befindet, kein Inductionsstrom in der Leitungsbahn entsteht. Die Ursache ist nach der *gewöhnlichen Vorstellungsweise* die, daſs der rotirende Magnet in dem einen Theil $B_{\prime}$ der geschlossenen Leitungsbahn eine elektromotorische Kraft hervorruft, welche mit der in dem übrigen Theile $B_{\prime\prime}$ der Leitungsbahn hervorgerufenen *entgegengesetzt* ist, so daſs beide zusammengenommen sich aufheben.

Denkt man sich nun aber den Bahntheil $B_{\prime}$ mit dem rotirenden Magneten verbunden, so wird in $B_{\prime}$ *keine* elektromotorische Kraft inducirt werden, sondern nur noch in $B_{\prime\prime}$. Sind daher bei diesem Versuch die Anordnungen von solcher Art, daſs $B_{\prime}$ ungeachtet seiner Rotation mit dem stillstehenden Bahntheil $B_{\prime\prime}$ fortwährend in leitender Berührung bleibt, so wird in der Leitung ein gewisser Strom entstehen auf Grund der in $B_{\prime\prime}$ inducirten elektromotorischen Kraft [1]). Dieser Strom ist proportional der Winkelgeschwindigkeit des Magneten; und Gleiches gilt daher auch von der in $B_{\prime\prime}$ inducirten elektromotorischen Kraft.

1) Ich habe absichtlich bei diesen Expositionen den Worten des Hrn. Edlund mich möglichst angeschlossen.

Dies sind die *gewöhnlichen Vorstellungen* über die unipolare Induction. Wir können dieselben übrigens, ihrem Hauptinhalt nach, etwas bequemer und übersichtlicher zusammenfassen unter Anwendung einer geschlossenen Leitungsbahn, die nicht aus zwei gegeneinander beweglichen Stücken besteht, sondern vielmehr aus einem einzigen Stück von unveränderlicher Gestalt. Wir haben alsdann zwei *starre Körper*: die geschlossene Leitungsbahn und den cylindrischen Stahlmagneten. Denken wir uns nun diese starren Körper mit verschiedenen und von einander unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten in Rotation begriffen um ein und dieselbe Axe, und zwar um die geometrische Axe des Magneten, so können wir über die in Rede stehende Vorstellungen uns folgendermaßen ausdrücken.

(1) *Die vom Magnet in der ganzen Leitung inducirte elektromotorische Kraft ist stets Null*, wie beschaffen jene *Winkelgeschwindigkeiten auch seyn mögen.*

(2) *Die vom Magnet in einem gegebenen Theile der Leitungsbahn inducirte elektromotorische Kraft ist proportional der Differenz der beiden Winkelgeschwindigkeiten, also z. B. Null, wenn dieselben einander gleich sind.*

Es dürfte wohl kein Zweifel stattfinden, daß diese Sätze die *gewöhnlichen Vorstellungen* über die unipolare Induction in correcter Weise ausdrücken; und ich glaube in dieser Beziehung auch mit Herrn Edlund in vollem Einklang zu seyn. Herr Edlund hat nun aber behauptet[1], diese Sätze oder Vorstellungen seyen *unrichtig*, weil sie in Widerspruch ständen mit den experimentellen Untersuchungen von Plücker. Demgemäß mag es mir gestattet seyn, auf diese Untersuchungen näher einzugehen.

1) Diese Behauptung hat Hr. Edlund in seinem ersten Aufsatz ausgesprochen (Pogg. Ann. Bd. 156, S. 592); denn er sagt dort: *diese Vorstellung aber kann nicht richtig seyn, weil sie der directen Beobachtung widerspricht.*" Auch läßt der zweite Aufsatz des Hrn. Edlund (Pogg. Ann. Bd. 157, S. 630) nicht erkennen, in wie weit derselbe seine Meinung inzwischen geändert habe.

§. 2.

Die Plücker'schen Experimente (Pogg. Ann. Bd. 87, S. 352).

Ein cylindrischer Stahlmagnet M sey umgeben von einer kupfernen Hülle $B_{,}$, welche die Form eines Hutes besitzt, nämlich aus einem cylindrischen Mantel besteht, der auf der einen Seite durch einen kreisförmigen Deckel geschlossen ist. Aufserdem sey ein linearer Leiter $B_{,,}$ gegeben, dessen Enden die Mitte des Cylindermantels und die Mitte des Deckels leitend berühren. Alsdann bilden $B_{,}$ und $B_{,,}$ zusammengenommen eine *geschlossene* Leitung, welche $B_{,} + B_{,,}$ oder kürzer B heifsen mag.

Bei den Plücker'schen Versuchen waren der Magnet M und die Hülle $B_{,}$ von einander unabhängig mit verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten drehbar um ihre gemeinschaftliche geometrische Axe; und der gröfseren Allgemeinheit halber wollen wir annehmen, dafs um dieselbe Axe auch $B_{,,}$ drehbar sey. Alsdann wird die durch den Magneten M in der Leitung $B_{,,}$ inducirte elektromotorische Kraft F abhängig seyn von den drei Winkelgeschwindigkeiten α, $\beta_{,}$ und $\beta_{,,}$, mit welchem M, $B_{,}$ und $B_{,,}$ um jene Axe rotiren; was angedeutet seyn mag durch die Formel:

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F = F(\alpha, \beta_{,}, \beta_{,,}).$$

Diese Kraft besteht offenbar aus zwei Theilen, aus einem, welcher von M in $B_{,}$, und aus einem zweiten, welcher von M in $B_{,,}$ inducirt wird; diese Theile sind, nach (2), respective proportional mit $\alpha - \beta_{,}$ und $\alpha - \beta_{,,}$; und wir erhalten also:

$$(4) \quad . \quad . \quad F(\alpha, \beta_{,}, \beta_{,,}) = (\alpha - \beta_{,})\, C + (\alpha - \beta_{,,})\, D,$$

wo C, D gewisse dem Apparat eigenthümliche Constanten vorstellen.

Nun mufs aber, nach (1), $F = 0$ werden, sobald man M rotiren, hingegen $B_{,}$, $B_{,,}$ stillstehen läfst, d. h. es mufs die Gleichung stattfinden:

$$F(\alpha, 0, 0) = 0.$$

Hieraus folgt mit Rücksicht auf (4):

$$\alpha C + \alpha D = 0,$$

d. i.

$$C + D = 0,$$

mithin:

$$D = -C.$$

Durch Substitution dieses Werthes von D gewinnt unsere allgemeine Formel (4) folgendes Aussehen:

$$(5) \quad . \quad . \quad . \quad F(\alpha, \beta_{,}, \beta_{,,}) = (\beta_{,,} - \beta_{,})\, C.$$

Die in der Leitung B inducirte elektromotorische Kraft ist also *völlig unabhängig von* α. Gleiches gilt natürlich von dem inducirten Strom; und wir gelangen daher zu dem allgemeinen Satz:

(6) ***Der durch den Magneten in der Leitung B inducirte Strom ist proportional der Differenz derjenigen Winkelgeschwindigkeiten, mit welchen die beiden Theile von B rotiren, hingegen unabhängig von der Rotationsgeschwindigkeit des Magneten. Die Stärke jenes Stromes ist also ein und dieselbe, — gleichviel ob der Magnet stillsteht oder nach dieser oder jener Seite sich dreht.***

Diesem allgemeinen Satz subordiniren sich die von Plücker erhaltenen experimentellen Ergebnisse, und ebenso auch die von Hrn. Edlund hervorgehobenen vier Specialfälle. Diese Specialfälle sind nämlich folgende (Pogg. Ann. Bd. 157, S. 631):

Erster Fall:	$\alpha = \Omega$,	$\beta_{,} = \Omega$,	$\beta_{,,} = \Omega$;
Zweiter Fall:	$\alpha = 0$,	$\beta_{,} = \Omega$,	$\beta_{,,} = 0$;
Dritter Fall:	$\alpha = \Omega$,	$\beta_{,} = \Omega$,	$\beta_{,,} = 0$;
Vierter Fall:	$\alpha = -\Omega$,	$\beta_{,} = \Omega$,	$\beta_{,,} = 0$;

wo Ω eine beliebige Gröfse bezeichnet. Im ersten Fall ist $\beta_{,,} - \beta_{,} = 0$, folglich nach (5) auch $F = 0$. In den drei übrigen Fällen ist durchweg: $\beta_{,,} - \beta_{,} = -\Omega$; folglich wird in diesen drei übrigen Fällen auch F ***ein und denselben*** Werth haben; was in Einklang steht mit Edlund's Angaben [1]).

1) Hr. Edlund sagt in seinem Aufsatz (Pogg. Ann. Bd. 157, S. 631), aus den erwähnten vier Fällen gehe als *experimentelle Thatsache* hervor:

Entgegen der Ansicht des Hrn. Edlund gelangen wir also zu dem Resultat, *dafs die Plücker'schen Untersuchungen kein Argument enthalten gegen die gewöhnlichen Vorstellungen* (1), (2), *sondern nur dazu dienen können, diese Vorstellungen noch mehr zu befestigen.*

§. 3.

Ueber die Anzahl der elektrischen Materien.

Wollen wir die elektromotorische Einwirkung eines um seine geometrische Axe drehbaren cylindrischen Stahlmagneten auf ein *fest aufgestelltes* lineares Leiterelement Ds näher angeben, so haben wir [vergl. den Satz (2)] zwei Fälle zu unterscheiden:

(7*a*) ***Erster Fall:* Der Magnet steht still. — Alsdann ist die von ihm in Ds inducirte elektromotorische Kraft stets gleich *Null.***

(7*b*) ***Zweiter Fall:* Der Magnet rotirt. — Alsdann wird die von ihm in Ds inducirte elektromotorische Kraft einen Werth besitzen, der (bei geeigneter Aufstellung des Elementes Ds) *von Null verschieden* ist.**

dafs die Rotation des Magnets keinen Einflufs auf die Richtung und Gröfse des Inductionsstromes ausübt.

In solcher Kürze ausgesprochen, kann dieser Satz leicht zu Irrthümern führen, nämlich die Vermuthung erwecken, als solle durch denselben den gewöhnlichen Vorstellungen (1), (2), nach welchen der eigentliche Grund der Induction in der *relativen Bewegung* besteht, widersprochen werden. Dies indessen behaupten zu wollen, wird wohl schwerlich Hrn. Edlnnd's Absicht gewesen seyn.

Jedenfalls geht aus den Betrachtungen des vorliegenden §. deutlich hervor, wie die Dinge sich eigentlich verhalten: Der Magnet M inducirt in $B_{,}$ eine elektromotorische Kraft, welche abhängig ist von der *relativen* Bewegung, nämlich von der Differenz $\alpha - \beta_{,}$. Ebenso inducirt er in $B_{,,}$ eine von der *relativen* Bewegung abhängende Kraft, welche abhängt von der Differenz $\alpha - \beta_{,,}$. Bei der Addition dieser beiden Kräfte heben sich aber diejenigen Theile fort, welche von α abhängen; und man gelangt in dieser Weise zu dem angeführten Satz (6).

Man wird schwerlich bezweifeln, daſs diese Sätze auch dann noch gültig bleiben, wenn man den cylindrischen Stahlmagneten durch ein cylindrisches Solenoid (von endlichem Durchmesser) respective durch einen einzelnen kreisförmigen Stromring ersetzt. Denken wir uns also einen kreisförmigen Metallring, welcher drehbar ist um seine geometrische Axe (d. i. um die in seinem Mittelpunkt auf seiner Ebene errichtete Normale), und denken wir uns diesen Metallring von einem constanten elektrischen Strom durchflossen, so werden hinsichtlich der elektromotorischen Wirkung dieses Ringes auf ein *fest aufgestelltes* Leiterelement Ds wiederum zwei Fälle zu unterscheiden seyn.

(8a) *Erster Fall: Der Ring steht still. — Alsdann ist die von ihm in Ds inducirte elektromotorische Kraft gleich Null.*

(8b) *Zweiter Fall: Der Ring rotirt. — Alsdann wird die von ihm in Ds inducirte elektromotorische Kraft einen Werth besitzen, der (bei geeigneter Aufstellung des Elementes Ds) von Null verschieden ist.*

Solches vorangeschickt, wollen wir uns nun hinwenden zu den verschiedenen Ansichten, welche über die *Anzahl* und *Beweglichkeit* der elektrischen Materien heut zu Tage existiren. Wir wollen diese Ansichten oder wenigstens einige derselben durchmustern, und untersuchen, in wie weit dieselben mit dem Satze (8a, b) vereinbar sind.

Erste Anschauungsweise: Die Wirkungen des elektrischen Stromes rühren her von einer einzigen Materie η, welche mit einer gewissen Geschwindigkeit in der Strombahn dahinflieſst. — Wenn wir unter Zugrundelegung dieser Anschauungsweise die beiden Fälle (8a, b) uns von Neuem vergegenwärtigen, unter Abscheidung alles überflüssigen Beiwerks, so sehen wir im Raume des Zimmers (in welchem der Apparat aufgestellt ist) nur Zweierlei vor uns, nämlich erstens das in diesem Raum *unbeweglich aufgestellte* Leiterelement Ds, und zweitens einen aus jener Materie η bestehenden kreisförmigen Ring, der mit einer gewissen

Winkelgeschwindigkeit um seine geometrische Axe rotirt; diese Winkelgeschwindigkeit ist

$$=\frac{v}{r} \text{ im Falle } (8\,a),$$

$$\text{und } = \Omega + \frac{v}{r} \text{ im Falle } (8\,b),$$

wenn nämlich v die Strömungsgeschwindigkeit der Materie η in ihrer Strombahn, r den Radius dieser Bahn, und Ω die Winkelgeschwindigkeiten der Bahn bezeichnet.

Offenbar sind $\frac{v}{r}$ und $\Omega + \frac{v}{r}$ Gröſsen von *unbestimmtem* Werth; denn wir können v beliebig ändern, indem wir stärkere oder schwächere Ströme anwenden, und andererseits auch Ω ändern, indem wir der Strohmbahn (d. i. dem Metallringe) eine gröſsere oder geringere Winkelgeschwindigkeit zuertheilen. Nehmen wir uns also die Mühe, den Satz (8a, b) unter Zugrundelegung der augenblicklich adoptirten Anschauungsweise von Neuem zu wiederholen, so haben wir zu sagen:

> Rotirt ein aus der Materie η bestehender kreisförmiger Ring um seine geometrische Axe mit der *beliebigen* Winkelgeschwindigkeit $\frac{v}{r}$, so ist seine elektromotorische Einwirkung auf das Element Ds stets gleich *Null*; rotirt hingegen der Ring mit der ebenfalls ganz *beliebigen* Winkelgeschwindigkeit $\Omega + \frac{v}{r}$, so hat jene elektromotorische Einwirkung einen Werth, welcher (bei geeigneter Aufstellung des Elementes Ds) *von Null verschieden* ist.

Dieser Satz ist offenbar absurd, folglich die von uns zu Grunde gelegte Anschauungsweise *unhaltbar.*

Zweite Anschauungsweise: Die Wirkungen des elektrischen Stromes rühren her von zwei Materien η, η', welche in der Strombahn mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzten Richtungen flieſsen. — Vergegenwärtigen wir uns, unter Zugrundelegung dieser Anschauungsweise, den Inhalt des Satzes (8a, b) indem wir dabei wiederum alles

Ueberflüssige abscheiden, so sehen wir im Raume des Zimmers drei Dinge vor uns, nämlich erstens das fest aufgestellte Element *Ds*, und außerdem zwei respective aus den Materien η und η' bestehende kreisförmige Ringe, die mit verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten um ihre gemeinschaftliche geometrische Axe rotiren; diese Winkelgeschwindigkeiten sind

$$\frac{v}{r} \text{ und } -\frac{v}{r} \text{ im Falle (8}a\text{)},$$

$$\Omega + \frac{v}{r} \text{ und } \Omega - \frac{v}{r} \text{ im Falle (8}b\text{)},$$

wo v, r, Ω analoge Bedeutungen haben, wie vorhin. Bemühen wir uns wiederum den Satz (8 *a*, *b*), unter Zugrundelegung der gegenwärtig adoptirten Anschauungsweise, von Neuem zu wiederholen, so ist zu sagen:

> Rotiren die aus den Materien η und η' bestehenden kreisförmigen Ringe um ihre gemeinschaftliche geometrische Axe mit ganz *beliebigen* Winkelgeschwindigkeiten $\left(\Omega + \frac{v}{r} \text{ und } \Omega - \frac{v}{r}\right)$, so hat ihre elektromotorische Einwirkung auf das Element *Ds* (bei geeigneter Aufstellung des letzteren) einen von Null verschiedenen Werth. Hingegen wird diese Wirkung *stets Null* seyn, sobald jene Winkelgeschwindigkeiten einander *entgegengesetzt* $\left(\frac{v}{r} \text{ und } -\frac{v}{r}\right)$ sind.

Ein solcher Satz hat nichts Absurdes; und es entspringt daher aus demselben kein Argument gegen die zu Grunde gelegte Anschauungsweise.

So könnte man z. B. sich vorstellen, die von den beiden Ringen (η) und (η') in *Ds* inducirten elektromotorischen Kräfte f und f' wären von der Form:

$$(a) \quad \ldots \quad \begin{aligned} f &= A + B\omega + C\omega^2, \\ f' &= A' + B'\omega' + C'\omega'^2, \end{aligned}$$

wo ω, ω' die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Ringe, und A, B, C, A', B', C' Constanten sind. Alsdann ergiebt

sich für den Specialfall *entgegengesetzter* Winkelgeschwindigkeiten ($\omega' = -\omega$):

$$f = A + B\omega + C\omega^2,$$
$$f' = A' - B'\omega + C'\omega^2;$$

Für diesen Specialfall aber soll $f + f' = 0$ seyn. Hieraus folgt:

$$A' = -A, \quad B' = +B, \quad C' = -C;$$

wodurch die Formeln (α) übergehen in:

$$(\beta) \dots \quad \begin{aligned} f &= A + B\omega + C\omega^2, \\ f' &= -A + B\omega' - C\omega'^2. \end{aligned}$$

Dritte Anschauungsweise: Die Wirkungen des elektrischen Stromes rühren her von zwei Materien η, η', *von denen aber nur die eine in Strömung begriffen, die andere mit der Strombahn unbeweglich verbunden ist.* — Bei Zugrundelegung dieser Anschauungsweise sehen wir im Raume des Zimmers drei Dinge vor uns, nämlich erstens das *fest aufgestellte* Element Ds, und außerdem zwei respective aus den Materien η und η' bestehende kreisförmige Ringe, welche um ihre gemeinschaftliche geometrische Axe mit verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten rotiren; diese Winkelgeschwindigkeiten sind

$$0 \text{ und } \frac{v}{r} \text{ im Falle (8 } a\text{)},$$

$$\Omega \text{ und } \Omega + \frac{v}{r} \text{ im Falle (8 } b\text{)},$$

wenn wiederum v, r, Ω analoge Bedeutungen haben, wie früher. Wollen wir also den Satz (8 a, b) unter Zugrundelegung der gegenwärtigen Anschauungsweise von Neuem wiederholen, so haben wir zu sagen:

> Rotiren die aus den Materien η und η' bestehenden kreisförmigen Ringe um ihre gemeinschaftliche geometrische Axe mit *beliebigen* Winkelgeschwindigkeiten $\left(\Omega \text{ und } \Omega + \frac{v}{r}\right)$, so hat ihre elektromotorische Einwirkung auf das Element Ds (bei passender Aufstellung des letztern) einen von Null verschiedenen Werth. Hingegen wird diese Einwirkung *stets Null* seyn, wenn

von den beiden Ringen nur *einer* rotirt, der andere aber stillsteht.

An und für sich würde ein solcher Satz nichts Ungereimtes enthalten; und es würde also aus demselben kein Argument gegen die zu Grunde gelegte Anschauungsweise zu entnehmen seyn.

So könnte man z. B. den beiden Elektricitäten *specifisch verschiedene* Wirkungen zuschreiben, und sich vorstellen dafs die elektromotorischen Kräfte f und f', welche die mit den Winkelgeschwindigkeiten ω und ω' rotirenden Ringe (η) und (η') im Element Ds induciren, die Werthe hätten:

$$f = -A, \text{ (also unabhängig von } \omega\text{)},$$
$$f' = +A + B\omega' + C\omega'^2,$$

wo A, B, C constant sind. Alsdann würde die *ganze* in Ds inducirte elektromotorische Kraft den Werth haben:

$$f + f' = B\omega' + C\omega'^2,$$

und es würde also diese Summe $f + f'$ in der That $= 0$ seyn, sobald $\omega' = 0$, d. i. sobald der Ring (η') still steht, während (η) in beliebiger Rotation begriffen ist.

Resultat: — Ich kann das Resultat dieser Betrachtungen genau ebenso wie in meinem früheren Aufsatz (Pogg. Annal. Bd. 155, S. 229), folgendermafsen ausdrücken:

(9) *Ist überhaupt die Vorstellung richtig, dafs die Wirkungen des elektrischen Stromes irgend welchen Materien zuzuschreiben sind, die mit gewissen Geschwindigkeiten in der Strombahn dahinfliefsen, so sind, falls man einen offenbaren Conflict mit den experimentellen Thatsachen vermeiden will, mindestens zwei solche Materien anzunehmen.*

Allerdings ist das ein wenig zu viel behauptet. Denn ich bezeichne hier als *experimentelle Thatsachen* die früher angegebenen Sätze (1), (2); während doch strenge genommen diese Sätze nicht die experimentellen Thatsachen selber, sondern nur die durch dieselben in uns hervorgerufenen *Vorstellungen* repräsentiren.

§. 4.

Schlufsbemerkungen.

Hr. Edlund hat (zu Gunsten der von ihm entwickelten Theorie) die Richtigkeit meiner Behauptung (9) zu widerlegen gesucht; — ohne indefs die dazu geeigneten Mittel anzuwenden.

Denn man kann jene Behauptung (9) offenbar nur dadurch erschüttern, dafs man *entweder* meine Fundamentalsätze (1), (2) *oder* die von diesen zu jener Behauptung führenden Schlufsfolgerungen angreift. Keines von beiden hat Edlund versucht.

Vielmehr hat Hr. Edlund bei seiner Opposition sich beschränkt auf eine Darlegung und Discussion der (wenig bekannten, übrigens sehr schätzbaren) Plücker'schen Experimente. Diese Plücker'schen Experimente aber sind weit entfernt, meine Betrachtungen zu widerlegen; vielmehr können dieselben (wie ich gezeigt habe) nur dazu dienen, das eigentliche Fundament meiner Betrachtungen, nämlich die Sätze (1), (2) noch mehr zu befestigen.

Wie dem auch sey — in *einem* Punkte habe ich Hrn. Edlund Recht zu geben, nämlich darin, dafs meine Fundamentalsätze. (1), (2) nicht den Namen *experimentelle Thatsachen* verdienen, sondern *Vorstellungen* repräsentiren, welche durch solche Thatsachen erweckt aber nicht bewiesen sind; — wie solches bereits am Schlufs des vorhergehenden §. von mir bemerkt wurde. Ich hoffe, dafs diese Bemerkung geeignet seyn werde, um zwischen den Urtheilen des Hrn. Edlund und den meinigen eine bessere Uebereinstimmung herzustellen.

Leipzig, 8. Juli 1876.

VII. *Ueber Schwefelsäureanhydrid und über ein neues Schwefelsäurehydrat; von Rudolph Weber.*

Die erhebliche Abweichung der älteren Beobachtungen über den Schmelzpunkt des Schwefelsäureanhydrids führt Marignac auf die verschiedenen Eigenschaften zweier isomerer Modificationen dieses Anhydrids zurück, deren Existenz er aus der Beobachtung schliefst, dafs frisch erstarrtes Schwefelsäureanhydrid leicht schmelzbar ist, ältere Präparate dagegen selbst beim Siedepunkte des Wassers nur langsam und unvollständig schmelzen.

Mit Rücksicht auf die Schwierigkeit, bei der Darstellung des reinen Anhydrids die Feuchtigkeit vollständig fern zu halten, ist es wahrscheinlich, dafs die früheren Versuche mit Präparaten ausgeführt worden sind, welche mehr oder weniger Hydrat enthielten, und es erklären sich auch, wie nachstehsnd erörtert werden soll, die Abweichungen mehrerer älterer Beobachtungen aus jenem Beigemische, welches schon bei geringen Mengen die physikalischen Eigenschaften des Anhydrids wesentlich beeinflufst. Der Darlegung der Ergebnisse dieser Untersuchung schicke ich eine kurze Uebersicht der bisherigen Beobachtungen voraus.

Die ersten, den Schmelzpunkt des Anhydrids betreffenden Angaben finden sich in den Mittheilungen von F. C. Vogel[1]) (1812) über die feste Schwefelsäure. Er beschreibt sie als eine asbestartige Masse, welche noch nicht bei 12—19° flüssig wird.

Nach Bussy's[2]) Angaben erstarrt das Anhydrid unter 25° zu nadelförmigen, seidenglänzenden Krystallen, welche nur schwierig wieder geschmolzen werden können.

1) Schweigger's Journ. für Chemie u. Phys. Bd. 4, S. 123.
2) *Ann. chim. et phys. T.* 26, *p.* 411.

Nach Wach[1]) beginnt das sorgfältig bereitete Anhydrid erst beim Siedepunkte des Wassers langsam zu schmelzen und zeigt bei 62° das Ansehen durchfeuchteter Baumwolle. Er bemerkt hierbei zugleich, daſs die Schmelzung nicht vollständig erfolge.

Nach Fischer's[2]) Versuchen schmilzt das Anhydrid bei 22 bis 24° und siedet bei 52 bis 56°.

Berzelius[3]) bemerkt in seinem Lehrbuche, das Anhydrid sei bei Temperaturen über 18° flüssig. Einmal erstarrt, könne es nicht ohne besondere Vorsichtsmaaſsregeln geschmolzen werden. Die beste Art es wieder zu verflüssigen, sei die, das Präparat an einen 25° warmen Ort zu stellen.

Marignac[4]) nimmt, wie erwähnt, zwei isomere Modificationen an. Als die eine derselben bezeichnet er die beim Erstarren des Anhydrides entstehenden, aber schnell sich verändernden Krystalle, welche kurze Zeit nach ihrer Bildung einen Schmelzpunkt von 18° haben und sich von selbst alsbald in eine sogar bei 100° nicht vollständig schmelzbare Masse verwandeln, die er als die zweite Modification des Anhydrides ausspricht. Er findet, was vor ihm schon Wach beobachtete, daſs das Anhydrid in der Wärme das Ansehen durchfeuchteter Baumwolle annimmt und spricht die Vermuthung aus, daſs letztere Modification unschmelzbar und die partielle Verflüssigung durch Condensation der entstandenen Dämpfe erfolgt sei.

Buff[5]) findet den Schmelzpunkt verschieden, je nachdem das Anhydrid sich in offenen oder in geschlossenen Glasröhren befindet.

Schultz-Sellack[6]) nimmt wie Marignac zwei isomere Modificationen des Anhydrids an. Während Marignac

1) Schweigger's Journ. für Chemie u. Phys. Bd. 50 (Jahrb. d. Chem. u. Phys. Bd. 20), S. 40.
2) Pogg. Ann. Bd. 16, S. 119.
3) Bd. 1, S. 465 (5. Aufl.).
4) *Ann. chim. et phys.* [3], *T.* 39, *p.* 184.
5) Ann. d. Chem. u. Pharm. Ergänzungsbd. 4, S. 151.
6) Pogg. Ann. Bd. 139, S. 480.

dieselben aus der verschiedenen Dauer des Erstarrtseins ableitet, führt sie Schulz-Sellack auf die verschiedene Art des Erstarrens zurück. Er führt nämlich an, dafs eine bei 16° schmelzende Modification aus dem flüssigen Anhydride, dessen Temperatur bei diesem Vorgange constant bleibe, in klaren, prismatischen Krystallen anschiefse, während sich aus dieser Flüssigkeit auch weifse, undurchsichtige Krystalle absondern können, bei deren Ausscheidung die Temperatur nicht constant bleibe. Letztere bilden die andere Modification, welche erst bei 50° schmilzt. Er führt ferner an, es gehe die erste Modification in die zweite bei Temperaturen über, welche unter 25° liegen; über 25° entstehe die zweite Modification nicht. Die bei 50° stattfindende Verflüssigung ist seiner Auffassung nach keine einfache Schmelzung, sondern ein von einer Molekülarveränderung begleiteter Vorgang.

Die nachstehend beschriebenen Versuche sprechen dafür, dafs auch die in der neueren Zeit angestellten Beobachtungen nicht mit völlig reinem Anhydrid ausgeführt sein dürften, welches, wie der Verfasser gefunden, sich wesentlich anders als das mit selbst nur geringen Mengen von Hydrat vermischte Produkt verhält.

Darstellung des reinen Anhydrids.

Die Reindarstellung des Anhydrids bietet unerwartete Schwierigkeiten dar und glückt nur bei Beachtung besonderer Vorsichtsmaafsregeln. Dieser Procefs wird dadurch so erheblich erschwert, dafs selbst bei recht vorsichtig geleiteter Destillation mit dem Anhydride leichter als man es vermuthen sollte, Dämpfe von Hydrat übergehen, auch flüssige Partikel fortgerissen, sowie längs der Wand fortgeschoben werden. Ferner ist der Zutritt kleiner Mengen Feuchtigkeit unvermeidlich, wenn die Umdestillation des gewöhnlichen Anhydrids nicht in zugeschmolzenen Apparaten ausgeführt wird.

Ich habe hierbei folgenden Weg eingeschlagen: Das durch mäfsiges Erhitzen von rauchendem Vitriolöl bei Ab-

kühlung der Vorlage auf 12 bis 15° in flüssiger Form erhaltene unreine Anhydrid wird behufs partieller Reinigung in einer kleinen Retorte fractionirt destillirt, wobei über deren Hals ein gut anschliefsendes Reagenzglas geschoben worden ist. Bei mäfsiger Kühlung erhält man wiederum eine Flüssigkeit, welche indessen liquider, reiner als das erste Produkt ist und wie jenes bald darauf erstarrt. Dieselbe wird nun durch Destillation in einer knieförmig gebogenen, zugeschmolzenen Glasröhre gereinigt. Für diesen Zweck nehme ich dünnwandige Röhren von 6 bis 8^{mm} Durchmesser, deren Schenkel nicht kürzer als 20^{cm} sind, damit ein Ueberreifsen von Flüssigkeitstheilchen möglichst verhindert, ein Cohobiren dagegen ermöglicht wird. Am Ende des einen Schenkels wird durch Verengen der Röhre ein ca. 30^{mm} langes Gefäfs gebidet, worin die bei den ersten Umdestillationen ausgeschiedenen Partien von Hydrat sich ansammeln, so dafs sie durch Abschmelzen dieses Behälters leicht entfernt werden können.

Nachdem nun durch vorsichtige Destillation der gröfsere Theil des Anhydrids in den anderen Schenkel übergeführt worden, wird derselbe zur Beseitigung des an der Glaswand noch haftenden, Hydrat enthaltenden Antheiles mit diesem Destillate gut ausgespült, worauf, nachdem diese Flüssigkeit zurückgegossen worden, die Destillation wiederholt wird. Der gröfste Theil des Hydrats verbleibt dann in dem erwähnten Reservoire, welches nun mit der Vorsicht abgeschmolzen wird, dafs dabei nicht feuchte Luft in die Röhre eindringt.

Von diesem nun schon wesentlich reineren Produkte wird ein Theil durch gelindes Erwärmen überdestillirt, wobei ein heftiges Sieden nicht eintreten darf. Nachdem mit dieser Flüssigkeit der als Vorlage dienende Schenkel ausgespült, wird nun und zwar mit der gröfsten Vorsicht ein Theil abdestillirt, wobei die Temperatur nur nahe bis zum Siedepunkte erhöht werden darf. Das erhaltene Destillat wird durch Erkalten, etwa durch Auftröpfeln von Aether, zum Erstarren gebracht und während einiger

Stunden im festen Zustande erhalten. Bei gelindem Erwärmen schmilzt nun der Regel nach das Produkt nicht vollständig wieder, vielmehr verbleiben in der Flüssigkeit weiſse, undurchsichtige Flocken, welche sich leicht vereinigen und in dem oberen leeren Theile durch Adhäsion befestigen lassen. Im Falle die Menge dieses Residuums beträchtlicher sein sollte, schüttet man das ganze Produkt zurück und wiederholt die Destillation. Die von dem festen Residuum getrennte Flüssigkeit wird nun an den folgenden Tagen wiederum zum Erstarren gebracht und aufgethaut, wobei sich in der Regel mehrmals noch kleine Partikel dieses festen Residuums abscheiden. Hierbei bemerkt man, daſs in dem Maaſse, als die Menge dieser flockigen Theilchen geringer wird, die Krystalle schöner, klarer und regelmäſsiger gruppirt auftreten. Solche schlieſslich keine derartige Residuen mehr absondernden Präparate habe ich nun länger als ein Jahr aufbewahrt. Dieselben erstarren auch jetzt noch zu klaren, durchsichtigen Krystallen, welche ohne Rückstand zu hinterlassen, wieder schmelzen. Hiernach glaube ich dieselben als rein betrachten zu dürfen.

Das in dem anderen Schenkel verbliebene Residuum verhält sich wie gewöhnliches Anhydrid und ist wie dieses nur partiell schmelzbar. Durch Vereinigung des reinen Anhydrides mit dem Rückstande entsteht wieder das Ausgangsprodukt.

Groſse Vorsicht ist bei der Trennung der beiden Röhrenschenkel durch Abschmelzen erforderlich, weil schon das Eindringen sehr geringer Mengen feuchter Luft die Bildung der erwähnten flockigen Massen veranlaſst. Die Trennung der Röhren ist indessen nicht erforderlich, denn das Präparat erhält sich auch unverändert in den mit einander communicirenden Schenkeln.

Eigenschaften. Das reine Anhydrid ist bei milder Lufttemperatur eine sehr liquide, völlig farblose Flüssigkeit. Dieselbe erstarrt bei langsamem Erkalten zu langen, durchsichtigen, prismatischen, dem Salpeter ähnlichen Krystallen,

welche völlig verschieden sind von den weifsen, undurchsichtigen, asbestartigen Nadeln des gewöhnlichen Anhydrids. Die Krystalle schmelzen bei 14,8° C. Um diesen Punkt zu ermitteln, wurde eine Anzahl das erstarrte Präparat enthaltende Röhren, welche um ein empfindliches Thermometer gruppirt waren, in ein gröfseres mit Wasser von circa 10° gefülltes Glas gebracht und der in allen Röhren gleichzeitig erfolgende Beginn des Aufthauens bei langsam vor sich gehender Steigerung der Temperatur beobachtet. Das benutzte Thermometer ist mit den sorgfältigst geprüften Instrumenten der Normal-Eichungscommission verglichen worden.

Das Anhydrid kann, wie ja auch die Schwefelsäurehydrate, unter Umständen ohne zu erstarren, unter seinen Schmelzpunkt erkaltet werden und wird dann plötzlich fest.

Als der Siedepunkt kann die Temperatur der Dämpfe des sorgfältig durch Destillation gereinigten Anhydrids angesehen werden, welches in einer genügend weiten, offenen Glasröhre siedet. Diese Temperatur beträgt bei einem Barometerstande von 337,6 par. Linien 46°,2 C. Bei annähernd der gleichen, aber nicht so genau zu bestimmenden Temperatur findet das Sieden des in einer zugeschmolzenen, genügend weiten Röhre befindlichen reinen Anhydrids statt.

Die exacte Bestimmung der Dichte bietet wegen der erforderlichen Ueberführung der Flüssigkeit in tarirte Fläschchen, wobei die Aufnahme einer geringen Menge Feuchtigkeit kaum vermeidlich ist, Schwierigkeiten dar. Ich fand die Zahl 1,940 bei 16° C.

Um jeden Zweifel über die Natur der als reines Anhydrid geschilderten Substanz zu beseitigen, wurde eine Analyse derselben ausgeführt. Zu diesem Ende wurde der das zuvor erstarrte Anhydrid enthaltende Rohrabschnitt momentan nach der Abtrennung durch Ueberschieben eines sehr eng anschliefsenden, oben zugeschmolzenen Rohres verschlossen und mit Letzterem gewogen. Die von einander getrennten Röhren wurden sogleich in ein

etwas Wasser enthaltendes, mit sorgfältig eingeschliffenem Stöpsel versehenes Glas gestellt, woselbst nun das Anhydrid langsam Wasser anzog. Der aus der später verdünnten, zum Sieden erhitzten Lösung erhaltene, sorgfältig ausgewaschene Barytniederschlag wurde nach dem Glühen im Platintiegel nochmals mit angesäuertem Wasser ausgezogen. Hierbei ergaben sich folgende Resultate:

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefelsäure
1,0870	3,178	1,0906
0,5730	1,678	0,5758.

Die Abweichung beziffert sich auf + 0,33, respective + 0,66 Proc.

Das reine Anhydrid zeigt, wie oben bereits bemerkt, selbst nach Verlauf eines Jahres noch dasselbe Verhalten, hat auch denselben Schmelzpunkt wie das frisch bereitete, selbstredend reine Präparat, und es ließen sich keine Vorgänge beobachten, welche auf eine mit der Zeit vor sich gehende Aenderung seines Molecularzustandes hindeuten. Ich kann mit Rücksicht auf die geschilderten Beobachtungen die Ansicht nicht theilen, daſs mehrere isomere Modificationen dieses Anhydrids bestehen, daſs, wie Marignac meint, in Folge der Zeit aus der beim Erstarren des Anhydrids zuerst entstandenen, leicht schmelzbaren Modification die unschmelzbare sich bildet, oder daſs, wie Schultz-Sellack behauptet, je nach der Temperatur die eine oder die andere der durch ihre Schmelzpunkte verschiedenen Modificationen entstehen, resp. sich erhalten. Die Beobachtungen dieser Forscher dürften mit Präparaten ausgeführt worden sein, welche noch Reste von den so äuſserst schwierig trennbaren hydratischen Verbindungen enthalten haben. Selbst sehr geringfügige Mengen letzterer Körper beeinflussen in auffallender Weise das physikalische Verhalten des Anhydrids, und um diesen Einfluſs darzulegen, sowie die Abweichungen der Ergebnisse anderer früherer Beobachtungen hierauf zurückzuführen, sind die nachstehend beschriebenen Versuche angestellt worden.

Verhalten des gewöhnlichen Anhydrids.

Das durch gelindes Erhitzen von rauchendem Vitriolöl zunächst erhaltene Product, sowie das daraus durch Rectification gewonnene reinere Präparat werden, wie oben bemerkt, in flüssiger Form dann erhalten, wenn die Vorlage nur mäfsig abgekühlt wird.

Aus dieser Flüssigkeit scheiden sich bei gewöhnlicher Temperatur nach kurzer Zeit die bekannten, weifsen, nadelförmigen Krystalle ab, welche sich nach und nach bis zum Verschwinden der Flüssigkeit vermehren. Es ist zu bemerken, dafs das Erstarren hier wesentlich langsamer als bei einer homogenen Substanz, z. B. beim reinen Anhydrid, von Statten geht. Wird nun nach Verlauf von etwa einer Stunde das Rohr in Wasser von circa 30° getaucht, so schmilzt der noch mit Mutterlauge durchfeuchtete feste Inhalt schon nicht vollständig wieder, selbst dann nicht, wenn derselbe bis zum Sieden der entstandenen Flüssigkeit erhitzt wird. Gröfser noch ist die Menge des umgeschmolzenen, gallertartigen Residuums, wenn das Erwärmen erst nach längerer Zeit, nachdem das Erstarren vollständig stattgefunden hat, vorgenommen wird. In jedem Falle wird ein Theil der Masse flüssig und zwar selbst bei Präparaten, welche über ein Jahr alt sind.

Wenn dagegen die Erkaltung dieses flüssigen Anhydrids nicht langsam von statten geht, sondern, etwa durch Auftröpfeln von Aether, beschleunigt wird, so bilden sich anfangs nicht diese weifsen, langsam wachsenden Nadeln, sondern es entstehen klare, durchsichtige Prismen, wie solche aus dem erkaltenden reinen Anhydride sich aussondern. Dieselben verhalten sich auch im Uebrigen wie reines Anhydrid und schmelzen meistens ohne Spur von Rückstand zu hinterlassen, vorausgesetzt, dafs der Schmelzversuch vor Abscheidung anderer, später erstarrender Körper angestellt wird. Aus der Mutterlauge bilden sich später die weifsen undurchsichtigen Krystallaggregate, welche beim Erwärmen partiell schmelzen und gallertartige Residuen hinterlassen.

Wenn man das zu diesen Versuchen bestimmte unreine Anhydrid in eine knieförmige Glasröhre eingeschmolzen hat, so kann man durch vorsichtige Destillation leicht mehr oder weniger reinere Producte darstellen, an denen sich nun beobachten läfst, wie mit zunehmender Reinheit die Menge des verbleibenden unschmelzbaren Residuums sich abmindert. Ist das Beigemisch von Hydrat nur noch verhältnifsmäfsig gering, so resultirt beim Erwärmen der erstarrten Masse ein bei milder Lufttemperatur halbflüssiges Gemisch, oder eine Flüssigkeit, in welcher mehr oder weniger Flocken von weifser, undurchsichtiger Substanz enthalten sind.

Die weifse, ungeschmolzene Substanz hat nun die für die Deutung des Verhaltens jener unreinen Anhydride wichtige Eigenschaften, dafs sie einmal in der Umgebung des Anhydrids fest geworden, darin nicht wieder zum Schmelzen gebracht werden kann, ferner, dafs sie sich zwar im flüssigen Zustande mit dem reinen Anhydrid vereinigt, nach der beim Erstarren stattgefundenen Abscheidung aber nicht wieder, oder doch nur wenig darin sich löst. Sie nimmt viel Anhydrid auf, und die Gallerte, welche beim Erwärmen des unreinen Anhydrids verbleibt, erstarrt nach dem Abgiefsen der vorhandenen Flüssigkeit zu einer völlig undurchsichtigen, weifsen, spröden Masse.

Diese Substanz ist für sich schwer flüchtig und schmilzt selbst nicht beim plötzlichen Erhitzen. Sie verflüchtigt sich aber merklich mit den Dämpfen des Anhydrids, und deshalb ist es so schwierig, Letzteres durch Destillation im reinen Zustande darzustellen. Sie ist ein Gemengtheil des gewöhnlichen Anhydrids, und es verzögert der Ueberschufs des Anhydrids ihre Abscheidung beim Erkalten. Beim plötzlichen Abkühlen scheidet sie sich später als das reine Anhydrid aus, welches Letztere, wie beschrieben, in den charakteristischen Krystallen dabei auftritt. Es wird überhaupt schwieriger fest, und deshalb hinterläfst frisch erstarrtes unreines Anhydrid weniger unschmelzbares Residuum als länger erstarrtes.

Bei einem gewissen Wärmegrade scheidet dieser Körper sich aus dem flüssigen Anhydride nicht ab und deshalb erhält sich, wie schon Bussy[1]) (1824) fand, dessen Angabe ich nur bestätigen kann, das Anhydrid über 25° C. flüssig. Schultz-Sellack hält den unter dieser Temperatur sich bildenden, wie er anführt, erst bei 50° wieder schmelzbaren Körper für die β-Modification des Anhydrids, dessen Entstehung aus der α-Modification an diese Temperaturgränze geknüpft sey.

Mit Rücksicht auf die geschilderten Eigenschaften des reinen Anhydrids kann ich mich nur gegen die Annahme isomerer Modificationen desselben aussprechen, wobei ich bemerke, dafs auch das früher beobachtete Verhalten des für rein gehaltenen Anhydrids sich aus den angenommenen verschiedenen Modificationen nicht genügend erklären läfst.

Es ist eine früher bekannt gewesene Thatsache, dafs selbst mehr als ein Jahr altes Anhydrid nicht vollkommen unschmelzbar ist. Die zur Erklärung der Veränderung des Schmelzpunktes angenommene Umbildung des leicht schmelzbaren Anhydrids in eine andere Modification hätte sich dann selbst nach so langer Zeit nicht vollständig vollzogen, was durch analoge Vorgänge nicht wahrscheinlich gemacht wird. Unerklärt bleibt es auch, weshalb gewisse Präparate mehr oder weniger als andere von gleichem Alter schmelzbar sind. Ferner läfst Marignac's Erklärung der partiellen Schmelzung seines Anhydrids durch die Annahme, dafs dasselbe sich in Folge der Verdichtung entstandener Dämpfe partiell verflüssige, die Frage unbeantwortet, weshalb die Verflüssigung schliefslich nicht von Statten geht, wenn das Präparat genügend lange Zeit der Temperatur ausgesetzt bleibt, bei welcher die Schmelzung alsbald begann. Ich habe eine Glasröhre, in welcher gewöhnliches Anhydrid eingeschmolzen war, während vieler Stunden ganz unter Wasser von einer solchen Temperatur getaucht, dafs eine partielle Schmelzung erfolgte, habe nicht beobachtet, dafs die Gallerte verschwand. Es ist nicht

1) *Ann. chim. et phys. T.* 26, *p.* 411.

einzusehen, weshalb die von **Marignac** angenommene Verdampfung und Verdichtung nicht schliefslich die Verflüssigung der ganzen Masse bewirken sollte.

Diese Thatsachen erklären sich einfach aus dem Gehalte des gewöhnlichen Anhydrids an hydratischen Verbindungen, welche bei den Destillationsprocessen so leicht mit den Dämpfen des Anhydrides übergehen. — Welch' geringe Menge von Feuchtigkeit schon ausreicht, um dem reinen, völlig schmelzbaren Anhydride die Eigenschaften des gewöhnlichen zu ertheilen, geht daraus hervor, dafs die beim Oeffnen und Zuschmelzen einer das reine Präparat enthaltenden Glasröhre zutretende Feuchtigkeit schon die Bildung reichlicher Mengen der unschmelzbaren, hydratischen Verbindung herbeiführen kann.

Bemerkungen über einige intermediäre Producte, welche zwischen dem Anhydride und den bekannten Hydraten stehen.

In dem reinen Anhydride entsteht durch Aufnahme von wenig Feuchtigkeit ein unschmelzbarer Körper, welcher, wenn er nur in geringen Mengen vorhanden, in der Flüssigkeit in Form von Flocken vertheilt ist, die sich in dem oberen Theile der Röhre leicht zum Adhäriren bringen lassen. Bei gröfseren Mengen dagegen bildet sich eine mehr cohärente Masse, mit welcher ein Theil des Anhydrides dann zu einer Gallerte sich vereinigt.

Der auf diese Weise aus dem Anhydride abgeschiedene Körper ist schneeweifs, undurchsichtig und unschmelzbar. Er verflüchtigt sich bei gelindem Erhitzen unter Hinterlassung einer nur sehr geringen Menge flüssigen Residuums, verdampft bei stärkerer Hitze vollkommen, wobei er sich wohl etwas zusammenballt, aber nicht schmilzt. In einem genügend reinen Zustande liefs er sich bis jetzt nicht darstellen, so dafs seine Zusammensetzung nicht ermittelt werden konnte. Jedenfalls ist, wie aus seiner Entstehung geschlossen werden mufs, der Wassergehalt ein sehr kleiner.

Diese hydratische Verbindung ist ein Bestandtheil des gewöhnlichen Anhydrids und bedingt dessen Eigenthümlichkeiten. Kleine Mengen derselben treten in dem schon verhältnifsmäfsig reinen Anhydride als Flocken auf; gröfsere Mengen verursachen die Bildung gallertartiger Körper, und unter Umständen kann ein Präparat wohl grofsentheils oder ganz aus diesem Körper bestehen. Sein Auftreten in dem mit nicht besonderer Vorsicht dargestellten Anhydride ist auf seine Flüchtigkeit mit den Anhydriddämpfen zurückzuführen. Die partielle Unschmelzbarkeit des erstarrten unreinen Anhydrids findet ihre Erklärung in dem Umstande, dafs obiger Körper, einmal fest geworden, sich nicht wieder in dem Anhydride auflöst.

Aufser diesem wohl das Minimum von Wasser enthaltenden Hydrate exisirt noch ein anderes, welches sich im reineren Zustande darstellen liefs.

Wenn nämlich gewöhnliches Anhydrid nach und nach mit kleinen Partien englischer Schwefelsäure versetzt wird, so entstehen Gemische, welche beim Siedepunkte des Anhydrids mehr und mehr, schliefslich vollständig schmelzbar sind und welche beim Erkalten auf gewöhnliche Lufttemperatur zum gröfseren oder geringeren Theile und bei gewissen Mengen des Zusatzes völlig flüssig bleiben. So ist z. B. ein aus 33 Th. Anhydrid und 6,5 Th. englischer Schwefelsäure bestehendes Gemisch in der Wärme flüssig, erstarrt aber gröfstentheils in der Kälte wieder, während weniger Hydrat enthaltende Gemische beim Erwärmen einen gallertartigen Rückstand hinterlassen.

Durch vorsichtiges Hinzufügen kleiner Mengen englischer Schwefelsäure zu einem solchen in der Wärme flüssigen Gemische läfst sich nun ein Product darstellen, welches bei Abkühlung auf die gewöhnliche Lufttemperatur nur noch sehr geringe Mengen von der gallertartigen Substanz ausscheidet, oder bei welchem der Punkt der Sättigung gerade erreicht, nach der andern Seite aber auch nicht überschritten ist.

Aus einer solchen Flüssigkeit scheiden sich bei 8—10°

spiefsige Krystalle ab, welche nach dem Abgiefsen der Mutterlauge unter Hinterlassung einer nur geringen Menge gallertartigen Rückstandes schmelzen. Es ist hierbei ein Ueberschufs von englischer Schwefelsäure zu vermeiden, weil schon kleine Mengen davon die Ausscheidung dieser Krystalle beim Abkühlen der Flüssigkeit verhindern und gröfsere Mengen die Bildung des bei gewöhnlicher Temperatur festen, in dünnen Lamellen sich abscheidenden, von Mitscherlich entdeckten Hydrats $H_2SO_4SO_3$ verursachen.

Der in Rede stehende Körper ist bei milder Lufttemperatur ein dickflüssiges Liquidum, welches an der Luft stark raucht, die Dichte 1,983 hat und bei 8—10° krystallinisch erstarrt. Beim gelinden Erwärmen dunstet daraus Anhydrid ab, und es zeigen sich in dem oberen Theile der das Präparat einschliefsenden Glasröhren oft weifse, unschmelzbare Krystallnadeln, welche aus den Dünsten des Anhydrids und der dort haftenden dünnen Flüssigkeitsschicht entstanden sind.

Dieser Körper steht hinsichtlich seines Wassergehaltes zwischen dem oben beschriebenen unschmelzbaren und dem gleichfalls festen, aber schmelzbaren Hydrate von Mitscherlich, von denen er sich physikalisch dadurch unterscheidet, dafs er bei gewöhnlicher Temperatur flüssig ist. Diese Eigenschaft, sowie namentlich die Constanz seiner Zusammensetzung, welche durch eine einfache chemische Formel ausgedrückt werden kann, rechtfertigen die Annahme, dafs derselbe ein besonderes Hydrat ist.

Die Analyse, in ähnlicher Weise wie die des Anhydrids ausgeführt, ergab folgende Resultate:

Substanz	Schwefels. Baryt	SO_3 in Procenten
1,050	2,900	94,78
1,148	3,161	94,56
1,615	4,465	9,488.

Hiernach wird die Zusammensetzung durch die Formel:

$$H_2SO_4\,3SO_3 \text{ oder } H_2S_4O_{13}$$

welche einen Gehalt von SO_3:

94,69 Proc.

erfordert.

Eine hiermit nahe übereinstimmende Zusammensetzung haben die Flüssigkeiten, welche sich einerseits in dem noch etwas gallertartiges Residuum enthaltenden Gemische und andererseits in den Produkten befinden, aus welchen sich in Folge eines geringen Ueberschusses von englicher Schwefelsäure kleine Partien der blättrigen Krystalle des Mitscherlich'schen Hydrats abgeschieden haben.

Die von der Gallerte abgeschiedene Flüssigkeit zeigte einen Gehalt

von SO_3: 94,52 Proc.
94,55 Proc.

die andere, von den Krystallen getrennte Flüssigkeit enthielt

an SO_3: 94,01 Proc.
93,87 Proc.

Es wurde auch eine Analyse der blättrigen, durch Auflegen auf einen trockenen Ziegelstein (unter dem Exsiccator) von der anhaftenden Säure befreiten Krystalle ausgeführt, wobei sich Folgendes ergab:

Substanz	Schwefels. Baryt	SO_3 in Procenten
1,155	3,035	90,14
0,882	2,306	89,68.

Demnach sind sie nach der Formel

$$H_2\,SO_4\,SO_3 \text{ oder } H_2\,S_2\,O_7$$

zusammengesetzt, welcher ein Gehalt von

89,88 Proc. SO_3

entspricht.

Wie die Analyse der zuletzt erwähnten Flüssigkeiten erkennen läfst, so löst das beschriebene flüssige Hydrat bei gewöhnlicher Temperatur weder erhebliche Mengen des festen unschmelzbaren, noch des Mitscherlich'schen Hydrats auf. In der Wärme dagegen werden erheblich gröfsere Quantitäten von ersterem gelöst, und daher er-

starren solche Gemische beim Erkalten. Hieraus erklärt sich dann auch das Verhalten der an Hydrat reicheren Anhydridgemische, dafs sie, ob kurz zuvor oder bereits früher erstarrt, in der Wärme fast ganz oder vollständig schmelzen, während diejenigen Gemische, welche nicht so viel Wasser als zur Bildung dieses Hydrats nöthig ist, enthalten, um so weniger festen Rückstand hinterlassen, je weniger Wasser sich darin befindet.

VIII. *Bemerkungen zu dem Aufsatze des Hrn. von Oettingen über Temperatur und Adiabate; von R. Clausius.*

Hr. von Oettingen hat in einem unter dem obigen Titel veröffentlichten Aufsatze[1]) verschiedene Einwände gegen meine Behandlung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie erhoben. Es haben über diesen Satz schon vielfache Discussionen stattgefunden und ich habe im ersten Bande der zweiten Auflage meines Buches über die mechanische Wärmetheorie Gelegenheit genommen, dieselben näher zu beleuchten. In gleicher Weise gedenke ich auch den erst nach Abschlufs jenes Bandes erschienenen Aufsatz des Hrn. von Oettingen in einem späteren Bande meines Buches zum Gegenstande einer specielleren Besprechung zu machen. Da aber bis zum Erscheinen dieses Bandes noch eine ziemliche Zeit verfliefsen wird, und ein so langes Schweigen vielleicht zu dem Glauben Veranlassung geben könnte, dafs ich die Einwände als richtig anerkenne, so möge es mir gestattet seyn, schon jetzt einige kurze Bemerkungen darüber hier folgen zu lassen.

1) Diese Ann. Ergänzungsband VII, S. 83.

Ich habe in meinen Entwickelungen den Uebergang von Wärme aus einem Körper von einer Temperatur in einen Körper von einer anderen Temperatur als einen Vorgang bezeichnet, bei welchem Wärme von einer Temperatur in Wärme von einer anderen Temperatur verwandelt werde. In Bezug hierauf sagt Hr. von Oettingen auf S. 127: „Ich finde schon den Ausdruck *Wärme von einer Temperatur* sehr bedenklich, denn das wäre *eine lebendige Kraft von einer lebendigen Kraft anderer Art*, welches zu keiner klaren Vorstellung führt.“

Dagegen mufs ich geltend machen, dafs, wenn in einem Falle wenige Atome sich so bewegen, dafs jedes Atom eine verhältnifsmäfsig grofse lebendige Kraft hat, und in einem anderen Falle viele Atome sich so bewegen, dafs jedes Atom eine verhältnifsmäfsig kleine lebendige Kraft hat, dann die gesammte lebendige Kraft aller Atome in beiden Fällen gleich seyn kann, während doch die Art der Bewegung offenbar verschieden ist. Wenn ich nun die eine Bewegung als Wärme von höherer Temperatur und die andere als Wärme von niederer Temperatur bezeichne, so glaube ich nicht, dafs von dieser Unterscheidung mit Recht gesagt werden kann, es lasse sich mit ihr keine klare Vorstellung verbinden.

Nachdem Hr. von Oettingen in obiger Weise über den von mir angewandten Begriff der Temperatur einer Wärmemenge gesprochen hat, ist es nicht zu verwundern, wenn er weiterhin (S. 129) sagt: „Wie aber eine Ueberführung von kalt zu warm durch Entstehung einer Wärmemenge compensirt werden könne, das ist nach meiner Meinung nicht zu verstehen.“ Nun bildet aber gerade diese hier erwähnte gegenseitige Compensation eines Wärmeüberganges und einer Verwandlung von Wärme in Arbeit oder von Arbeit in Wärme die Grundlage meiner ganzen auf diesen Gegenstand bezüglichen Betrachtung, und wenn schon die Grundlage von Hrn. von Oettingen als unverständlich bezeichnet wird, so sind auch die übrigen von ihm erhobenen Einwände leicht erklärlich.

Ich glaube daher für jetzt von einer speciellen Besprechung der einzelnen Einwände absehen und mich auf die Erklärung beschränken zu können, daſs ich keinen derselben für gerechtfertigt halte.

Bonn, September 1876.

IX. *Ueber die kleinste Ablenkung im Prisma; von E. Lommel.*

Der im 158. Bande dies. Ann. S. 651 von Herrn F. W. Berg gegebene analytische Beweis des Satzes von der kleinsten Ablenkung im Prisma unterscheidet sich in nichts von dem Beweise F. Eisenlohr's [1]), welcher in Wüllner's Lehrbuch der Experimentalphysik (3. Aufl.) ausführlich mitgetheilt ist.

Schon lange vor Eisenlohr hat übrigens E. Bary [2]) einen elementaren analytischen Beweis bekannt gemacht, welcher sich auf dieselben Gleichungen gründet wie der Eisenlohr'sche, und nur in dem daran geknüpften Betrachtungen davon abweicht. Sowohl Bary als Eisenlohr bilden nämlich die *Summe* und *Differenz* der beiden Gleichungen

$$1) \quad \sin i = n \sin r \quad \text{und} \quad 2) \quad \sin i' = n \sin r',$$

welche im Vereine mit

$$3) \quad r + r' = \alpha \quad \text{und} \quad 4) \quad d + \alpha = i + i'$$

die Grundbedingungen des Problems ausdrücken.

Ein neuer zu derselben Kategorie gehöriger Beweis ist der folgende, welcher das *Product* und die *Differenz* der beiden Gleichungen (1) und (2) zu Rathe zieht.

1) Schlömilch's Zeitschrift, XII. Jahrg. S. 438, 1867.

2) *Annal. de chim. et phys. T. XLVII, p.* 88. Pogg. Ann. Bd. XXVI, S. 170. 1832.

Multiplicirt man nämlich diese beiden Gleichungen mit einander, so erhält man

$$\cos(i-i')-\cos(i+i')=n^2[\cos(r-r')-\cos(r+r')],$$

oder

$$\sin^2\tfrac{1}{2}(i+i')-\sin^2\tfrac{1}{2}(i-i')=n^2\sin^2\tfrac{1}{2}(r+r') - n^2\sin^2\tfrac{1}{2}(r-r'),$$

oder mit Berücksichtigung von (3):

$$5)\quad \sin^2\tfrac{1}{2}(i+i')=n^2\sin^2\tfrac{1}{2}\alpha+\sin^2\tfrac{1}{2}(i-i') - n^2\sin^2\tfrac{1}{2}(r-r').$$

Ein Blick auf die Gleichung

$$6)\quad \cos\tfrac{1}{2}(i+i')\sin\tfrac{1}{2}(i-i')=n\cos\tfrac{1}{2}(r+r')\sin\tfrac{1}{2}(r-r'),$$

welche durch Subtraction der Gleichungen (1) und (2) erhalten wird, zeigt aber, dafs der absolute Werth von $\sin\frac{1}{2}(i-i')$ nicht kleiner seyn kann als derjenige Werth von $n\sin\frac{1}{2}(r-r')$, und dafs demnach die zur Rechten von (5) vorkommende Differenz

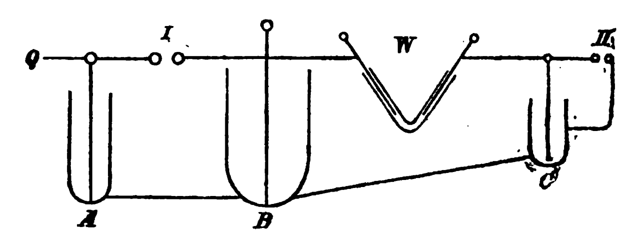
$$\sin^2\tfrac{1}{2}(i-i')-n^2\sin^2\tfrac{1}{2}(r-r')$$

niemals negativ ist. Der Werth von $\sin^2\frac{1}{2}(i+i')$, und darum auch vermöge (4) der Werth der Ablenkung d ist daher ein Minimum, wenn diese Differenz verschwindet, was nur möglich ist für $i=i'$ und $r=r'$.

X. *Ueber die Momentan-Beleuchtung bei Beobachtung der Lichtwellenschlieren; von E. Mach.*

Bei Ausführung der im Wiener Akademischen Anzeiger vom 4. Mai 1876 beschriebenen Versuche wurde eine Regulirung der Momentan-Beleuchtung verwendet, welche von der Töpler'schen etwas verschieden ist. Dieselbe ist in der Versammlung des naturwissenschaftlichen Vereins „Lo-

tos“ am 6. Mai und später noch wiederholt mit günstigem Erfolg demonstrirt worden. Die Wellen kamen dabei viel regelmäſsiger und wechselten weniger in den Dimensionen als ich das bei dem Töpler'schen Verfahren beobachtet hatte.



Die Entladung einer Flasche *A* in eine vielmal gröſsere Flasche *B* liefert bei *I* den Wellenfunken. Die Flasche *B* giebt ihre Ladung durch einen Wasserwiderstand *W* an die kleine Flasche *C* ab, welche sich mit einer Verspätung bei *II* entladet und den Beleuchtungsfunken liefert. Der Widerstand *W* besteht aus einer geknickten engen Glasröhre, in deren Wasserinhalt Drähte beliebig weit eingeschoben werden können. Vergröſserung des Widerstandes *W* und der Flasche *C* vergröſsert natürlich die Verspätung. Dieser Widerstand wurde auch bei den im Akadem. Anzeiger No. XV (1876) beschriebenen Versuchen verwendet.

Ich habe auch versucht die mechanische Arbeit der Welle selbst, nachdem sie einen gewissen Weg zurückgelegt hat, zur Auslösung der Beleuchtung zu verwenden. Dadurch wurde die volle Regelmäſsigkeit erzielt. Diese Versuche sind nicht ganz miſslungen, lassen aber noch viel zu wünschen übrig.

XI. *Notiz über ein Radiometer-Experiment; von Dr. Hugo Krüſs in Hamburg.*

Die bekannte Erklärung Poggendorff's[1]) für die Bewegung des Radiometers hat ihre Bestätigung gefunden durch die Versuche von Finkener[2]), mittelst welcher dieser zeigte, daſs bei einem gewissen Drucke des Gases in dem Radiometergefäſse ein Maximum der Bewegung stattfindet und daſs bei noch weiter getriebener Evacuirung eine Verlangsamung der Bewegung eintritt, daſs bei stärkerem Druck folglich ebenfalls die Drehung des Radiometers langsamer wird. Das Radiometer steht demgemäſs still, wenn der innere Widerstand desselben gleich dem Ueberdruck ist, welcher auf die schwarzen, resp. stärker erwärmten Flächen stattfindet. Bei den gewöhnlichen Radiometern tritt dieser Umstand sehr bald ein, doch ist es denkbar, daſs bei anderen Dimensionen des Instrumentes noch bei stärkerem Luftdruck eine Bewegung stattfindet, ja daſs sogar in gewöhnlicher unverdünnter Luft eine Bewegung durch Bestrahlung eintritt[3]).

Da der Widerstand der Luft in diesem Falle sehr groſs ist, so muſs man ziemlich groſse Radiometerflügel anwenden, um eine groſse erwärmte Luftschicht zu erhalten, und die Arme des Radiometerkreuzes nicht zu kurz machen; auſserdem muſs diese Vorrichtung möglichst leicht sein und

1) Poggendorff, Das Radiometer von Crookes. Diese Annalen Bd. CLVI, S. 488.

2) R. Finkener, Ueber das Radiometer von Crookes. Diese Ann. Bd. CLVIII, S. 572.

3) Bei dem durch Berthold's „Notizen zur Geschichte des Radiometers“ (diese Ann. Bd. CLVIII, S. 423) wieder bekannt gewordenen Versuche Michell's scheint der Kasten, welcher den drehbaren Balken enthielt, auch nicht evacuirt worden zu seyn, wenigstens sagt Berthold nichts hierüber und auch in Priestley's Geschichte der Optik, übersetzt von G. S. Klügel (Leipzig 1776), S. 282, finde ich nichts über diesen Punkt.

sehr wenig Reibung durch die Aufhängung haben. Ich construirte deſshalb ein Radiometer, indem ich vier runde, dünne Glimmerscheiben von 162^{mm} Durchmesser an ein leichtes Holzkreuz befestigte, so daſs die Mitte der Glimmerscheiben von dem Mittelpunkte des Kreuzes 200^{mm} entfernt waren. Die eine Seite der Platte wurde geschwärzt, die andere mit dünnem weiſsen Papier beklebt. Das mit den Scheiben 20^{gr} schwere Kreuz schwebt mit einem Hütchen auf einer Stahlspitze und ist sehr beweglich; der geringste Luftzug setzt es in Bewegung, so daſs man die Versuche mit diesem Instrument sehr vorsichtig anstellen muſs; ich entfernte mich von demselben bei der Beobachtung so weit wie möglich, um nicht durch mein Athmen das Experiment zu stören.

Ich stellte nun eine mit einem Reflector versehene Oellampe in einer Entfernung von ca. 60^{cm} vom Ende der Flügel so auf, daſs die schwarzen Flächen bestrahlt wurden; dann nahm dieses Radiometer eine Bewegung an von etwa einer Umdrehung in der Minute und zwar: *die schwarzen Flächen voraus*, also in entgegengesetzter Richtung wie die gewöhnlichen Radiometer bei Einwirkung von Wärmestrahlen. Um zu constatiren, ob auch der in der Nähe der Lampe statthabende Luftstrom nach oben die Ursache dieser Bewegung sei, schaltete ich zwischen Lampe und Radiometer eine Glasplatte ein, worauf die Bewegung sich nicht änderte. Ich kam nun auf den Gedanken, daſs der durch die Erwärmung der schwarzen Flächen vor ihnen entstehende aufsteigende Luftstrom in freier Luft stärker sein könne, als wenn das Radiometer in ein Gefäſs eingeschlossen ist, in welchem dieser Luftstrom sofort einen Widerstand an den Wandungen findet, so daſs also in diesem Falle ein Minderdruck auf die schwarzen Flächen stattfinden würde, welcher den durch die stärkere Erwärmung der vorliegenden Luftschicht auf dieselben hervorgerufenen Ueberdruck überwiegen könne. Um hierüber Aufklärung zu erhalten, schloſs ich das Radiometer von drei Seiten durch Bretter ein und legte auf dieselben ein

viertes Brett, so daſs der Raum nach oben dicht über den Flügeln abgeschlossen war. Von der offenen Seite her lieſs ich die Strahlen einfallen und bei derselben Lampe in derselben Entfernung wie bei dem ersten Versuche, drehte sich nun das Radiometer ziemlich schnell in gewöhnlicher directer Richtung, d. h. *die weiſsen Flächen voraus*; die Geschwindigkeit war eine Umdrehung in 23 Sekunden. Auch bei weiterer Entfernung der Lampe bis zu 1,20 Meter bewegte sich das Radiometer, wenn auch natürlich langsamer, jedoch sehr constant.

Ich entfernte nun vorsichtig das obere Brett und erwartete eine Umkehr der Bewegung. Diese trat aber nicht ein, sondern das Radiometer drehte sich in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit fort wie vorher. Hierauf nahm ich die Seitenwände fort und es stellte sich alsdann die Bewegung in umgekehrter Richtung ein, nachdem eine kurze Zeit hindurch Stillstand gewesen war. Als die Seitenwände wieder ersetzt wurden, entstand wieder die directe Rewegung.

Es zeigt sich somit eine Abhängigkeit der Bewegung von dem Gefäſs, welches das Radiometer umgiebt. Aus den von Finkener[1]) entwickelten Formeln folgt, daſs die Schnelligkeit der Bewegung des Radiometers abnimmt mit dem Wachsen der Entfernung der Flügel von der Wand, und er wies dieses auch durch das Experiment nach; in einem 64^{mm} weiten Cylinder brauchte ein Radiometerkreuz 55 Sekunden zu einer Umdrehung, in einem 79^{mm} weiten Rohre bei fast demselben Luftdruck 65 Sekunden. Nach den oben angeführten Versuchen scheint es wahrscheinlich, daſs diese Behauptung noch weiter ausgedehnt werden kann, in der Weise nämlich, daſs bei gänzlichem Fehlen der Wandung (oder bei verhältniſsmäſsig sehr groſser Entfernung derselben) eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung eintritt. Daraus würde zu schlieſsen sein, daſs bei allmähliger Vergröſserung der Radiometerkugel die

1) A. a. O. S. 589.

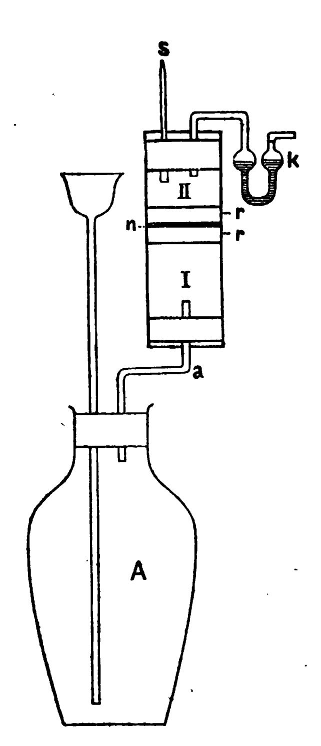
Bewegung des Kreuzes immer langsamer werden wird, dafs bei einer gewissen Entfernung der Wandung von den Flügeln Stillstand und bei noch gröfserer Entfernung eine rückläufige Bewegung eintreten. Es wäre, um dieses sicher zu constatiren, wünschenswerth, dafs in verdünnter Luft Radiometer-Versuche mit Gefäfsen von sehr grofsem Durchmesser angestellt würden.

XII. *Sicherheits-Vorrichtung für Wasserstoff-Entwickelungsapparate zur Verhütung der Knallgas-Explosionen bei der Entzündung des Gases; von Max Rosenfeld.*

Dieselbe besteht (s. umstehende Figur) aus einem etwa 8^{cm} langen und 3^{cm} weiten Glasrohre, welches an beiden Enden mit einem Kork- oder Kautschukpfropfen versehen ist. Der eine dieser Pfropfen hat eine Durchbohrung, in welche das Ausströmungsrohr *a* eines Wasserstoff-Entwickelungsapparates *A* pafst; der andere ist mit zwei Oeffnungen versehen, zur Aufnahme eines zugespitzten Röhrchens *s* und einer *U*-förmig gebogenen Kugelröhre *k*, welche bis zur Hälfte der Kugeln etwa mit Wasser gefüllt ist. Das Volumen der Röhre ist durch eine Querwand aus fünf übereinanderliegenden feinmaschigen Drahtnetzen[1]), welche durch zwei Korkringe *r* und r_1 festgehalten und aneinander

1) Das Drahtnetz, das ich bei der Zusammenstellung des Apparates verwendete, hatte bei einer Drahtdicke von 0^{mm},1 neun Maschen auf einem □^{mm}. Ein einzelnes Drahtnetz als Querwand benutzt, zeigte sich wirkungslos, und der ganze Wasserstoff-Entwicklungsapparat ging bei der Entzündung in Trümmer. Als ich den Versuch mit fünf übereinander liegenden Netzen wiederholte, gelang derselbe aber auf das Vollkommenste.

gepreſst werden, so abgetheilt, daſs der obere Raum II etwa den dritten Theil des Ganzen ausmacht.



Wird nun im Gefäſse *A* Wasserstoff entwickelt, so kann man zu jeder Zeit das aus der Oeffnung *s* entweichende Gas entzünden, ohne daſs die geringste Gefahr einer Knallgas-Explosion zu befürchten wäre; die Entzündung kann sich nämlich nur auf das im Raume II etwa vorhandene Gemenge von Wasserstoff und Luft erstrecken, da die Drahtnetzwand eine Fortpflanzung derselben in das Innere verhindert. Die Kugelröhre *K* ermöglicht dem explodirenden Knallgase eine gewisse Ausdehnung.

Der Apparat beseitigt also jede Gefahr durch zu frühes Entzünden von Wasserstoff aus Entwickelungsgefäſsen und ermöglicht die genaue Ermittlung des Zeitpunktes, wann nur reiner Wasserstoff der Oeffnung entströmt, ohne den geringsten Verlust an Gas, da bei der Entzündung die Flamme mit einer kleinen Explosion immer verlöscht, so lange noch Luft beigemengt ist.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47

1876. ANNALEN № 11.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLIX.

I. *Ueber die Natur der elastischen Nachwirkung; von Ferdinand Braun.*

§. 1.
Zweck und Plan der Untersuchung.

Die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung nehmen, wie W. Weber[1]), der Entdecker derselben, für die Verschiebungen nach der Länge von Seidenfäden und später F. Kohlrausch[2]) für die Torsionsnachwirkung von Metalldrähten zeigten, einen gesetzmäſsigen Verlauf, selbst wenn die Bewegungen mehrere Monate lang dauern. Beide Forscher haben ihre Beobachtungen durch verhältniſsmäſsig einfache Interpolationsformeln vollständig darstellen können. Da diese aber naturgemäſs zunächst nur für die speciellen Beobachtungsfälle anwendbar sind, so hat Boltzmann[3]) neuerdings versucht, die Gesammtheit derjenigen Fälle, in welchen elastische Nachwirkung oder eine mit derselben zusammenhängende Erscheinung (die Elasticitätsänderung durch länger andauernde Verschiebungen) abzuleiten aus einer einzigen Hypothese. Gesetzt, es ergäbe sich, daſs die von Boltzmann entwickelten Formeln im Allgemeinen (denn mehr beansprucht die Theorie nicht) mit der Erfahrung übereinstimmten, so wäre damit bewiesen, daſs die elastischen Verschiebungen einem einfachen Fundamentalgesetz folgen: Ein Punkt, welcher unter dem Einfluſs elastischer Kräfte steht, bewegt sich,

1) Pogg. Ann. Bd. 34, S. 247; Bd. 54, S. 1.
2) Pogg. Ann. Bd. 119, S. 337, 1863; Bd. 128, S. 1, 207, 399. 1866.
3) Pogg. Ann. Ergänzungsbd. VII, S. 624.

wie die gewöhnliche Elasticitätstheorie verlangt, wenn er eine unendlich kleine Verschiebung erleidet und vorher noch gar nicht gegen die anderen Punkte verschoben war. Hat dagegen schon früher (was strenge genommen schon beim zweiten Wegelement der Fall ist) eine Verschiebung in demselben Sinne stattgefunden, so ist die zur zweiten Verschiebung nöthige Kraft geringer als die gewöhnliche Elasticitätstheorie verlangt, und zwar um einen Betrag, welcher proportional ist 1) der Gröfse der früheren Verschiebung, 2) der Zeit, welche dieselbe dauerte, 3) einer noch zu bestimmenden Function der Zeit, die verflossen ist seit der früheren Verschiebung bis zu dem Eintritt der neuen Verschiebung.

Ob eine solche Annahme für gewisse Fälle wirklich der Erfahrung genügt, kann natürlich nur durch Vergleichung messender Beobachtungen mit den abgeleiteten Formeln entschieden werden. Eine solche Vergleichung lag nicht in meiner Ansicht. Denn einmal ist bereits durch frühere Versuche Material für dieselben vorhanden (obschon dasselbe theilweise nicht geeignet ist; vgl. Boltzmann l. c.); ferner haben Streintz und in der letzten Zeit auch Neesen neue Arbeiten in diesem Sinne bereits angekündigt, endlich erscheinen mir Untersuchungen in einem anderen Sinne nöthiger und mehr versprechend.

Die zunächst gelegene Auffassung der elastischen Nachwirkung ist, dieselbe gewissermafsen als einen Rest der elastischen Verschiebung anzusehen. In der That, denkt man sich, dafs die Verschiebungen, welche die Elasticitätstheorie betrachtet und welche dort, ebenso wie in der Hydrodynamik, als ohne Reibung erfolgend angesehen werden, mit einem Widerstande vor sich gehen, so müssen im grofsen Ganzen elastische Körper Erscheinungen zeigen, welche der Nachwirkung gleichen. Die Bewegungen der Körper in Folge des Widerstandes würden zu vergleichen seyn den Bewegungen einer Flüssigkeit in einem gekrümmten beweglichen Capillarrohr. Wird während kurzer Zeit der eine bewegliche Schenkel des Rohres stark gehoben und

wirkt so ein starker Druck auf die Flüssigkeit im einen Schenkel, so fliefst in verhältnifsmäfsig kurzer Zeit ein Quantum Flüssigkeit in den anderen Schenkel, welches nach Aufheben des starken Druckes (der starken Deformation eines festen Körpers entsprechend) wieder in gesetzmäfsig geregelter Weise langsam zurückströmt und das Ende seiner Bewegung vielleicht erst nach Monaten erreicht hat. Eine solche Anschauung, welche also Nachwirkung und die eigentliche elastische Verschiebung der Theorie als wesentlich gleich annimmt, ist in der That in ganz klar ausgesprochener Weise den Entwickelungen von Boltzmann zu Grunde gelegt. Kann aber nicht die Nachwirkung auch ein molecularer Vorgang seyn, welcher ganz unabhängig ist von den elastischen Verschiebungen, wie sie unsere Theorie berücksichtigt, ein Vorgang, welcher seinem Wesen nach gänzlich von diesen verschieden ist und nur das eine mit ihnen gemeinsam hat, dafs er ein gleichfalls stets mit gröfseren Verschiebungen eintretender Procefs ist? Braucht Nachwirkung gewissermafsen nur ein Correctionsglied an den elastischen Verschiebungen zu seyn, weil sie sich nur in kleiner Weise gegenüber den gröfseren Verschiebungen äufsert? Kann nicht auch ganz unabhängig von denjenigen Kraftäufserungen der Molecüle, welche die Theorie rechnend verfolgt, noch eine zweite Bewegung, eine Kraftäufserung zu Stande kommen, welche langsame Bewegungen anstrebt, über die sich, ich möchte sagen, die elastischen Bewegungen überlagern, stets noch, bezogen auf den so anders geformten Körper mit seiner neuen Ruhelage, den gewöhnlichen Gesetzen folgend? Dann würde elastische Nachwirkung den stetigen Uebergang zu dauernden Veränderungen bilden und danach auch ein dauernd deformirter Körper wieder sich einfach (mit sogar fast demselben Elasticitätsmodul) verhalten wie ein nicht deformirter.

Der Dualismus, welcher durch eine solche Ansicht in die Elasticitätslehre hereingetragen wird, berührt zwar — ich gebe es zu — unangenehm, vielleicht sogar erscheint

er gekünstelt. Aber die principielle Berechtigung obiger Fragen läfst sich nicht ableugnen. In der That hat bereits im Jahre 1841 W. Weber auf eine solche Trennung der Molecularkräfte fester Körper hingewiesen, ja sogar eine ganz bestimmte Hypothese untergestellt. Er nimmt an (ähnlich wie bei der Theorie der Magnetisirung und des Rückstandes), dafs Drehungen der Molecüle das Wesentliche der Nachwirkung ausmachen. Kohlrausch hat mit gröfserer Präcision und mehr Nachdruck auf die Nothwendigkeit einer solchen Trennung aufmerksam gemacht. Nach ihm mufs man annehmen, dafs die elastischen Verschiebungen ohne Widerstand erfolgen und in translatorischen Bewegungen der Molecüle bestehen. Gleichzeitig erfolgt eine mit Widerstand einhergehende Drehung der Molecüle, welche letztere die Nachwirkung hervorruft. „Die Drehung der Molecüle[1]) erklärt den Vorgang, sobald man annimmt, dafs sie langsam geschieht und dafs durch sie eine Aenderung der Molecularkräfte hervorgebracht wird, ohne dafs die Mittelpunkte der Theilchen ihre gegenseitige Stellung zu ändern brauchen."

Die Erscheinungen der freiwilligen Spannungsänderung, auf welche sich Kohlrausch beruft, bedürfen, glaube ich, um entscheidend zu seyn, zuvor einer *ad hoc* angestellten Prüfung. Selbst wenn sie sich aber als nicht durch secundäre Aenderungen bedingt herausstellen, so würden sie (was übrigens Kohlrausch selbst annimmt, wie aus seiner letzten Arbeit in diesen Annalen Bd. 158, S. 337 hervorgeht, welche mir erst während der Correctur *in extenso* bekannt wurde) durch die Boltzmann'sche Anschauung ihre directe Erklärung finden. Obschon ich keinen Weg sehe, experimentell darüber zur Gewifsheit zu kommen, ob Nachwirkung wirklich in einer derartigen Drehung der Molecüle begründet ist, so bleibt jedenfalls die allgemeine Frage von principieller Wichtigkeit bestehen: Sind elastische Nachwirkung und elastische Verschiebung wesentlich gleiche oder sind dieselben specifisch verschiedene Bewegungen?

1) Pogg. Ann. Bd. 128, S. 414.

Diese Frage aber läfst eine einfache Entscheidung zu auf Grund folgender Ueberlegung: Das Princip, dafs eine Kraft keine Componente senkrecht zur Richtung der Kraft hat, oder, was dasselbe besagen will, dafs eine Kraft in ihrer Wirkung nicht geändert wird durch eine zweite senkrecht gegen die erste gerichtete Kraft, gilt im Allgemeinen nicht mehr für die elastischen Körper. Gewichte, welche einen stabförmigen Körper biegen, werden gehoben oder gesenkt, wenn an dem Stab gleichzeitig eine horizontale Kraft angreift. Aber immer lassen sich in einem einfach gestalteten Körper drei Ebenen finden, welche so beschaffen sind, dafs elastische Verschiebungen und Kräfte in der einen Ebene unabhängig sind von gleichzeitig eintretenden elastischen Verschiebungen in den anderen Ebenen, so dafs, wenn man diese Ebenen als Coordinatenebenen zu Grunde legt, die Elasticitätslehre wieder der einfacheren Mechanik starrer Körper sich nähert. Elastische Nachwirkunsverschiebungen, welche in einer dieser Ebenen hervorgerufen sind, müssen dann von Verschiebungen in den beiden anderen Ebenen unabhängig seyn, wenn die Nachwirkung wesentlich gleich ist mit elastischer Verschiebung. Es wird sich nicht mehr so zu verhalten *brauchen*, wenn die Nachwirkung ein molecularer Vorgang ist, welcher direct gar nicht mit den elastischen Verschiebungen zusammenhängt, sondern eine weniger prägnante innere Bewegung darstellt, welche zwar gleichzeitig mit der ersten eintritt, aber einer Kraftäufserung oder Verschiebung der Molecüle entspricht, welche zu der auffälligeren Bewegung als etwas für sich Bestehendes hinzukommt.

Es kommt also zunächst darauf an, in den elastischen Körpern, welche der Untersuchung unterworfen werden, die drei ausgezeichneten Ebenen, welche ich im Folgenden *Hauptebenen* nennen will, aufzufinden, was immer leicht und sicher geschehen kann. Um jedoch die Arbeit nach allen Richtungen hin zu decken, erschien es mir nöthig, gleichzeitig einige Fundamentalsätze, welche die Elasticitätstheorie liefert, einer experimentellen Prüfung zu unterziehen.

Da sich dieser Theil der Arbeit auf längst bekannte Sätze bezieht, so hätte die Mittheilung der Versuche vielleicht unterbleiben können. Dieselbe in aller Kürze dennoch wiederzugeben, werde ich durch folgende Gründe veranlaſst: 1) Ist man gerade bei Elasticitätsuntersuchungen immer in der miſslichen Lage, *a priori* nicht zu wissen, in wie weit das benutzte Material den Voraussetzungen der Theorie genügt. Es bezieht sich dies sowohl auf die innere Beschaffenheit desselben, als auch in den meisten Fällen auf die Form des Körpers. 2) Die Theorie setzt immer nur unendlich kleine Verschiebungen voraus, ohne im Allgemeinen angeben zu können, um welchen procentischen Betrag die Resultate von den theoretisch gefundenen abweichen, wenn man Verschiebungen von einer gewissen Gröſse, bezogen auf die Dimensionen des Körpers, überschreitet. 3) Dazu kommt, daſs man vielfach sich diese Gränzen jedenfalls enger denkt, als sie sind. Wäre es sonst möglich, daſs man so häufig, selbst bei der Kritik wissenschaftlicher Untersuchungen, der Vorstellung begegnet, es müsse ein durch eine gewisse Kraft tordirter Draht sich seiner Torsionsruhelage nähern, wenn er stärker gespannt, oder es müsse ein Draht sich verkürzen, wenn er tordirt wird, wie ein Bindfaden, welcher eine Drillung erfährt?

Nachdem ich im ersten Theil die Giltigkeit derjenigen Sätze der Elasticitätslehre, auf welche sich meine weiteren Untersuchungen stützen, an dem Beobachtungsmateriale selbst geprüft habe, werde ich zeigen, daſs die Nachwirkungsverschiebungen diesen Gesetzen nicht gehorchen; ich werde die verschiedensten Nachwirkungen combiniren mit anderen Nachwirkungen und auch mit einfachen elastischen Verschiebungen, welche letzteren ohne beobachtbare Nachwirkung sind. Es wird sich zeigen, daſs zwischen dem elastischen Verhalten der Körper innerhalb der Elasticitätsgränze (Gröſse des Elasticitätsmoduls) und dem Verhalten in Bezug auf Nachwirkung keine allgemeineren Beziehungen stattfinden, wohl aber, wie es scheint, mit dem Verhalten bei Annäherung an die

sog. Elasticitätsgränze. Messungen in der Art der hier mitgetheilten versprechen uns einen Zusammenhang dieser Gränze mit anderweitigen, temporären Aenderungen zu geben und in die Natur der sog. Sprödigkeit mehr Licht zu werfen.

Endlich werde ich mich zu der Frage wenden, wie sich ein Körper verhält gegenüber dem *gleichzeitigen* Einfluſs zweier Kräfte, deren jede eine Nachwirkung in einer Hauptebene herbeizuführen bestrebt ist. Bleibt es sich für den Endzustand des Körpers gleich, ob zwei Nachwirkungen in kurzer Zeit hinter einander auftreten oder ob beide gleichzeitig angestrebt werden? Auch hier ergiebt sich ein Resultat, welches der gewöhnlichen Anschauung gerade entgegen läuft. Das Ergebniſs erinnert in der äuſseren Form an die Erscheinung, auf welche ich früher [1]) aufmerksam gemacht habe, daſs bei der Dämpfung von Schwingungen (durch Luftwiderstand) die Amplitudenabnahme nach einer Hauptschwingungsrichtung sich ändert, wenn eine dämpfende Kraft senkrecht zu der ersten hinzukommt. Eine dämpfende Kraft, schloſs ich aus den damaligen Versuchen, kann nicht in zwei zu einander senkrechte, von einander unabhängige Componenten zerlegt werden. Oder mit andern Worten: ein mit Spannkraft versehenes System, welches aus einer früheren Lage stabilen Gleichgewichtes durch zwei zu einander senkrechte, von einander unabhängige Kräfte in eine neue Gleichgewichtslage gebracht ist, setzt unter dem Einfluſs eines widerstehenden Mittels mit gröſserer Geschwindigkeit einen oder beide Theile seiner Spannkraft in lebendige Kraft um, wenn die beiden Kräfte gleichzeitig als wenn sie nach einander aufgehoben werden; ebenso wird sich zeigen, daſs die von zwei Kräften hervorgebrachte Nachwirkung gröſser ist, wenn die Kräfte gleichzeitig, als wenn dieselben vollständig, d. h. auch zeitlich von einander unabhängig einwirken. Durch diese Eigenschaft treten endlich die Erscheinungen der Nachwirkung in eine überraschende Analogie zu den Erscheinungen der chemi-

1) Pogg. Ann. Bd. 151, S. 263.

schen Molecularkräfte. Die Verschiedenheit in dem Endzustande eines Körpers (Mischung), welche bei chemischen Processen erreicht werden kann durch die Reihenfolge, in welcher die verschieden starken Kräfte chemisch anders gebauter Molecüle zur Wirksamkeit kommen, kann hier an demselben Stoff durch andere Stellungen, welche man den Molecülen der Reihe nach giebt, erreicht werden.

I. Theil.

Experimentelle Prüfung einiger Hauptsätze der Elasticitätstheorie.

Biegung und Torsion von Stäben.

§. 2.

1. *Die Biegung, welche eine äufsere Kraft bewirkt, fällt im Allgemeinen nicht in die Richtung der Kraft.* Nur wenn ein Stab vollständig homogen, isotrop und von genau kreisförmigem oder quadratischem Querschnitt ist, fällt stets die Richtung der Verbiegung und der biegenden Kraft zusammen. In anders beschaffenen Stäben scheinen sich immer *zwei, aber auch nur zwei* zu einander senkrechte Ebenen zu finden, welche sich in der Axe des Stabes schneiden und die Eigenschaft besitzen, dafs eine Kraft, welche in einer dieser Ebenen einwirkt, eine Verschiebung hervorruft, welche in der Ebene der Kraft liegt. Diese Eigenschaft ergiebt sich für die Verschiebungen eines einzigen Punktes ganz allgemein durch die Theorie, für einen Stab unter gewissen Voraussetzungen und, wie es scheint, experimentell ganz allgemein für beliebig beschaffene Stäbe. Diese Ebenen, die *Hauptbiegungsebenen* (identisch mit den früher von mir Hauptschwingungsebenen genannten), sind danach so beschaffen, *dafs eine Biegung in einer dieser Ebenen weder eine Biegung* nach der anderen *hervorruft, noch auch* eine bereits in der anderen Ebene vorhandene *ändert.* Ich erinnere an die von vornherein gegebene Methode durch Schwingungen diese Ebenen zu finden, an die Vorsichtsmaafsregeln, welche dabei zu beachten sind und endlich, was das wesentlichste ist, daran, dafs

diese Ebenen — worauf ich schon früher hinwies [1]) — *nach Charakter und Lage ungeändert bleiben selbst bei endlichen Verschiebungen.*

Zu beachten ist schliefslich, dafs durch eine Biegung in einer Hauptschwingungsebene innere Verschiebungen der Molecüle in der anderen Hauptebene eintreten; doch sind die elastischen Kräfte, welche durch diese Verschiebungen entstehen, so beschaffen, dafs die Summe sämmtlicher Kräfte mit Berücksichtigung ihres Vorzeichens und genommen über den ganzen Querschnitt gleich Null ist und somit keine Verbiegung des ganzen Stabes zu Stande kommen kann. Ist diese Summe zwar für jeden Querschnitt gleich Null, aber nicht gleich Null für jedes Linienelement des Querschnittes, welches zur Hauptbiegungsebene senkrecht steht, so tritt in Folge des ersten Umstandes zwar keine Biegung in der zweiten Hauptebene ein, in Folge des zweiten Umstandes jedoch eine Torsion. Dies letztere wird der Fall seyn, wenn es keine zur ersten Hauptebene parallele Ebene giebt, welche gleichzeitig Symmetrieebene für den Querschnitt ist. — Alle Bemerkungen dieses Abschnittes sind nur dann umkehrbar, wenn alle Querschnitte des Stabes einander gleich oder ähnlich sind (sowohl nach Gestalt als auch bei nicht isotroper Gestalt in Bezug auf Vertheilung der Elasticität); sie werden complicirtere Form annehmen (indem die Summen dann über den ganzen Stab auszudehnen sind), wenn dieser Bedingung nicht mehr genügt ist. Im letzteren Falle darf man kein gleichmäfsiges Verhalten aller Theile des Stabes mehr erwarten.

§. 3.

Experimentelle Prüfung. Dafs eine Biegung in einer Hauptebene keine Biegung in der anderen hervorruft, ist so genau, als durch irgend eine Methode erreicht werden kann, dadurch bewiesen, dafs Schwingungen in der einen Ebene keine Schwingungen in der anderen hervorrufen. Der Versuch konnte sich defshalb auf die Fragen beschränken:

1) Pogg. Ann. Bd. 151, S. 58.

a) Aendert sich *eine bereits vorhandene* Biegung in einer Hauptebene nicht durch eine Biegung in der anderen Ebene?

b) Aendert sich eine Biegung, welche hervorgebracht ist durch eine Kraft, welche nicht in einer Hauptebene liegt, wenn sich mit derselben noch eine zweite, senkrecht zur ersten wirkende Kraft verbindet?

Ein Stab werde am einen Ende in horizontaler Lage in einen Schraubstock eingeklemmt; zuvor sey er um seine Axe so gedreht, daſs die durch die Axe des Stabes gehende eine Hauptebene vertical und in Folge dessen die andere horizontal liegt. Der Stab werde durch ein an dem freien Ende angehängtes Gewicht gebogen und die Biegung gemessen; läſst man jetzt eine Kraft in horizontaler Richtung auf den Stab wirken, so darf die verticale Biegung nicht geändert werden.

Die Stäbe hatten im Allgemeinen eine Länge von 300^{mm}. Vor dem freien Ende derselben befand sich im rechtwinkliges Coordinatennetz, dessen Striche im Abstand von je 1^{mm} mit dem Diamanten in eine Spiegelglasplatte eingerissen waren; die Stellung des Stabes an der Scala wurde mit einer Lupe unter Vermeidung der Parallaxe abgelesen. Die Ebene des Coordinatennetzes stand vertical, senkrecht zur Axe des Stabes und gleichzeitig so, daſs das eine System von Strichen vertical, das andere horizontal lag. Der Stab wurde durch ein angehängtes Gewicht vertical gebogen. Ein mit einer Oese versehener Faden führte horizontal über eine Rolle, welche sich in gleicher Höhe mit dem Stab 1900^{mm} von demselben entfernt befand, und trug am anderen Ende eine leichte Schale zur Aufnahme von Gewichten. Natürlich können die Zahlen für horizontale Verbiegungen nicht zu Schlüssen benutzt werden, da die Reibung der Rolle in ihren Lagern die horizontal wirkenden Kräfte um einen schwankenden Betrag veränderte. Durch den groſsen Abstand der Rolle vom Stab war dagegen erreicht, daſs trotz der Biegungen des letzteren die vertical wirkende Kraft stets hinreichend genau durch das direct

an den Stab gehängte Gewicht bestimmt war. Eine verticale Verbiegung des Stabes um 10^{mm} würde bei einer Spannung des horizontalen Fadens von 100^{gr} nur eine verticale Componente dieser letzteren Kraft $= 0{,}5^{gr}$ ergeben. Es ist zu beachten, dafs diese Componente proportional der verticalen Biegung ist, der procentische Fehler (ca. 1 Proc.) also in allen Beobachtungen an demselben Stab gleich bleibt. Es folgen einige Zahlenangaben.

Tabelle I.

Runder Stahlstab No. 3.

(Freie Länge $= 303^{mm}$; Durchmesser $= 2^{mm},844$.)

Hauptbiegungsebenen resp. vertical und horizontal.

Biegende Kraft		Verbiegung	
vertical	horizontal	vertical	horizontal
0^{gr}	0^{gr}	0^{mm}	0^{mm}
„	10	0,1	1,2
„	100	0,0	11,6
20	100	2,4	12,4
„	0	2,4	1,2
50	0	6,1	1,2
„	100	6,1	11,4
100	0	12,45	0,4
„	100	12,5	10,9
0	100	0,1	10,9
„	0	0,1	0

Tabelle II.

Rechteckiger Stab aus Huntsmann-Stahl.

Freie Länge = 305^{mm}; Dicke = $1^{mm},65$; Breite = $3^{mm},50$.

Erste Hauptbiegungsebene d. h. gröfsere Kante des Querschnitts

	A. nahezu vertical.				*B.* ca. 30° gegen den Horizont.			
	Biegende Kraft		Verbiegung		Biegende Kraft		Verbiegung	
No.	vertical	horizont.	vertical	horizont.	vertical	horiz.	vertic.	horiz.
1	0^{gr}	0^{gr}	0^{mm}	0^{mm}	0^{gr}	0^{gr}	0^{mm}	0^{mm}
2	„	100	1,7	23,0	50	„	+ 8,4	+ 4,5
3	100	0	6,6	0	„	100	— 1,0	+ 9,4
4	„	100	8,3	26,5	0	„	— 9,2	+14,3
5	200	0	13,4	4,5	100	„	— 7,1	+ 4,8
6	„	100	15,0	29,7	„	0	+16,8	— 9,2
7	0	„	1,9	26,0	0	0	+ 0,2	+ 0,3
8	200	„	14,9	29,7				

Der Stab, auf welchen sich Tab. II bezieht, war nicht vollständig gerade, vielmehr die auf einander folgenden Querschnitte etwas gegen einander gedreht. Daher stand die Hauptbiegungsebene bei der Beobachtungsreihe *A* nicht genau vertical. Es erklärt sich hieraus, dafs eine horizontale Verbiegung eine kleine verticale nach sich zog, welche aber bei den verschiedensten verticalen Verbiegungen nahezu gleich bleibt; die Differenzen der verticalen Verbiegungen bei der horizontalen Verbiegung durch resp. 0 und 100^{gr} sind (No. 1 und 2; No. 3 und 4; No. 5 und 6; No. 5 und 8 müssen combinirt werden) resp. $1,7^{mm}$; 1,7; 1,6; 1,5. Der sehr erhebliche Einflufs horizontaler Kräfte auf verticale, wenn dieselben schiefer gegen die Hauptebene angreifen, erhellt aus der Reihe *B* derselben Tabelle. Die Senkungen sind durch das Vorzeichen +, Hebungen durch — angedeutet; 100^{gr} vertical wirkend können durch 100^{gr} horizontal ziehend um $7,1^{mm}$ über die Ruhelage des unbelasteten Stabes oder um $16,8 + 7,2 = 23,8^{mm}$ im Ganzen gehoben werden; dabei bewegt sich der Angriffspunkt der Kraft nur $4,8^{mm}$ im horizontalen Sinn.

§. 4.

Durch die vorstehend mitgetheilten Versuche wird bewiesen, dafs zwei in Hauptebenen wirkende elastische Kräfte sich jedenfalls um nicht mehr beeinflussen, als etwa einer Aenderung um 1 Proc. entspricht. Diese Genauigkeit dürfte mit Rücksicht auf die gröfsere Zahl von Beobachtungen anzunehmen seyn. Ich habe noch Messungen angestellt nach einer anderen, empfindlicheren Methode.

Der oben angeführte runde Stahlstab war wieder ebenso befestigt wie vorher; seine Bewegungen wurden aber nicht direct abgelesen, sondern in eine Drehungsbewegung um eine Axe übersetzt und diese mit Spiegelablesung gemessen. Um eine Längsverschiebung in eine Drehung zu verwandeln, braucht man gewöhnlich eine Axe, um welche ein am Ende belasteter Faden geschlungen ist, der senkrecht gegen die leicht bewegliche, nicht in ihren Lagern schlotternde Axe zu dem Punkt führt, dessen Verschiebung gemessen werden soll. Diese Anordnung hätte ich nur bei sehr grofser Länge des übertragenden Fadens benutzen können. Ich wandte deshalb folgendes Verfahren an (Fig. 1, Taf. IV). Auf zwei gleichgrofse Rollen, welche auf der Axe safsen, wurde ein Stück Spiegelglas von 53^{mm} Länge und 50^{mm} Breite gekittet. Dasselbe lag in Folge seiner Schwere mit seiner einen Fläche auf dem freien Ende des Stabes so auf, dafs es mit dem Horizont einen Winkel von ungefähr 10^0 bildete. Das Ende des Stabes befand sich 30^{mm} von der drehbaren Axe. Diese selbst stand senkrecht gegen die Axe des Stabes und horizontal. Gesetzt, das Ende des Stabes bewege sich genau horizontal und geradlinig, so würde die Glasplatte und somit der an der Axe befestigte Spiegel seine Lage nicht ändern; wird dagegen der Stab vertical gebogen, so senkt sich die Glasplatte, der Spiegel an der Axe dreht sich.

Da eine horizontale Verschiebung das Ende des Stabes in einem Bogen führt, so dafs sich derselbe von der Axe entfernt, so mufs natürlich aus diesem Grunde schon eine Drehung des Spiegels eintreten. Diese würde nicht schaden,

wenn sie dieselbe Gröfse hätte, sobald der Stab gleichzeitig vertical gebogen ist. In aller Strenge ist dies nicht der Fall, da bei dieser neuen Lage auch der Abstand des Stabes von der Axe ein anderer ist. Man übersieht aber leicht, dafs dieser Fehler nur einen kleinen Bruchtheil des ersteren ausmacht, wenn der Abstand des Punktes, an welchem der Spiegel aufliegt, von der Drehungsaxe nicht zu klein gewählt ist. Endlich ändert sich bei einer Senkung des Stabes auch die Kraft, mit welcher die Spiegelglasplatte auf den Stab drückt. Die Differenzen jedoch, welche sich bei nicht zu grofsen Senkungen herausstellen, sind für nahe gelegene Bogen und kleine Neigungen der Platte gegen die Horizontale nicht erheblich. Tab. III giebt einige Zahlen, welche sich auf die schon im vorigen §. angeführten Stäbe beziehen.

Tabelle III.

Runder Stahlstab No. 3. Dimensionen (vgl. Tab. I.)

A. Hauptebene vertical.					*B.* Hauptebene 45° gegen den Horizont geneigt				
No.	Kraft vertical	Kraft horizontal	Ablenkung in Scalenth.	Diff.	No.	Kraft vertical	Kraft horizontal	Ablenkung in Scalenth.	Diff.
1 *a*	0gr	0gr	1,2		1 *a*	0gr	0gr	496,5	
b		100	13,2		*b*		100	484,5	12,0
c		0	0,8	12,4	2 *a*	20	0	371	
2 *a*	20	0	117		*b*		100	361,2	10,2
b		100	129	12,0	3 *a*	0	0	496,2	
3 *a*	0	100	12,0		*b*		100	484,3	11,9
b		0	– 0,5	12,5	4 *a*	50	0	152,8	
4 *a*	50*	0	–15,5		*b*		100	149	3,8
b		100	–29	13,5					

* Spiegel verstellt.

Man ersieht aus der Tabelle, dafs bei einer verticalen Biegung des Stabes, welche 117 sc Aenderung der Spiegellage entspricht, eine horizontale Verbiegung nur 0,4 sc weniger Ablenkung bewirkt als dieselbe horizontale Verbie-

gung bei dem unbelasteten Stabe; die Aenderung der Kraft im einen Hauptschnitt beträgt demnach höchstens 0,5 Proc. Nahezu dieselbe Gröfse ergiebt sich, wenn bei dem runden Stahlstabe die Kräfte in Ebenen wirken, welche 45° gegen die Hauptebenen geneigt sind. Dafs hier keine stärkere gegenseitige Beeinflussung merklich ist, erklärt sich aus der fast vollkommenen Uebereinstimmung des Stabes mit einem kreisrunden, homogenen Stahle. Die Schwingungszahlen in den beiden Hauptebenen verhielten sich wie 600 : 601; nur zwischen den Beobachtungen 4.*a* und 4.*b* der Tab. III.*B* ist die Differenz (3,8) erheblich kleiner als zwischen den sonstigen Beobachtungen. Es rührt dies von der starken Biegung des Stabes und der somit erheblich geänderten Lage desselben gegen die Glasplatte auf der Rolle. In der That, wurde der unbelastete Stab so viel gesenkt, dafs nahezu die gleiche Lage desselben gegen die Glasplatte eintrat, wie vorher durch die Belastung, so ergab sich durch eine horizontale Verbiegung nun eine Aenderung von nur $2,8^{sc}$; der Spiegel ging von 194^{sc} auf 191,2, wenn horizontal 100^{gr} zogen. — In allen Zahlen der Tabelle ist auch stets bei stärkerer Biegung kleinere Aenderung der Spiegellage; dies spricht dafür, dafs die noch beobachteten Unterschiede auf die früher erwähnten Fehler des Apparates zu schieben sind. Denn je kleiner die Neigung der Glasplatte gegen den Horizont ist, desto geringere Drehung der Axe wird durch eine horizontale Biegung des Stabes herbeigeführt; bei ganz horizontaler Glasplatte würde der Einflufs vollständig wegfallen.

Mit möglichster Berücksichtigung dieses letzteren Umstandes wurde endlich ein rechteckiger Stahlstab untersucht; bei einer verticalen Biegung in der einen Hauptebene um 237^{sc} brachte eine horizontale Verbiegung 25^{sc} Aenderung hervor, nur 1^{sc} mehr als wenn der unbelastete Stab um ebensoviel verbogen wurde.

Nach allen diesen Versuchen kann die Unabhängigkeit zweier in zwei Hauptbiegungsebenen wirkenden Kräfte

sicher bis auf wenigstens 0,5 Proc. als bewiesen angesehen werden.

2. *Die Biegung eines Stabes wird nicht geändert, wenn derselbe gleichzeitig tordirt wird.* Dieser Satz ist so ausreichend gelegentlich der Untersuchungen Kirchhoff's[1]) und später Okatow's[2]) bestätigt, daſs eine weitere Prüfung unnöthig war. Er ist auch ohne directe Beziehung auf das Folgende. Dasselbe gilt von dem folgenden Satz:

3. Eine Biegung bringt im Allgemeinen gleichzeitig eine Torsion hervor. *Nur die Biegung in einer Hauptebene hat, falls die Hauptebene gleichzeitig Symmetrieebene für den Stab ist, keine Torsion desselben zur Folge.*

Torsion und Spannung von Drähten.

§. 5.

4. *Die Spannung eines Drahtes* (Verschiebung nach der Längsrichtung desselben) *bringt keine Torsion hervor.* Dieser fundamentale Satz findet sich im Allgemeinen bei keinem einzigen Material in der gebräuchlichen Form bestätigt. Der Grund liegt, wie ich später zeigen werde, darin, daſs die meisten Drähte schon elastische Nachwirkung besitzen. Welche Bedingungen erfüllt seyn müssen, damit der Satz gilt, geht besser aus den im zweiten Theil dieser Abhandlung mitgetheilten Beobachtungen hervor.

5. *Die Torsionsverschiebung, welche eine bestimmte Kraft hervorruft, ändert sich nicht, wenn der Draht einer Längsspannung unterworfen wird.* Der Satz ist gleichfalls durch zahlreiche Messungen bewiesen, sämmtlich, soviel mir bekannt ist, Schwingungsbeobachtungen. Dieselben haben bei der gewöhnlichen Form der Ausführung den einen Uebelstand, daſs die Spannungsändernng gleichzeitig mit einer Aenderung des Trägheitsmomentes des mitschwingenden Gewichtes, verbunden ist, in dessen Bestimmung wieder Fehler eingehen können. Dazu kommt die Längenänderung des Drahtes, endlich die Aenderung

1) Pogg. Ann. Bd. 108, S. 369. 1859.
2) Pogg. Ann. Bd. 119, S. 11.

des Querschnittes; bis auf diese letzte Aenderung lassen sich alle anderen leicht in folgender Weise ausschliefsen.

Eine Stahlseite von 0^{mm},6686 Dicke wurde horizontal ausgespannt. Das eine Ende derselben war in einen Schraubstock eingespannt, das andere Ende führte über eine Rolle, so dafs die Saite mit verschiedenen Gewichten gespannt werden konnte; vor der Rolle befand sich ein vertical befestigter schmaler Feilkloben, zwischen dessen Backen die Saite frei hindurch ging. Nachdem die Saite mit einer bekannten Kraft gespannt war, wurde durch Anziehen der Backen des Feilklobens ein Stück der Saite von der unveränderlichen Länge von 1400^{mm} abgegränzt. In der Mitte dieses Stückes befand sich ein horizontaler Querarm und ein Spiegel. Durch einseitiges Belasten des Querarms konnte die Saite mit einer gewissen Kraft tordirt werden und so die bei verschiedenen Spannungen durch dieselbe Kraft hervorgerufene Torsion gemessen werden. — Ebenso konnte der Draht in Torsionsschwingungen versetzt und deren Schwingungsdauer bestimmt werden. Die im Mittel aus mehreren Versuchen erhaltenen Zahlen giebt die folgende Zusammenstellung.

Tabelle IV.

Stahlsaite. 1400^{mm} Länge; 0^{mm},6686 Dicke.

Spannung	Torsionen		Schwingungsdauer		Quadrat des Verhältnisses
	Werth	Verhältnifs	Werth	Verhältnifs	
Reihe I.					
2^{Kilo}	378,7		1",495		
5	390,0	1,029 (1)	1,53	1,0234	1,0474 (3)
Reihe II. (Torsionsmoment kleiner; Trägheitsmoment vergröfsert.)					
2^{Kilo}	265,3		1",48		
5	275,0	1,036 (2)	1,515	1,0236	1,0479 (4)

Aus den Zahlen ergiebt sich übereinstimmend, dafs *der Widerstand des Drahtes gegen Torsion bei vergröfserter*

Spannung eher abnimmt als zunimmt. Theilweise ist diese Erscheinung jedenfalls auf Rechnung des verringerten Querschnittes zu setzen. Die Differenzen sind aber gröſser, als diesem Einfluſs entspricht. Da die Torsionswinkel, welche durch dieselbe tordirende Kraft hervorgebracht werden, unter sonst gleichen Umständen sich verhalten umgekehrt wie die 4ten Potenzen der Radien, die Schwingungsdauern wie die Quadrate derselben, so würde die Einheit des Durchmessers bei Zunahme der Spannung von 2 auf 5 Kilo sich geändert haben

aus	Versuchszahl	(1)	berechnet	um	0,0074
„	„	(2)	„	„	0,0090
„	„	(3)	„	„	0,01165
„	„	(4)	„	„	0,01175.

Ob diese Aenderung herrührt von einer Abnahme des Elasticitätsmoduls oder einer Aenderung der Quercontraction oder ob schon bei diesen Spannungen die Theorie nicht mehr anwendbar ist, habe ich nicht weiter untersucht.

§. 6.

6. *Eine Torsionsverschiebung bringt weder eine Längsverschiebung im ungespannten Drahte* (Verlängerung oder Verkürzung) *hervor, noch ändert dieselbe eine bereits vorhandene Verschiebung nach der Axe.*

Soviel mir bekannt ist, ist dieser Satz noch nicht direct geprüft worden. Derselbe gilt innerhalb überraschend weiter Gränzen. Ich untersuchte ihn an Stahl, Kupfer, Coconfaden und Kautschuk.

Ein hartgezogener Kupferdraht von $0^{mm},587$ Durchmesser wurde mit seinem oberen Ende in eine geeignete Klemme eingespannt, so daſs der mit 500^{gr} belastete Draht vertical hing. Ein Mikroskop mit Ocularmikrometer war auf eine am Draht angebrachte Marke, welche 400^{mm} vom oberen, eingeklemmten Ende entfernt war, eingestellt. Wurde der Draht nach der einen oder anderen Seite so tordirt, daſs diese Marke um 360^0 gegen ihre frühere

Lage verdreht war, so zeigte sich keine mit Sicherheit meſsbare Aenderung der Länge; dieselbe (scheinbar eine schwache Verkürzung des Drahtes, welche aber auch durch eine kleine Abweichung aus der Verticalen bedingt seyn könnte) betrug höchstens $0^{sc},8$, wobei mir jedoch wegen der kleinen Schwankungen des Drahtes, unbestimmter Begränzung der Marke etc. eine Ablesung auf nicht mehr als höchstens $0^{sc},5$ sicher erschien. Da 1^{sc} des Mikrometers $0^{mm},04$ entsprach, so würde demnach eine Verdrehung zweier 400^{mm} von einander abstehender Querschnitte um 360^{0} nicht mehr Längenänderung als höchstens (wenn man 1^{sc} Aenderung annimmt) 0,01 Proc. bewirken. — Ein ungefähr gleiches Resultat ergab ein Stahldraht.

Um Coconfaden auf dieselbe Eigenschaft zu untersuchen, wurde die Methode benutzt, welche W. Weber auf Vorschlag von Gauſs anwendete[1]) bei Messungen über einen ähnlichen Gegenstand. Ein Coconfaden wurde horizontal ausgespannt; sein eines Ende war mit etwas Kitt an einem gleichfalls horizontalen Messingstäbchen befestigt, welches die Axe eines Torsionskreises bildete. Dieser war fest auf einem Wandbrett aufgestellt, die Ebene des Kreises natürlich vertical gerichtet. Das Messingstäbchen konnte (wie bei jedem Torsionskreis) gleichzeitig in seiner Hülse der Länge nach um ca 40^{mm} verschoben werden. Das andere Ende des Cocons war an einem dünnen, nahezu vertical hängenden Eisendraht, welcher am unteren Ende durch 50 bis 100^{gr} belastet war, angekittet. Wurde das Messingstäbchen des Torsionskreises in seiner Hülse weiter herausgeschoben, so bewegte sich der Eisendraht, an welchem der Cocon befestigt war, weiter von der Verticalen hinweg und der Cocon bekam eine Spannung, deren Gröſse durch die Abweichung des Eisendrahtes aus der Verticalen und das Gewicht, welches letzteren belastete, bestimmt war. Auf die Stelle, an welcher der Cocon am Eisendraht befestigt war, wurde ein Mikroskop mit Ocularmikrometer eingestellt. War so der Seidenfaden schwach

1) Pogg. Ann. Bd. 34 l. c.

oder stärker belastet, so konnte er gleichzeitig durch Drehung des Messingstabes im Torsionskreise um eine bekannte Gröfse tordirt und am Mikroskop gemessen werden, ob und wieviel sich die Länge des Fadens geändert hatte. Da die Beobachtungen nur kurze Zeit in Anspruch nahmen, so waren Störungen durch Wechsel der Temperatur und des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft nicht sehr zu fürchten; sie zeigten sich (wenn nur der Faden nicht direct von der Sonne beschienen wurde) noch geringer, als ich erwartet hatte.

Die Fäden waren, ehe sie befestigt wurden, der Drillungen und Knickungen, welche sie immer besitzen, beraubt worden. Zu dem Ende wurden sie vertical aufgehängt, mit einem kleinen Gewicht belastet und der Reihe nach alle Stellen der Einwirkung der Dämpfe von kochendem Wasser ausgesetzt; dies wurde so lange wiederholt, bis sie sich nicht mehr aufdrillten.

Es hat keinen Zweck, Zahlen im Einzelnen mitzutheilen. Das Resultat vieler Versuche mit mehreren Fäden war, dafs die Fäden von durchschnittlich 1150^{mm} Länge bei 10 oder 20 selbst 40 Drillungen um je 360°, sey es links oder rechts herum, ihre Länge höchstens um 0^{sc},3 des Ocularmikrometers, d. h. um 0^{mm},012 änderten; dies war gleich 0,00001 der ganzen Länge oder 0,001 Proc.

Trotz der sehr beträchtlichen Torsion, welche je zwei Querschnitte, die um 30^{mm} von einander abstehen, um volle 360° gegen einander verdreht, wird dennoch bei den sehr dünnen Fäden die Verschiebung der Theilchen zweier benachbarter Querschnitte gegen einander nur gering seyn. Ich untersuchte deshalb noch einen Kautschukfaden, dessen nahezu quadratischer Querschnitt 1^{mm} Seitenlänge besafs. Auch hier gaben, bei einer Länge des Fadens von 1280^{mm}, 10 Drillungen um 360° eine Längenänderung von höchstens 0,3 bis 0^{sc},5, einer Aenderung von höchstens 0,0015 Proc. entsprechend.

II. Theil.

Ueber die Abhängigkeit der Nachwirkung von später eintretenden Verschiebungen.

Ueber die gegenseitige Abhängigkeit zweier Biegungsnachwirkungen in zwei Hauptebenen.

§. 7.

Die Vorrichtung, welche zu einer Reihe von Versuchen über Biegungsnachwirkung benutzt wurde, war einfach folgende (Fig. 2, Taf. IV). In einen Schraubstock wurde horizontal ein Stab so eingespannt, daſs die eine Hauptbiegungsebene vertical, die andere somit horizontal lag. Das freie Ende des Stabes ragte durch die Mitte eines rechteckigen Holzrahmens, dessen innere Seiten resp. 32 und 44^{mm} lang waren. Der Stab konnte so in der einen Hauptebene, etwa vertical, um eine vorher gemessene Gröſse verbogen und durch kleine Haken eine bekannte Zeit lang in dieser Biegung erhalten werden. Man lieſs ihn dann, möglichst unter Vermeidung von Schwingungen, in seine Ruhelage zurückkehren und beobachtete durch ein horizontal gelegenes Mikroskop, in welches ein Ocularmikrometer eingelegt war, die Stelle des Stabes und seine Bewegung in Folge der elastischen Nachwirkung. War der Gang derselben bekannt, so konnte der Stab während einer gleichfalls gemessenen Zeit in der anderen Hauptebene (horizontal) verbogen und nach der Rückkehr in seine natürliche Lage eine etwaige Aenderung derselben gemessen werden. Ist die Verbiegungsnachwirkung in einer Hauptebene (wie eine elastische Verschiebung ohne Nachwirkung) unabhängig von einer Verschiebung in der anderen Hauptebene, so darf er sich nunmehr in verticaler Richtung um nicht mehr verschoben haben als in Folge des Ganges der verticalen Nachwirkung zu erwarten war. Zu beachten ist, daſs eine kleine Abweichung der zweiten Biegung von der horizontalen Richtung keinen Fehler bedingt, da diese kleine Abweichung nur einer unendlich kleinen Verschiebung entspricht, welche, wie ich mich wiederholt überzeugte, keine Aenderung der Nachwirkung hervorruft. In anderen

Versuchen wurde aufserdem dem Stabe eine genau horizontale Bahn vorgeschrieben. Ich erinnere ausdrücklich daran, dafs nach den Versuchen des §. 3 und 4 seitens der Elasticiätskräfte nicht einmal das *Bestreben* vorhanden ist (abgesehen davon, dafs demselben gar nicht genügt werden könnte), den Stab nach der anderen Hauptebene zu biegen. Um so beachtenswerther ist das durchgängige Resultat, *dafs eine Nachwirkung in einer Hauptebene stets verringert wird durch eine später auftretende Nachwirkung in der anderen Hauptebene.*

§. 8.

Der schon oben erwähnte Unterschied, welchen die beiden Hauptebenen in Bezug auf die Dämpfung von gleichzeitigen Schwingungen zeigten, liefs mich bei der Verwandtschaft dieses Vorganges mit der elastischen Nachwirkung auch eine Verschiedenheit der Hauptebenen für die letzten erwarten, etwa in der Weise, dafs in der einen Hauptebene bestehende Nachwirkungen durch Verschiebungen in der zweiten verringert, umgekehrt solche in der zweiten vergröfsert oder wenigstens nicht verändert würden. Ein derartiges Resultat würde sich unmittelbar ableiten lassen, wenn man die Erklärung, welche W. Weber[1]) früher von der Dämpfung gegeben hat, annehmen und die beschriebene Dämpfungserscheinung inneren Widerständen zuschreiben will. Die Erklärung gründet sich bekanntlich auf die in Folge der Nachwirkung eintretende fortwährende Verschiebung der Ruhelage.

Um deshalb jeden Irrthum über die Lage der Hauptschwingungsebenen und diejenige, in welcher die Schwingungen rascher erfolgten, auszuschliefsen, wurden dieselben mit den früher angegebenen Vorsichtsmafsregeln[2]) untersucht; die Stäbe wurden in passend gebohrte cylindrische Messingstäbe eingelöthet, diese selbst in Versenkungen, welche in dicke Holzbretter gebohrt waren, mit

1) Pogg. Ann. Bd. 34 l. c.
2) Pogg. Ann. Bd. 151, S. 251 ff.

Siegellack eingekittet und unter dem Einfluſs dieser Umgebung die Schwingungen beobachtet, nachdem das dicke Brett mittels starker Schrauben auf einem festen Wandbrett angeschraubt war. Die Hauptebenen wurden auf dem Messingklotz markirt, die Stäbe wieder ausgekittet und an den Messingklötzen in den Schraubstock gespannt.

Die Versuche ergaben, gegen mein Erwarten, daſs eine solche Verschiedenheit der beiden Hauptschwingungsebenen für elastische Nachwirkung nicht vorhanden war. Messungen über den Einfluſs der Dimensionen, der Dauer verschiedener Verbiegungen etc. lagen, bei der groſsen Ausdehnung, welche die Arbeit schon so annahm, nicht in meiner Absicht. Ich kann mich daher auf einige Angaben, welche die Gröſsenordnung der Verschiebungen erläutern, beschränken.

Ein Stahlstab von 303^{mm} Länge und $2^{mm},844$ Dicke wurde mehrfach nach den verschiedensten Richtungen hin- und hergehoben. Eine Verbiegung um 15^{mm} nach oben während einer Minute brachte ihn von der ursprünglichen Ruhelage, welche dem Scalentheil 39 des Ocularmikrometers entsprach, auf den Scalentheil 45, d. h. änderte seine Ruhelage um $6 . 0,016 = 0^{mm},096$; in der ersten Minute änderte sich diese Lage um $0^{sc},7$. Eine kurz andauernde Verbiegung um 20^{mm} in der anderen Hauptebene brachte ihn auf 40^{sc}, d. h., er stand jetzt nur noch 1^{sc} von der ursprünglichen Ruhelage ab. Bei anderen Versuchen mit demselben Stabe änderte sich der Abstand von der Ruhelage, welche z. B. Anfangs 15^{sc} betrug, um 5^{sc} d. h. um 33 Proc.

Ein zweiter, ebenso langer und genau ebenso befestigter Stahlstab, welcher aber nur $2^{mm},32$ Durchmesser hatte, zeigte den Einfluſs gleichfalls deutlich, aber in geringerem Maſse. Eine Nachwirkung, welche 45″ nach Aufheben der Verbiegung $4^{sc} = 0^{mm},077$ betrug und sich in 1′ 45″ um 1^{sc} änderte, wurde durch einmalige Verbiegung um 20^{mm} nach links um $1^{sc},8$ geändert, so daſs der Stab nur noch 2^{sc} von der Ruhelage abstand; eine Verbiegung horizontal nach

rechts näherte ihn weitere $0^{sc},9$; dann waren aber horizontale Verbiegungen nicht mehr von Einfluſs.

Ein dritter Stahlstab endlich, welcher in Material (Elasticitätsmodul), Länge und Befestigung mit den vorhergehenden übereinstimmte, aber nur $1^{mm},252$ dick war, zeigte gar keine Beeinflussung einer Verbiegung durch eine andere in der zweiten Hauptebene hervorgebrachte.

Es ist bemerkenswerth, daſs diese Stäbe, für welche ich früher den Einfluſs der Amplitude auf die Schwingungszahlen untersucht habe, auch in dieser Beziehung sich in derselben Weise folgten und die dort ermittelte Abhängigkeit der Schwingungszahl von der Amplitude ungefähr in demselben Verhältniſs stand wie die gegenseitige Abhängigkeit der Nachwirkungen in zwei Hauptebenen.

Die Hauptebenen verhielten sich qualilativ und soweit ich messen konnte auch nahezu quantitativ gleich.

Endlich bemerke ich noch, daſs, wenn ein Stab ohne Nachwirkung war, eine Verbiegung in einer Hauptebene keine Verbiegung in der anderen Hauptebene im Gefolge hatte. Alles in Allem fand sich für die Stahlstäbe (deren ich noch zwei dickere kreisrunde und zwei von rechteckigem Querschnitt untersuchte):

Die Hauptbiegungsebenen behalten für Nachwirkungsverschiebungen ihre Bedeutung nur insofern, als eine Verschiebung in einer Ebene keine Verschiebung in der anderen hervorbringt. Dagegen wird eine schon bestehende Verschiebung in einer Hauptebene durch eine Verbiegung in der anderen Hauptebene, unabhängig von dem Sinn dieser letzteren, verringert. Nach einigen kurz andauernden Verbiegungen ist das Maximum der Verringerung erreicht, der Art, daſs nun weitere, ebenso groſse Verbiegungen ohne Einfluſs sind.

§. 9

Die vorhergehenden Versuche lieſsen mir noch ein wesentliches Bedenken. Die Stahlstäbe durchliefen nämlich den letzten Theil ihres Weges nur in sehr langen

Zeiträumen und in vielen Fällen schienen dieselben, trotz der Kleinheit der Verschiebungen, eine dauernde Deformation erlitten zu haben. Danach wufste ich nicht, ob nicht die beobachtete Aenderung vielleicht nur auf Rechnung der dauernden Deformation zu schreiben, die eigentliche Nachwirkung aber nicht geändert sey, also den Gesetzen elastischer Verschiebungen folge.

Gegen diese Auffassung spricht Folgendes:

1) zeigen Stäbe, welche eine dauernde Deformation bereits vor *langer* Zeit erlitten haben, nicht die erwähnten Erscheinungen.

2) In sehr vielen Versuchen zeigte sich (der Einflufs ist zwar gering, aber in Folge der vielen Beobachtungen doch sicher), dafs die Bewegungen des Stabes in einer Hauptebene, nachdem eine Verschiebung in der zweiten Hauptebene stattgefunden hat, langsamer vor sich gehen; d. h. gerade die Nachwirkung hat sich geändert, sie ist nahezu Null geworden, und nur die dauernde Biegung ist geblieben;

3) war bisweilen, wenn sich die Nachwirkungsbewegungen noch längere Zeit fortsetzten, später nochmals ein, wenn auch geringerer Einflufs einer Verschiebung in der zweiten Hauptebene zu beobachten.

Die sicherste Entscheidung wird aber gewonnen, wenn man sich Material aussucht, welches seine Nachwirkung rasch ändert und möglichst bald wieder in seine ursprüngliche Lage zurückkommt. Ein solches ist Kautschuk.

Ein nahezu runder Kautschukstab von 306^{mm} freier Länge und $6^{mm},1$ Dicke wurde ebenso wie die Stahlstäbe eingeklemmt. Derselbe wurde eine Minute lang horizontal verbogen um $22^{mm},5$; 17″ nach dem Loslassen war er von seiner Ruhelage um 56^{sc} entfernt und näherte sich derselben in den folgenden 42″ um 10^{sc}, in weiteren 78″ um 5^{sc}; eine 10″ andauernde Verbiegung nach oben brachte ihn volle 9^{sc} der Ruhelage näher. Er bewegte sich von jetzt ab mit offenbar geringerer Geschwindigkeit.

In einem anderen Falle, wo die ganze Nachwirkung

kleiner war, nämlich nur 30^{sc}, legte der Stab in der ersten Minute 18^{sc}, in der darauf folgenden 3^{sc} zurück und näherte sich durch eine wenige Secunden andauernde Verbiegung in der zweiten Hauptebene um nahezu eben so viel, als er in der ganzen zweiten Minute durchlief, nämlich um $2^{sc},8$ der Ruhelage. Aehnlich verhielt er sich in anderen Fällen. Es konnten bei der günstigen Beschaffenheit des Materials mehrere Beobachtungsreihen kurz hinter einander angestellt werden. Stets war der Weg in der zweiten Minute nur klein; eine einmalige Verbiegung senkrecht zur Bewegung näherte den Stab um so viel, als der ganze Weg der letzten Minute betrug, der Ruhelage; eine zweite Verbiegung in dem gerade entgegengesetzten Sinn brachte ihn noch etwas näher, und bereits nach 10 Minuten hatte der Stab wieder seine ursprüngliche Ruhelage erreicht. Eine dauernde Deformation war also sicher nicht durch die Biegungen eingetreten.

§. 10.

Ich würde durch derartige Versuche das Resultat für gesichert angesehen haben, wenn nicht die gleichen Versuche an Glasstäben keine Spur von den Erscheinungen gezeigt hätten. Da aber gerade bei Glas am ehesten der Gedanke an dauernde Deformation ausgeschlossen ist, so entstanden dadurch neue Zweifel. Das Einzige, was ich bei Glas glaubte mit Sicherheit erkannt zu haben, bestand darin, dafs der Gang der Nachwirkung durch eine Verbiegung in der anderen Hauptebene etwas verlangsamt wurde. Nur bei dickeren Glasstäben (welche deshalb von nahezu 1 Meter Länge genommen wurden), fand ich nach langer Belastung die Erscheinung gleichfalls. Ich will hier Zahlenangaben und Vergleichungen mit anderem Material, um nicht zu ausführlich zu werden, bei Seite lassen und erwähne nur, dafs ich die Ausnahmestellung, welche Glas einnimmt, als in der Eigenschaft der sog. *Sprödigkeit* begründet ansehen mufs.

Um sicher zu seyn, wurde ich veranlaſst, noch andere Stoffe zu prüfen. Es wurden Stäbchen von Kammmasse (Hartgummi) untersucht. Dieselben zeigten, ohne jede bleibende Aenderung, die Erscheinung sehr deutlich. Es mögen zwei Beispiele folgen. Aus den Wegen des Stabes in je 15″, welche in der mit Δ überschriebenen Columne angegeben sind, ersieht man deutlich die sehr rasche Aenderung in der Stellung desselben durch die zweite Verbiegung.

Tabelle V.

Stab aus Kammmasse. (Freie Länge $= 340^{mm}$; Durchmesser $= 3{,}85$ resp. $3^{mm}{,}45$.)

Eine Hauptebene vertical. $1^{sc} = 0^{mm}{,}040$.

Zeit	Stand des Stabes	Δ	Zeit	Stand des Stabes	Δ
4^h 2′ 0″	53^{sc}		4^h 13′ 0″	54^{sc}	
Verbogen nach unten 1′			Verbogen nach unten, links 1′		
3′ 0″	Losgelassen		14′ 0″	Losgelassen	
15	76		15	80	
30	70,8	5,2	30	73	7,0
45	68,2	2,6	45	70,5	2,5
4 0	66,3	1,9	15 0	68,6	1,9
15	64,5	1,8	15	67,0	1,6
30	64,0	0,5	30	(65,6)	(1,4)
45	63,2	0,8	45	65,5	1,1
5 0	62,2	1,0	16	64,3	1,2
(Verbogen nach rechts)			15	64,0	0,3
15″	59	3,2	30	63,2	0,8
12′	54		45	—	—
			17 0	63,0	—
			15	62,5	0,5
			(Verbogen nach rechts)		
			30″	58,0	4,5
			23′ 30″	55,5	

§. 11.

Da man gegen Kautschuk, ein so schlecht definirtes Material, welches noch dazu in anderen Beziehungen ein eigenthümliches elastisches Verhalten zeigt[1]), Einwand erheben kann, so erschien es mir wünschenswerth, einen besser definirten Körper von gröſserem Elasticitätsmodul zu untersuchen. Ein solcher bietet sich, wie aus den Versuchen von Kohlrausch[2]) hervorgeht, in dem Silber. Dieses Material besitzt bei einem Elasticitätsmodul, der mehr als $\frac{1}{3}$ von dem des Stahles und gröſser als der des Glases ist, den des Kautschuks aber wenigstens tausendmal übertrifft, die Eigenschaft seine elastische Nachwirkung während sehr langer Zeit gleichmäſsig zu ändern. Kohlrausch hat dies bei Torsionen von Drähten bis zu mehreren Monaten beobachtet; ich selbst habe mich sowohl für Torsion wie für Biegung von demselben Verhalten wenigstens in Zeiträumen von mehreren Tagen überzeugt.

Ein Stab von Feinsilber von $2^{mm},47$ Durchmesser und 340^{mm} Länge wurde, um ihn möglicht hart zu machen, aus einem dickeren Drahte gezogen. Die Nachwirkungsbewegung erfolgte bei ihm so langsam, daſs die Beobachtung sehr bequem wurde, gleichzeitig so regelmäſsig, daſs gar keine Frage darüber seyn konnte, ob man es mit Nachwirkung oder dauernder Verbiegung zu thun habe.

Bei einer Beobachtungsreihe, von welcher ich zwei Beispiele folgen lasse, wurde der Stab erst wiederholt nach unten und horizontal um 22^{mm} verbogen, um die mögliche dauernde Biegung herzustellen. Einen Tag darauf wurden demselben Nachwirkungen ertheilt, indem derselbe 30" um 12^{mm} vertical nach unten verbogen wurde. Die Nachwirkungen sind gering, der Einfluſs aber sehr deutlich. Nach 3 Stunden war die Nachwirkung wieder vollständig verschwunden.

1) Villari, Pogg. Ann. Bd. 143, 588.

2) Pogg. Ann. Bd. 128, S. 207, 406.

Tabelle VI.

Silberstab. (Freie Länge $=317^{mm}$); Durchmesser $= 2^{mm},47$.

Eine Hauptebene vertical. $1^{sc} = 0^{mm},016$.

Zeit	Stand des Stabes	Zeit	Stand des Stabes
$12^h\ 25'\ 30''$	$30^{sc},0$	$2^h\ 56'\ 30''$	$30^{sc},0$
Verbogen vertical		Verbogen, schräg nach unten	
26′ 0″	Losgelassen	57′ 0″	Losgelassen
30	26,0	30	26,0
27	26,2	58	26,3
(Verbogen horizontal)		30	26,6
27′ 15″	27,2	(Verbogen horizontal)	
44	28,2	59′	27,8
2^h 56	30,0	3^h 0	30,0

Andere Beispiele, bei welchen gröſserer Einfluſs (5^{sc} auf 18^{sc} Nachwirkung zu Anfang oder auf 12^{sc} augenblicklichen Abstand aus der Ruhelage) erhalten wurde, anzuführen, hat nach allem Vorhergehenden keinen Zweck mehr.

§. 12.

Ueber die Abhängigkeit der Torsionsnachwirkung von der Biegung.

Die Frage, welche zu beantworten ist, lautet: Wird die Torsionsnachwirkung eines Stabes geändert durch eine später eintretende Biegungsnachwirkung?

Das Resultat, welches ich bei den untersuchten Stäben (mehreren Stahlstäben von kreisförmigem und rechteckigem Querschnitt, zwei Kautschukstäben und dem Silberstab) erhielt, war stets unzweifelhaft, daſs auch *eine schon bestehende Torsionsnachwirknng durch eine später hinzukommende Verbiegung verkleinert wird*, *unabhängig von dem Sinn der Verbiegung und der Torsion.*

Dieses letztere Resultat garantirt am besten dafür, daſs Fehler, welche in Folge veränderter Stellung des Spiegels

zum Fernrohr entstehen können, ausgeschlossen waren. Die Methode war natürlich einfach die, daſs am Ende des Stabes ein Spiegel angebracht war, welcher mit Fernrohr und Scala die Torsion zu messen gestattete. Der Spiegel stand dabei möglichst parallel der Ebene, in welcher der Stab später verbogen werden sollte. Die Torsion wurde durch passend eingerichtete Querarme, welche möglichst leicht waren, hervorgebracht. Während des Tordirens wurde der Stab selbst aufgelegt, so daſs nicht gleichzeitige Biegung desselben eintreten konnte.

Da der Spiegel nicht vollkommen der Biegungsebene parallel stand, so konnte durch eine Verschiebung des Stabes in dieser Ebene schon ein anderer Scalentheil am Fadenkreuz erscheinen, auch wenn die Torsion des Stabes sich nicht geändert hatte. Es versteht sich von selbst, daſs der hierdurch bedingte Fehler untersucht wurde; er erwies sich als verschwindend klein, selbst wenn der untordirte Stab um mehrere Millimeter gehoben oder gesenkt wurde. Der Fehler geht endlich, soweit es sich um das Qualitative handelt, aus dem Resultate heraus, da mit Verbiegungen nach unten und oben abgewechselt wurde, ebenso wie, beiläufig bemerkt, mit dem Sinn der Torsion. In anderen Versuchsreihen endlich wurde der Stab vor und nach der Verbiegung (nach oben oder horizontal) stets mit seinem Ende auf dieselbe Stelle von einem Stückchen Glasrohr, welches mit seiner Längsrichtung senkrecht gegen die Axe des Stabes stand und als horizontale Unterlage für denselben diente, aufgelegt.

War der Stab nicht tordirt bezw. war er nach längerer Zeit (eine halbe bis eine Stunde bei Kautschuk) wieder in seine Ruhelage zurückgekehrt, so gaben Verbiegungsnachwirkungen, selbst wenn sie gröſser als die sonst benutzten waren, keine Torsion; d. h. eine Verbiegung bringt keine Torsionsnachwirkung hervor, sondern ändert nur eine schon bestehende. Der procentische Einfluſs ist aber geringer als der Einfluſs zweier Biegungen auf einander. Ich lasse drei Beispiele folgen. Der Sinn der Torsion ist so

angegeben, wie dieselbe einem Beobachter erscheint, welcher auf das freie Ende des Stabes von vorn sieht.

Tabelle VII.

Stab aus Kammmasse.

Zeit	*A.* Stellung des Stabes: Torsionslage	Aender. pro 30″	Vertic. Stellung	Zeit	*B.* Stellung des Stabes: Torsionslage	Aender. pro 1′
0′	384,5		0^{mm},00	0′	—	—
1	Tordirt rechts herum ‡			1	Tordirt links herum ‡	
15	Losgelassen			12	Losgelassen	
30″	421			17	281,0	
16	413	8,0		18	282,0	1,0
.	.	.		19	282,5	0,5
.	.	.	0,016	20	283,6	1,1
23	399,8			21	284,3	0,7
30	399,2	0,6			(Verbogen nach oben)	
24	399,1	0,1		22	286,7	2,4
30	398,9	0,2	0,032	23	287,0	0,3
25	398,7	0,2		24	287,1	0,1
30	398,5	0,2		25	287,7	0,6
	(Verbogen nach oben 20″ lang)			20	288,1	0,5
26	397,8	0,7		27	288	—0,1
27	397,3	0,25	0,160	28	288,1	0,1
28	397,0	0,15			(Verbogen nach oben)	
29	396,8	0,10		29	289,0	0,9
	(Verbogen 50″ lang nach oben)			31	289,5	0,25
30	396,2	0,3				
35	395,5	0,07				

Tabelle VIII.

Kautschukstab (Freie Länge = 306^{mm}; Dicke = 6^{mm},1)

Zeit	Torsion: Stand	Aender. pro 1′	Zeit	Torsion: Stand	Aender. pro 1′
0^h 0′	420,5	—	5^h 28′	460,2	0,9
0 1	Tordirt rechts herum ‡		29	459,2	1,0
5 22	Losgelassen		(Verbogen nach oben; 0^{mm},8 Nachwirk.)		
22	474	—			
23	464,5	9,5	30	449,2	10,0
24	462,8	1,7	31	448,8	0,4
25	461,8	1,0	33	448,1	0,35
26	461,7	0,1	37	446,8	0,32
27	461,1	0,6			

Tabelle IX.

Silberstab (Freie Länge = 317^{mm}; Dicke = 2^{mm},47).

Zeit	Torsion	
	Stand	Aender. pro 1'
0'	420,4	—
30"	Tordirt links herum um 315^{sc}	
5 0	Losgelassen	
10	408	—
40	409	2,0
6 45	410	1,0
3 0	410,8	0,72
(Verbogen 30" nach oben um 30^{mm})		
9'	413,5	2,7
10	413,6	0,1

Zeit	Torsion	
	Stand	Aender. pro 1'
0' 0"	Tordirt rechts herum um 400^{sc}	
10	Losgelassen	
10 40	454	—
11 30	452,2	2,1
12	451,8	0,8
13	451	0,8
	(30" nach oben verbogen um 22^{mm})	
14	449,2	1,8
15	449,0	0,2

§. 13.

Wird die Nachwirkung nach der Axe eines Drahtes geändert durch Torsion?

Wird ein Metalldraht mit einem so grofsen Gewicht belastet, dafs er eine dauernde Verlängerung erfährt und dann tordirt, so müsste sich die Länge desselben ändern, wenn Torsion auf die Längsnachwirkung einwirkt. Mittels dieser Methode erhält man aber nur kleine Nachwirkungsverschiebungen; wenn daher der Einflufs nicht sehr beträchtlich ist, so steht ein positiver Ausfall des Versuches nicht zu erwarten. Nun ist in der That der Einflufs so gering, dafs die Methode, wie ich an mehreren Metalldrähten fand, nicht ausreicht.

Aus diesem Grunde wurden Coconfäden in der früher angegebenen Weise (§. 6) untersucht. Als ein 1166^{mm} langer Coconfaden 20^{sc},5 = 0^{mm},820 Nachwirkung zeigte, bewirkten 20 volle Umdrehungen um 360^{0} keine merkliche Aenderung, d. h. eine Genauigkeit der Ablesung auf 0^{sc},2 vorausgesetzt, *keine Aenderung der Nachwirkung, welche mehr als* 1 *Proc. beträgt.* Dasselbe Resultat erhielt ich

bei anderen Versuchen mit Coconfäden und bei Kautschukfäden von 1□mm Querschnitt.

Dafs durch stärkere Torsionen auch eine Längsverschiebung entsteht, ist zu schliefsen aus den Versuchen von Kramm [1]), welcher bei Untersuchungen über die Torsionsfestigkeit gespannter Drähte für ungeglühte Eisen- und Stahldrähte eine bedeutende Verkürzung, für Kupferdrähte und geglühte Eisendrähte eine Verlängerung fand. Indefs sind die Vorgänge, welche dauernde Deformation bewirken, möglicherweise ganz von den Vorgängen der elastischen Nachwirkung verschieden. Um defshalb der Entscheidung der Frage wenigstens näher zu kommen, wurde eine Methode benutzt, welche durch die schematische Figur 3, Tafel IV erläutert wird.

Zwei Kautschukfäden von 1□mm Querschnitt und 610^{mm} Länge hingen vertical neben einander in einem Abstand von $4^{mm},0$. Ihre oberen Enden waren in zwei ausgezogene Glasröhrchen eingekittet; von diesen selbst war das eine auf einem in einem Brett eingeschlagenen Stäbchen festgekittet, das zweite an einem Stab befestigt, welcher den Mittelstab eines Torsionskreises bildete. Die unteren Enden beider Fäden waren an zwei Kupferdrähte befestigt, welche in 4^{mm} Abstand vertical auf einem horizontal hängenden Stahlstäbchen (Stricknadel) aufgelöthet waren. Die Stricknadel trug einen Spiegel, dessen Ebene senkrecht gegen die Nadel und somit senkrecht gegen die Ebene der beiden Kautschukfäden stand; ferner war dieselbe durch einen ebenen, rechteckigen Streifen von dünnem Kupferblech, welcher mittels zweier Kupferdrähte vertical an dem Stäbchen hing, belastet. Dieses Kupferblech tauchte in eine grofse Schale voll Wasser und diente dazu, Schwingungen des ganzen Systems zu dämpfen; gleichzeitig streckte es die Fäden mit einer gewissen Kraft.

1) Kramm, Ueber den Einflufs der Torsion auf die absolute Festigkeit der Metalldrähte. 8°. Dissert. Marburg, 1873. Auszug in Hirzel und Gretschel, Jahrbuch der Erfindungen, 1874. X. Jahrgang, S. 54 ff.

Werden die Fäden, welche fast vollständig gleiche Länge haben, während einer gewissen Zeit um eine bestimmte Länge ausgedehnt, so werden dieselben nach Aufheben der verlängernden Kraft sich nahezu gleichmäfsig in Folge der abnehmenden Nachwirkung zusammenziehen. Geschieht dies für beide in vollständig gleichem Maſse, so wird keine Drehung des Spiegels eintreten und somit in einem Fernrohr mit vertical stehender Scala keine Aenderung im Stande des Scalenbildes bemerkbar seyn. Wird nun der eine Faden tordirt und tritt dadurch in ihm eine Aenderung der Nachwirkung ein, so muſs der Spiegel eine Drehung erfahren. Bei einem Abstand der Scala vom Spiegel = 1060^{mm} und dem Abstand der Fäden von einander = 4^{mm}, würde eine Längenänderung des einen Fadens um $0^{mm},1$ das Bild der Scala im Fernrohr um 53^{mm} verschieben, 1^{sc} also einer Aenderung um $0^{mm},0019$ entsprechen; da bei dem angegebenen Abstand noch $0^{sc},2$ sicher zu schätzen ist, so lässt sich noch eine Längenänderung um $0^{mm},0004$ bemerken, bei 5^{mm} gesammter Verlängerung, wie ich dieselbe den Fäden gab, also noch 0,008 Proc. Aenderung mit Sicherheit wahrnehmen. Die Methode hat vor der Beobachtung mit Mikroskop oder Fühlhebel, Rolle etc. den groſsen Vorzug, daſs die gegen so kleine Aenderungen der Nachwirkung sehr erheblichen stetigen Aenderungen derselben nicht in Erscheinung treten; sie erwies sich bei ihrer Einfachheit als recht brauchbar und ist natürlich auch ohne Weiteres anwendbar auf andere ähnliche Untersuchungen, wie z. B. Bestimmung des Elasticitätsmoduls, indem man nur einen Draht belastet, Aenderung desselben mit der Temperatur etc.

Wurde der eine Faden tordirt, so strebte diese Torsion natürlich den ganzen Querschnitt zu drehen; um dies zu hindern, lag jedes Ende der Stricknadel an einem verticalen Glasstäbchen an; diese wurden auf zwei Füſsen so verschoben, daſs das ganze System eine Spur schräg hing und dadurch mit einem sehr kleinen Bruchtheil seiner Last auf die Stäbchen drückte. Dadurch wurden die

Versuchsbedingungen nicht wesentlich geändert; der sehr geringe Druck auf die Stäbchen verursachte an den Berührungsstellen der glatten Stahl- und Glasstäbchen eine so geringe Reibung (da sich zwei Kreise berührten), daſs dieselbe gegen die Kraft, welche durch das Gewicht des Kupferbleches ($7^{gr},6$) ausgeübt wurde, fast verschwand. Nach Anstoſsen des Querstabes stellte sich der Spiegel stets wieder in seine frühere Lage ein. Durch die Anordnung war folgender Vortheil gewonnen: Sollte durch die Torsion des Fadens eine Drehung des Querstabes entstehen, so war dies nur möglich, wenn gleichzeitig der Schwerpunkt des ganzen Systems gehoben wurde. Dazu reichte aber die geringe Torsionskraft, trotz der Kleinheit der Componente der ganzen Last, welche compensirt werden muſste, nicht aus.

Die Erwartung, daſs die beiden Fäden sich in gleichem Maſse zusammenziehen würden, bestätigte sich so vollkommen, daſs Aenderungen der Nachwirkung um ganze Millimeter den Stand des Scalenbildes nur sehr wenig änderten.

Aber auch Versuche mit dieser Methode ergaben ein entschieden negatives Resultat. Ich lasse einige Zahlen folgen. Als die Fäden 28 Stunden lang um 17^{mm} gestreckt gewesen waren, war die Ruhelage 641.

10 Torsionen des Fadens rechts herum brachten auf	640
Detordirt	641,1
10 Torsionen „ „ links „ „ „	641,8
Detordirt	641,0
20 Torsionen „ „ „ „ „ „	642,0
Detordirt	641,0
20 Torsionen „ „ rechts „ „ „	639,0
Detordirt	641,1
5 Torsionen „ „ links „ „ „	641,5
Detordirt	641,0
Belastende Kupferplatte ab	641

Es treten zwar, und sogar trotz der Kleinheit in Folge ihrer Regelmäſsigkeit ganz unverkennbare Aenderungen im

Stande des Spiegels ein mit verschiedenen Torsionen. Dieselben haben aber, was sich bei allen sonstigen derartigen Einflüssen nicht zeigte und wofür auch kein Grund denkbar ist, eine andere Wirkung mit geändertem Sinn der Torsion, nämlich bei der einen Torsionsrichtung eine Verkürzung, bei der entgegengesetzten eine Verlängerung. Es rührt dies daher, dafs je nach dem Sinn der Torsion der Druck des Querstabes auf den vorderen oder hinteren Glasstab und damit auch die Reibung an demselben gröfser wird. Der fortdauernden Zusammenziehung der beiden Fäden stellt sich also bald am einen, bald am anderen Glasstab mehr Reibung entgegen und es wird so eine kleine Drehung bewirkt. Der Sinn der Drehung stimmt vollständig mit dieser Erklärung. Der einzige, noch denkbare Grund, dafs der eine Faden vorher eine Torsion gehabt habe, welche durch die lange Belastung gewissermafsen fixirt wäre und dadurch dem Sinn der neuen Torsion (je nachdem dieselbe mit der früheren gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist) verschiedene Wirkung gebe, fällt weg durch die Beobachtung, dafs die Erscheinung genau ebenso eintrat als der eine Faden um 12 . 360° tordirt und in diesem Zustande 7 Tage gestreckt erhalten worden war.

Ich werde nach allem nicht zu hoch greifen, wenn ich glaube, dafs wenigstens für Kautschuk unter den angegebenen Verhältnissen keine Aenderung der Nachwirkung eintrat, welche mehr als höchstens 0,1 Proc. beträgt.

Ueber den Einflufs einer elastischen Verschiebung nach der Axe eines Drahtes auf die Torsionsnachwirkung.

§. 14.

Es ist mir keine Angabe bekannt, dafs die Torsionsnachwirkung eines Drahtes von der Spannung desselben abhänge, obschon die nächstgelegene freilich falsche Auffassung des Vorganges der Torsion unmittelbar zu dieser Annahme führen mufs. Denkt man sich nämlich einen Draht, ähnlich wie einen Bindfaden, aus lauter parallelen

Fäden bestehend, so wird man sofort schließsen, daſs eine bestimmte Torsion bei gleichzeitiger Längsspannung eine gröſsere Nachwirkung ergeben muſs (sicher wenigstens, wenn man im noch tordirten Zustand die Belastung abnimmt) als dieselbe Torsion bei fehlender Längsspannung. Ebenso falsch natürlich als die Vorstellung, daſs eine bestimmte tordirende Kraft eine kleinere Torsion hervorbringe, wenn der Draht stark gespannt ist, also die gedrillten Fäden mit mehr Kraft der Ruhelage zustreben, ebenso falsch würde die letzt erwähnte Vorstellung seyn, wenn elastische Nachwirkung wirklich ihrem Wesen nach nur elastische Verschiebung ist. Läſst man aber für die Nachwirkung die Anschauung, welche den Draht aus parallelen Fäden bestehen läſst, gelten, so würde man schlieſsen, daſs eine Torsionsnachwirkung, welche bei einer bestimmten Belastung hervorgebracht ist, durch eine vermehrte Belastung verringert wird, weil dadurch die gedrillten Fäden der Ruhelage genähert, stärker gespannt werden. Wegnahme der Belastung müſste den entgegengesetzten Erfolg haben.

Der logische Fehler dieser Vorstellung liegt darin, daſs bei einem aus mehreren Fäden bestehenden cylindrischen Körper die einzelnen Fäden durch Zwischenräume getrennt sind, welche gröſser sind als der Radius der Wirkungssphäre von Molecularkräften; deshalb können zwei nebeneinander gelegene Fäden nur indirect (d. h. durch Reibung und Druck) auf einander wirken, nicht aber zwei vertical über einander gelegene Querschnitt zweier verschiedenen Fäden direct auf einander durch Anziehungskräfte. Dieser Unterschied zwischen den Theilen zweier benachbarter Querschnitte fällt bei einem massiven Draht fort, und macht gerade die Continuität desselben eine wesentliche Bedingung der Theorie aus.

Die Resultate, welche ich erhalten habe, schlieſsen sich weder den erwähnten Anschauungen noch den Vorstellungen an, welche, wie die Boltzmann's, Nachwirkung und Verschiebung wesentlich identificiren. Dagegen gehen sie

vollständig parallel mit den früher, bei anderen Versuchsbedingungen gefundenen Sätzen:

Eine Längsverschiebung oder Längsnachwirkung bringt keine Torsion hervor. *Dagegen wird eine schon bestehende Torsionsnachwirkung durch eine elastische Verschiebung nach der Axe des Drahtes stets verkleinert, mag diese Verschiebung eine Verlängerung oder eine Verkürzung seyn,* d. h. mag die Spannung erhöht oder vermindert werden.

Dieser Satz erschien mir so wichtig und so überraschend, dafs ich für nöthig hielt, denselben in sehr vielen Fällen, an verschiedenem Material und unter verschiedenen Bedingungen zu prüfen. Bei der grofsen Zahl von Beobachtungen, welche ich an dem verschiedensten Material anstellte, glaube ich denselben als einen allgemeinen für die sog. dehnbaren Körper gültigen hinstellen zu können. Nur Glas, also ein spröder Körper, gab bei mehreren mit besonderer Sorgfalt angestellten Beobachtungsreihen und verschiedenen Fäden kein positives Resultat.

§. 15.

Die *Versuchsanordnung* war einfach gegeben. Ich erwähne nun, dafs natürlich Spiegelablesung und kleine Verschiebungen gewählt wurden. Die Drähte hatten im Allgemeinen 600^{mm} Länge und wurden nicht zu dünn gewählt (0^{mm},6 etwa); Drähte von dieser Dicke zeigen in freier Luft schwingend eine ganz regelmäfsige Bewegung. War ich, wie in einigen Fällen, gezwungen, dünnere Drähte zu benutzen, so wurde die Oberfläche der schwingenden Theile möglichst verkleinert; wie sich von selbst versteht, waren stets die Bedingungen so gewählt, dafs sich keine unregelmäfsigen Schwingungen zeigten. Bei jeder Aenderung der Belastung wurde der Draht, welcher am unteren Ende einen Querbalken trug, in seiner jeweiligen Ruhelage festgestellt. Die Gewichte wurden dann vorsichtig mit der Hand angehängt; dieses einfache und vor Allem auch — was für die Versuche oft wesentlich

war — kürzere Verfahren fand ich weitaus sicherer als ein Brett mit Stellschrauben, auf welches die Gewichte gestellt und welches dann allmählich herabgelassen wurde.

Ich hebe ausdrücklich hervor, dafs die Erschütterungen, welche ich bekam und deren etwaigen Einflufs auf die Nachwirkung ich defshalb berücksichtigen und untersuchen mufste, dieselbe, soweit ich habe sehen können, gar nicht geändert haben; kleine regelmäfsige Schwingungen haben sicherlich gar keine Einwirkung auf die Ruhelage. Ich habe defshalb den Draht einfach möglichst mit der Hand beruhigt und dann aus Schwingungsbeobachtungen immer die Ruhelage bestimmt.

Die Elasticitätstheorie verlangt, dafs eine Spannnng in der Richtung eines Drahtes nur eine Dehnung desselben bedingt, aber keine Torsion hervorbringt. Diese Forderung wird man, wie schon erwähnt, kaum bei einem Draht erfüllt finden. Der Grund liegt darin, dafs alle nicht besonders vorbereiteten Drähte schon Torsionsnachwirkung besitzen, welche sich durch die Belastung ändert. Ich habe defshalb u. A. eine Anzahl Drähte benutzt, welche nach gutem Ausglühen sorgfältig gerade gezogen waren und auch diese, ehe sie tordirt wurden, immer erst auf die Torsionsruhelage bei geänderter Belastung untersucht. Bei einzelnen fand sich der obige Satz bestätigt, bei anderen trat mit Ab- oder Zunahme der Belastung noch eine kleine Aenderung der Torsionsruhelage ein. Meine Versuche erstrecken sich auf folgende Stoffe: Kupfer (hart und weich in verschiedenen Dicken), Eisen (hart und weich), Stahl (in zwei Dicken), Messing, Neusilber, Platin (hart und weich), Silber, Kautschuk.

Endlich mufs ich noch eins erwähnen. Es kann vorkommen, dafs der aufgestellte Satz sich scheinbar nicht bestätigt. So z. B. wurde ein gewöhnlicher harter Kupferdraht mit 500^{gr} belastet, einige Male hin- und hertordirt, dann zwei Minuten dauernd tordirt und losgelassen. In Folge der Nachwirkung näherte er sich mit allmählich abnehmender Geschwindigkeit der Ruhelage, durchschnitt-

lich nach einiger Zeit um $2^{sc},5$ in der Minute. Eine Belastung mit 2,5 Kilo drehte den Draht aber soweit von der Ruhelage hinweg, daſs die Scala nicht mehr ausreichte; nach Aufheben des Gewichtes (3 Minuten nach Auflegen desselben) war der Spiegel 72^{sc} von der Ruhelage weg gerückt, näherte sich aber jetzt wieder mit ungefähr der früheren Geschwindigkeit ($2^{sc},3$ im Durchschnitt aus 10′ Beobachtungszeit) der Ruhelage. Diese scheinbare Ausnahme erklärt sich daraus, daſs der Draht früher spiralig aufgewickelt war und so eine Nachwirkung bezw. eine dauernde Deformation besaſs. Die Belastung hatte dann einen doppelten Einfluſs; einmal suchte sie die zuletzt ertheilte Nachwirkung zu verringern, andererseits aber auch ebenso zu wirken für die Nachwirkung, welche der Draht in Folge der Abweichung seiner jetzigen Gestalt von der vorhergehenden spiraligen besaſs. Sind beide in verschiedener Weise von der Belastung abhängig, und zwar die letztere stärker, so wird, falls beide Bewegungen entgegengesetzt sind, die letztere überwiegen.

Dieser Schluſs lässt sich in einfacher Weise bestätigen. Als der Kupferdraht aus der unteren Klemme geschraubt war, bildete er eine lang gestreckte Spirale, deren Windungen von oben gesehen rechts um die Axe der Spirale liefen. Selbst wenn der Draht schon durch ein kleineres Gewicht gestreckt war, hatte eine zunehmende Belastung das Bestreben diese Spirale zu strecken und so eine Drehung des ganzen Drahtes links um die Axe zu bewirken. Wurde der Draht in der entgegengesetzten Richtung eingesetzt, das untere Ende nach oben, demselben dann bei schwacher Belastung wieder eine Torsionsnachwirkung in dem früheren Sinn gegeben, so bewirkte jetzt zunehmende Belastung eine sehr starke Bewegung nach der anderen Seite (der ursprünglichen Ruhelage näher), weil beide Bewegungen in demselben Sinn erfolgten. Dasselbe zeigte ein zweites Stück desselben Kupferdrahtes. Wurde der Draht endlich ausgeschraubt und auf eine Glasröhre spiralig aufgewickelt, so daſs derselbe freihängend nun eine Spirale

bildete, deren Windungen nach der anderen Seite gingen, so war wieder der Einflufs der Belastung so, dafs die Hauptbewegung in einer Senkung der Spirale bestand. Ebenso bei einer Stahlseite. Dies sind Fälle, wo eine sehr starke (dauernde) Gestaltsänderung gleichzeitig in Betracht kommt, deren Verfolgung nicht in das Bereich dieser Arbeit fällt, da es sich nicht um eine *einfache Torsions*nachwirkung handelt.

Wurde der Draht ausgeglüht, indem das eine Ende bei schwacher Belastung sich frei bewegen konnte, so verlor er seine spiralige Aufwickelung; nachdem er dann gestreckt war, zeigte er in regelmäfsiger Weise die Erscheinungen, von welchen ich wenige Beispiele im Folgenden gebe.

§. 16.

Der Gang der Erscheinungen ist immer folgender:

a) Wird bei geringer Belastung tordirt, so ist
  1) die Nachwirkung gering.
  2) Belastung vermindert dieselbe sehr erheblich.
  3) Ein Theil dieser Verminderung bleibt dauernd, auch nach Aufhebung der Belastung, oder er bildet sich nur langsam zurück.

b) Wird bei starker Belastung tordirt, so ist
  1) die Nachwirkung gröfser.
  2) Aufheben der Belastung vermindert dieselbe.
  3) Ein Theil dieser Verminderung bleibt dauernd (oder bildet sich nur sehr langsam zurück).

c) Wird bei mittlerer Belastung tordirt, so wird
  1) Durch Verringerung der Belastung die Nachwirkung verkleinert.
  2) Durch stärkere als die ursprüngliche Belastung gleichfalls die Nachwirkung verkleinert.

Ich führe diese Einzelheiten nur auf, weil sie den detaillirteren Beweis für den ausgesprochenen Satz enthalten, welcher sie alle subsumirt. Nachdem einmal durch Aenderung der Spannung eine Abnahme der Torsion einge-

treten ist, kann je nach Umständen — welche ich noch nicht zu präcisiren vermag — eine wieder im anderen Sinne angebrachte Spannungsänderung verschiedenen Effect haben. In einzelnen Fällen trat gar keine Aenderung mehr ein; in anderen, und dies scheint immer dann einzutreten, wenn die geänderte Spannung längere Zeit gedauert hatte, nimmt die Nachwirkung wieder etwas zu und wird durch eine spätere entgegengesetzte Spannungsänderung noch mehr verkleinert als durch die erste; in noch anderen Fällen endlich — dies scheint bei gröſseren Nachwirkungen stattzufinden, wenn die eine geänderte Spannung nicht lange erhalten blieb — geht durch die zweite Spannungsänderung, d. h. durch die Herstellung des ursprünglichen Zustandes ein Theil der Nachwirkungsänderung verloren; durch abwechselnd zunehmende und abnehmende Spannungen geht dann der Draht der Ruhelage immer etwas näher und entfernt sich wieder etwas von derselben, so jedoch, daſs diese Aenderungen immer kleiner werden und im Ganzen der Draht in eine Lage gebracht wird, welche der Ruhelage näher ist und wo dann Spannungsänderungen die Lage nicht mehr ändern. Wird dann der eine Spannungszustand längere Zeit erhalten, so nähert sich der Draht durch die Nachwirkungsbewegung langsamer seiner Ruhelage. Spätere (einige Stunden oder Tage darauf vorgenommene) Spannungsänderungen können dann wieder im früheren Sinne wirken.

Ich lasse einige Beispiele zur Erläuterung folgen.

Tabelle X.

Gerade gezogene, harte Stahlsaite.

Länge = 540^{mm}; Durchmesser = 0^{mm},429.

Zeit	Belastung	Torsion: Lage des Drahtes	Torsion: Aend. pro 1′	Zeit	Belastung	Torsion: Lage des Drahtes	Torsion: Aend. pro 1′
	Kilo				Kilo	•	
	0,5	622,5			2,5	503,5	
	1,5	622			0,5	502,5	
	2,5	623,5		0′ 0″	2,5	Tord. 180° ‡	
	0,5	620,5		4		Losgelassen	
	2,5	623,5		5		553	
0′ 30″	2,5	Tord. 360° ‡		7 30		551,5	0,6
4		Losgelassen		8 30		549,7	1,8
5		482,5		9		549,5	0,4
30		483,5	2,0	10	1,5	547	2,5
6 30		485	1,5	11		546,8	0,2
7		485,7	1,4	12	0,5	540,5	6,3
8 30	1,5	492,5	4,6				
9		493,5	2,0		2,5	517	
30		493,5	—		0,5	519,5	
10		494	0,5	0′ 0″	0,5	Tord. 360° ‡	
11		494,5	0,5	3	•	Losgelassen	
12	3,5	501	6,5	4		432,5	
14		502	0,5	4 45		434,5	2,7
15	1,5	502,5	0,5	6 15	1,5	441	4,4
16		502,0	−0,5	7 30		442	+0,8
17		501,7	−0,3	8 45	0,5	441	−0,8
18	0,5	503,7	+2,0	10		441,5	−0,4
				11	2,5	449	+7,5

Vor Beginn einer Versuchsreihe wurde immer erst geprüft, um wie viel und in welchem Sinn sich die Ruhelage des untordirten Drahtes mit geänderter Belastung verschob. Wie man aus der Tabelle bemerkt, wurde die darauf folgende Torsion immer in einer solchen Richtung gewählt, daſs der zu prüfende Einfluſs der Spannungsänderung gerade nach der anderen Seite wirkte, um so jeden Zweifel an der Reinheit des Resultates auszuschlieſsen. Die erste und zweite Tabelle zeigen bei jeder Spannungsänderung, namentlich bei Erniedrigung der Belastung, die letzte Tabelle umgekehrt bei Erhöhung derselben die Abnahme der Nachwirkung.

Dafs sich in der That der Theil der Deformation, welcher Nachwirkung genannt wird und nicht die ihn vielleicht begleitende dauernde Deformation geändert hat, ersieht man auch daraus, dafs die Bewegung des Drahtes, nachdem eine Aenderung seiner Längsspannung eingetreten ist, sofort erheblich geringer wird. Dies dürfte nicht der Fall seyn, wäre die dauernde Deformation geändert; vielmehr müsste sich dann der Draht nach seiner neuen Ruhelage mit derselben Geschwindigkeit bewegen, wie vorher, wenn man von der sehr kurzen Zeit, während deren die Belastung wirkte, absieht. Den directen Beweis dafür geben Beobachtungsreihen, bei welchen der Draht schon nach einigen Stunden seine Ruhelage wieder erreicht hat, wie Tab. XI eine enthält. Endlich habe ich, um sicher zu seyn, auch Silberdraht benutzt, welcher, wie Kohlrausch gezeigt hat, Monate lang sich in Folge der Nachwirkung bewegt (Tab. XII). Derselbe wurde angelassen, gestreckt und dann wieder möglichst gerade gezogen, was aber nicht vollkommen glückte.

Tabelle XI.

Gerade gezogener, harter Messingdraht.

Länge = 540mm; Durchmesser = 0mm,621.

Zeit	Belastung	Torsion Lage des Drahtes	Aend. pro 1'
	Kilo		
	0,1	409	
	0,5	412,5	
	1,5	418,2	
	2,5	421	
0' 0"	2,5	Tord. 180° ↕	
2 .		Losgelassen	
45		397,5	
3 15		399,0	3,0
30		399,5	2,0
4 15	0,5	409,5	10,5
45		409,5	0
17		412,5	0,2
420'		418	0,014

Tabelle XII.

Silberdraht, gerade, hartgezogen.

Länge = 500mm; Durchmesser = 0mm,222.

Zeit	Belastung	Torsion Lage des Drahtes	Aend. pro 1'
	Kilo		
	0,1	643	
	0,3	667,5	
		669,5	
		671	
0' 0"	0,3	Tord. 90° ↕	
2		Losgelassen	
5		575,2	
5 50		585	12,6
7 0		590,5	4,8
8		593,7	3,2
9		597,2	3,5
10		600,5	3,3
11 10	0,1	609,5	8,2
12 30		606,2	— 2,5
14 15		612	+ 3,3
19		612,5	

Ich unterlasse es, weitere Beispiele anzuführen und gebe nur noch einige Zahlen, welche zeigen, wie unter Umständen durch abwechselndes Belasten und Entlasten der Abstand von der Ruhelage abwechselnd verkleinert und wieder etwas vergröſsert wird, so jedoch, daſs im Ganzen der Effect eine Verschiebung nach der Ruhelage hin ist, bis zu einer Stelle, wo rasch auf einander folgende, stets nur kurz dauernde Spannungsänderungen die Ruhelage nicht mehr oder nur wenig ändern. Von der stetigen Bewegung, welche gegen diese Verschiebungen gering war, sehe ich bei der Mittheilung der Zahlen ab.

Tabelle XIII.

Platindraht. Länge $= 530^{mm}$; Durchmesser $= 0^{mm},467$.

Belastung		Torsion Lage d. Spiegels	Torsion Aenderung pro 1'	Belastung		Torsion Lage d. Spiegels	Torsion Aenderung 1'
Kilo				Kilo			
2,5	Untordirt	779,5		2,5	Untordirt	843	
0,5	"	774			".	834	
2,5	Nach Torsion von 45° ↕	943		1,5	Nach Torsion von 90° ↕	776	
		933	+ 5,0	0,5		789	+13,0
0,5		877	+56	1,5		794	+ 5,0
2,5		889	−12	0,5		791	− 3,0
0,5		871	+18	1,5		795	+ 4,0
2,5		884	−13	2,5		810	+15,0
0,5		869	+15	0,5		795	−15,0
2,5		876,5	− 7,5	1,5		799	+ 4,0
0,5		864,5	+12,0				

III. Theil.

Ueber die Nachwirkung, welche durch zwei gleichzeitig eintretende, von einander unabhängige Verschiebungen entsteht.

Im Allgemeinen sollte man erwarten, daſs es für die resultirende elastische Nachwirkung gleichgültig ist, ob zwei Nachwirkungen kurz nach einander eintreten oder ob dieselben gleichzeitig angestrebt werden. Dies hat sich in den Fällen, welche ich nach diesem Gesichtspunkte untersuchte, nicht ergeben. Während nach dem früher Gesagten eine bereits vorhandene Nachwirkung durch eine zweite *später eintretende verringert wird*, bewirkt umgekehrt *eine mit der ersten gleichzeitig angestrebte* Nachwirkung eine *Vergröſserung* desselben.

Diesen, wie mir scheint, höchst merkwürdigen Satz habe ich geprüft für die Combination einer Torsionsnachwirkung mit einer Längsverschiebung und für die Combination zweier Biegungen in den Hauptebenen.

§. 17.

Ueber den Einflufs einer Belastung auf eine gleichzeitige Torsion führe ich hier eine Beobachtungsreihe an, welche an einem geraden hartgezogenen Kupferdrahte gewonnen wurde. Derselbe befand sich in einem Zimmer, welches sehr wenig Sonne bekam und daher seine Temperatur wenig wechselte; im Mittel betrug dieselbe, wenigstens immer während der Beobachtungszeit 18°,5 C. Der Draht wurde mit zwei Kilo belastet um 180° nach der Seite tordirt, nach welcher er später Nachwirkung bekommen sollte. Nach dem Loslassen wurde er mehrere Stunden sich selbst überlassen und dann die Belastung einige Mal gewechselt, bis er seine Ruhelage nicht mehr änderte. An dem Draht wurde jeden Tag eine Beobachtungsreihe gemacht; er wurde um 90° während 3′ tordirt, losgelassen und der Gang der Nachwirkung beobachtet. Sobald die Lage desselben sich nur noch wenig änderte, wurde die Spannung geändert, wodurch die Nachwirkung sofort erheblich abnahm; der Draht wurde dann wieder in die ursprüngliche Spannung versetzt und sich selber überlassen; den anderen Morgen trat, wenn die Spannung wieder geändert wurde, um eine neue Beobachtungsreihe zu gewinnen, nochmals eine zweite, aber kleinere Verminderung der Nachwirkung ein.

Tabelle XIV.

Gerade gezogener harter Kupferdraht. (Länge $= 535^{mm}$; Durchmesser $= 0^{mm},587$).

Zeit	I. Sp. Gewicht = 0,1 Kilo		II. Sp. Gewicht = 2,1 Kilo		III. Sp. Gewicht = 0,1 Kilo		IV. Sp. Gewicht = 2,1 Kilo		V. Sp. Gewicht = 0,1 Kilo		VI. Sp. Gewicht = 2,1 Kilo		VII. Sp. Gewicht = 0,1 Kilo	
	Lage	Torsion	Lage	Torsion	Lage	Torsion	Lage	Torsion	Lage	Torsion	Lage	Torsion	Lage	Torsion
0′ 0″	784,5		779,2		783,0		781,0		777,0		773,9		771,2	
3														
3 35	759	25,5	749	30,2	756	27	—	—	753,2	23,8	749,8	24,1	750	21,2
4 30	762	22,5	752,1	27,1	759,2	23,8	758,4	22,6	755,6	21,4	752,2	21,7	753,2	18,0
5	—	—	753,2	26,0	760,7	22,3	759,4	21,6	756,6	20,4	753,9	20,0	754,0	17,2
6	764	20,5	753,8	25,4	761,3	21,7	761,0	20,0	757,6	19,4	754,0	19,9	755	16,2
7	765,5	19,0	755,0	24,2	761,5	21,5	—	—	758,6	18,4	—	—	755,8	15,4
8	765,9	18,6	755,5	23,7	—	—	—	—	758,9	18,1	—	—	756,4	14,8
9	766,1	18,4	756,9	22,3	—	—	—	—	759,2	17,8	—	—	—	—
10	766,6	17,9	756,3	22,9	763,2	19,8	—	—	759,6	17,4	—	—	—	—

Aus den Reihen I, II und III der Tabelle geht der ausgesprochene Satz deutlich hervor. Dagegen wird in den späteren Reihen der Unterschied immer geringer. In den Tabellen ist gleichzeitig mit den „Torsionen", d. h. den Abständen der augenblicklichen Ruhelage (kurz nach Aufhebung der Torsion) von der fast unbeweglichen Ruhelage vor der Torsion stets die Lage des Spiegels gegen die unverrückte Scala angegeben. Man kann zweifelhaft seyn, welche der Zahlen mehr ins Gewicht fällt. Da nämlich, wie man aus den ersten Zahlen der Tabellen ersieht, die Ruhelage sich nicht nach 24 Stunden immer wieder hergestellt hat, sondern stetig weiter rückt, so läſst sich denken, man müſste die von der letzten Torsion herrührende Nachwirkung stets von der letzten Ruhelage ab rechnen; man kann aber auch sagen, die ersten groſsen Nachwirkungsverschiebungen treten rasch ein und nur die letzten Theile langsamer [1]); daher macht es wenig aus, ob der Draht noch einen Theil seiner vorhergehenden Nachwirkung besitzt oder nicht.

Woher es rührt, daſs der Draht nach öfterer Benutzung nicht mehr den Unterschied in der Torsionsnachwirkung je nach seinem Spannungszustande zeigt, ob sich dies ändert, wenn man längere Pausen eintreten läſst, habe ich nicht weiter verfolgt.

Daſs für Drähte, welche noch nicht kurz nach einander verschiedenen Aenderungen unterworfen waren, der ausgesprochene Satz gültig ist, habe ich mehr auf indirectem Wege aus Versuchen schlieſsen können, welche zwar für denjenigen, dem das ganze Beobachtungsmaterial vorliegt, beweisend sind, sich aber wegen des vielen Details und der geringen Uebersichtlichkeit nicht zur Mittheilung eignen.

§. 18.

In deutlich ausgesprochener Weise zeigt sich bei der Biegung der Unterschied zwischen den Nachwirkungen,

1) Vgl. Kohlrausch, Pogg. Ann Bd. 128, S. 214.

welche resultiren aus zwei Verschiebungen nach einander und denselben von einander unabhängigen Verschiebungen, wenn sie gleichzeitig eintreten. Ich habe untersucht verschiedene Stahlstäbe, Kautschuk- und Hartgummistäbe, den Silberstab und Stäbe aus Glas. Das letztere Material weicht in seinem Verhalten auch hier von den sog. dehnbaren Körpern ab.

Tabelle XV.

Silberstab. Eine Hauptebene vertical.
Einen Tag vorher horizontal um 25mm, vertical um 22mm verbogen.
Immer 30″ verbogen um resp. 12mm vertical oder 12mm vertical und 15mm horizontal.

Zeit	Verbogen schief ↙↗	Verbogen vertical ↕	Verbogen schief ↙↗
0′ 0″	30sc,0	30sc,0	30sc,0
0 30	Losgelassen	Losgelassen	Losgelassen
1 0	26,0	26,0	26,2
30	26,2	26,3	—
—	27,2	26,6	—
19	28,2	27,8	—
150	30,0	30,0	—

Die Zahlen der vorstehenden Tabelle zeigen, dafs bei den kleinen Nachwirkungen die Verschiebungen in der verticalen Hauptebene ganz ebenso vor sich gehen, wenn nur vertical, als wenn auch gleichzeitig horizontal verbogen wurde. Dabei zeigte sich in jedem Fall eine später angebrachte horizontale Verbiegung in der früher angegebenen Weise wirksam, selbst wenn schon (wie in Reihe I und III) zu Anfang auch horizontal verbogen war. Der Moment, in welchem diese zweite Verbiegung angebracht wurde, ist durch einen horizontalen Strich in den folgenden Tabellen angedeutet.

Bei gröfseren Verbiegungen trat sogar eine ganz entschieden stärkere verticale Nachwirkung ein, wenn mit derselben gleich Anfangs eine horizontale Verbiegung combinirt wurde, als wenn letztere fehlte. Dafür giebt schon die Tabelle V, §. 10, welche aus diesem Grunde so ausführlich mitgetheilt wurde, ein Beispiel. Es erhellt dasselbe aus den folgenden drei Tabellen.

Tabelle XVI.

Stab aus Hartgummi. Hauptebene vertical.
(Vertical um 57^{mm}, horizontal um 35^{mm} verbogen, je 1′).
$1^{sc} = 0^{mm},004$.

Zeit	Verbogen vertical		Verbogen schräg		Verbogen vertical	
	Ablesung	Abstand von der Ruhelage	Ablesung	Abstand von der Ruhelage	Ablesung	Abstand von der Ruhelage
	sc	sc	sc	sc	sc	sc
0′ 0″	55,5	0,0	56,0	0,0	56,5	0,0
1 0	Losgel.	—	Losgel.	—	Losgel.	—
15	78	22,5	83	27	(80)	(23,5)
30	72	16,5	76,5	20,5	73,8	17,3
45	69	13,5	73,3	17,3	71,3	14,8
2 0	67,2	11,7	72	16,0	69,8	13,3
15	65,8	10,3	70,3	14,3	68,5	12,0
30	64,8	9,3	69,2	13,2	67,3	10,8
45	64,1	8,6	68,5	12,5	66,7	10,2
3 0	63,2	7,7	68,1	12,1	66,0	9,5
15	—	—	67,8	11,8	64,8	8,3
30	62,2	6,7	67,0	11,0	64,6	8,1
45	—	—	66,8	10,8	64,2	7,7
4	61,2	5,7	66,5	10,5	—	—
30	57,8	2,3	—	—	—	—
5	—	—	64	8,0	63,0	6,5
6	—	—	62,5	6,5	62,0	5,5
6 30	—	—	57,5	1,5	58,5	2,0
10	56	0,5	56,5	0,5	—	—
13	—	—	—	—	56,3	—0,2

In der folgenden Tabelle gebe ich für einen Stahlstab (No. 3) die Abstände desselben zu verschiedenen Zeiten nach aufgehobener Verbiegung von der Ruhelage. Die

Beobachtungsreihen sind unmittelbar nach einander gewonnen; der Stab wurde deshalb immer seiner Nachwirkung durch eine entgegengesetzte kurz dauernde Biegung beraubt, um seine Ruhelage nahezu wieder herzustellen. Möglicherweise ist daher in den Verschiebungen auch dauernde Deformation mit inbegriffen; indeſs hat ja auch diese ein gewisses Interesse. Der Stab wurde stets 1′ verbogen.

Tabelle XVII.

Runder Stahlstab No. 3. Hauptebene vertical.

Constanten vgl. Tab. I; verticale Verbiegung $= 17^{mm},7$, horizontale $= 19^{mm}$; $1^{sc} = 0^{mm},016$.

Zeit	Verbogen je 1 Minute				
	vertical	schräg	vertical	schräg	vertical
0′	sc 15,0	20	15,5	18,8	14,5
1	13,0	17,2	12,4	14,3	12
2	12,5	16,5	11,3	13,3	10,5
8	—	—	—	—	8,2

Endlich noch ein Beispiel für denjenigen Stoff, welcher sich in Untersuchungen über elastische Nachwirkung so ausgezeichnet bewährt, das Silber. Die Nachwirkungen in der verticalen Hauptebene sind wenigstens ebenso groſs, wenn eine zweite Verbiegung gleichzeitig eintritt, als wenn dieselbe fehlt, während durch eine später eintretende, die Nachwirkung von 7,6 auf 4,8 sinkt, sich aber, merkwürdig genug, nachher wieder etwas vergröſsert. Zwischen je zwei Beobachtungsreihen lagen 24 Stunden Zeit; der Stab war einige Tage vor den Versuchen schon wiederholt horizontal und vertical um gleiche Gröſse, zwei Tage vorher nochmals um viel mehr verbogen worden.

Tabelle XVIII.

Silberstab. Hauptebene vertical.

(Vertical um 22^{mm}, horizontal um 25^{mm} verbogen; je 30″).
$1^{sc} = 0^{mm},016$.

Zeit	Verbogen vertical		Verbogen schräg		Verbogen vertical	
	Ablesung	Abstand von der Ruhelage	Ablesung	Abstand von der Ruhelage	Ablesung	Abstand von der Ruhelage
	sc	sc	sc	sc	sc	sc
0′ 0″	35,2	0,0	33,1	0,0	40,8	0,0
0 30	Verbogen		Verbogen		Verbogen	—
1 0	Losgel.		Losgel.		Losgel.	—
15	23,7	11,5	17,9	15,2	27,5	13,3
30	24,7	10,5	20,3	12,8	29,8	11,0
45	25,5	9,7	22	11,1	30,5	10,3
2	26,2	9,0	22,6	10,5	31,0	9,8
15	26,3	8,9	22,9	10,2	31,2	9,6
30	26,5	8,7	23,1	10,0	—	—
45	26,9	8,3	23,5	9,6	—	—
3	27,2	8,0	23,8	9,3	31,9	8,9
15	—	—	23,8	9,3	—	—
30	—	—	24,0	9,1	—	—
45	—	—	24,1	9,0	—	—
4	27,6	7,6	24,2	8,9	32,4	8,4
5	27,8	7,4	24,8	8,3	32,8	8,0
6	—	—	25,3	7,8	33,0	7,8
	30,2 (32′)	5,0	27,6 (38′)	5,5	33,2	7,6
	33,6	1,6	28,7	4,4	36,0	4,8
24^h	33,2	2,0	40,8		35,2 (2^h)	5,6

IV. Schlufs.

Resultate. Discussion derselben. Analogie der Nachwirkung mit chemischen Erscheinungen.

Alle Einzelresultate, welche im Vorhergehenden angeführt wurden, sind unter einander so ähnlich, dafs sich die Gesammtheit der Erscheinungen in einen einfachen Satz zusammenfassen läfst. Ich hebe hierbei gleichzeitig nochmals den Unterschied zwischen der sog. elastischen Verschiebung und der Nachwirkung hervor:

Elastische Verschiebungen in einer Hauptebene bringen weder solche in einer anderen Hauptebene hervor, noch ändern sie bereits bestehende.

Elastische Nachwirkungen in einer Hauptebene bringen keine Nachwirkung in einer anderen Hauptebene hervor; dagegen wird eine schon bestehende Nachwirkung in einer Hauptebene durch jede spätere Verschiebung in der anderen Hauptebene verändert.

Diesen letzteren Satz fand ich, woran ich nebenbei erinnere, bestätigt für den Einfluſs zweier Biegungen auf einander, der Biegung und der Längsverschiebung nach der Axe auf die Torsion. Er beweist hinreichend, daſs elastische Nachwirkung etwas wesentlich anderes ist, als das, was man gewöhnlich elastische Verschiebung nennt.

Dieser Unterschied tritt noch schärfer hervor durch folgendes Verhalten: Der Endzustand eines elastischen Körpers ist unabhängig von der zeitlichen Reihenfolge der Kräfte, welche ihn deformiren; ob ein Stab erst gebogen, in dieser Biegung erhalten und dann tordirt wird oder ob beide Bewegungen gleich Anfangs angestrebt werden, ist für die Gleichgewichtslage, welche der Stab erreicht, ohne Bedeutung. Diese Eigenschaft flieſst nicht als directe logische Consequenz aus der anderen, daſs z. B. die Biegung in einer Hauptebene dieselbe bleibt, wenn noch eine Verschiebung in einer anderen Hauptebene später hinzukommt. Vielmehr ist *a priori* wohl zu unterscheiden zwischen den beiden Fällen, daſs die Verschiebungen nach einander oder daſs sie gleichzeitig eintreten. Daraus, daſs eine Verschiebung in einer Hauptebene durch eine später eintretende Verschiebung in einer zweiten Hauptebene nicht geändert wird, läſst sich nicht unmittelbar schlieſsen, daſs die beiden Verschiebungen auch denselben Werth erreichen, wenn die beiden Kräfte gleichzeitig einzuwirken anfangen. In der That tritt dieser interessante principielle Unterschied ein bei der Nachwirkung.

Die Nachwirkungsverschiebungen, welche durch Biegungen in den Hauptebenen entstehen, sind nicht von einander unabhängig; treten dieselben nach einander ein, so wird die erste verringert. Läſst man also eine Nachwirkung erst in einer Hauptebene eintreten, miſst dieselbe,

läſst sie wieder verschwinden und biegt dann den Stab nach einer zwischen beiden Hauptebenen gelegenen Richtung, so sollte man denken, daſs auch jetzt die Nachwirkung in der zweiten Hauptebene geringer wäre als dieselbe, wenn der Stab nur in der ersten Hauptebene verbogen gewesen wäre. Statt dessen ist sie gröſser.

Zwei von einander unabhängige Kräfte bringen also gleichzeitig wirkend einen anderen Endzustand hervor, als wenn sie nach einander wirken und jede, ohne die Gegenwart der anderen, den ihrer Wirksamkeit entsprechenden Endzustand herbeiführt.

Man muſs beachten, daſs die erste Kraft den Zustand der Nachwirkung, welche für sie in der betreffenden Zeit erreichbar ist, herbeigeführt hat, und daſs dieser Zustand erhalten bleibt (von den zeitlichen Aenderungen, welche nur für den Versuch in Betracht kommen, sehe ich jetzt ab) auch nach Aufhören der Kraft. Man denke sich, um sich die Eigenthümlichkeit an einem elastischen Körper, der ohne Nachwirkung seyn soll, zu erläutern, einen Stab von recht groſser Schwingungsdauer gebogen in einer Hauptebene durch eine gewisse Kraft; er habe seine Gleichgewichtslage erreicht und in diesem Momente greife eine Kraft in der zweiten Hauptebene an, so würde die endliche Lage des Stabes die gleiche seyn, als wenn beide Kräfte gleichzeitig von Anfang an einwirkten. Nun sey aber in einem zweiten Falle der Stab noch nicht bis zu seiner Gleichgewichtslage gekommen, die mögliche Nachwirkung, um vom Beispiele zu dem zu Erklärenden zu kommen, sey noch nicht erreicht, sondern es werde die Kraft aufgehoben, wenn er noch mitten auf dem Wege ist; in Folge seiner sehr groſsen Schwingungsdauer könne er für einen Augenblick als stillstehend betrachtet werden; in diesem Momente wirke nun eine Kraft ein, welche ihn rasch in der zweiten Hauptebene um ein endliches Stück forttreibt — darf sich dadurch die Verschiebung des Stabes in der ersten Hauptebene zu ändern? Nein. Gesetzt aber, sie ändere sich doch, sie werde kleiner, was

wird man dann erwarten, wenn wieder die erste Kraft in der ersten Hauptebene auf den Stab von derselben Anfangslage aus dieselbe Zeit einwirkt, gleichzeitig aber auch die zweite dazu? Vermuthlich, daſs auch jetzt die Verschiebung nach der ersten Hauptebene kleiner sey. Der Versuch zeige nun das Gegentheil — so hat man einem anderen Beispiele einen der sonderbaren Vorgänge dargestellt, welcher die Nachwirkung kennzeichnet.

Will man die Weber-Kohlrausch'sche Ansicht, welche die Nachwirkung in einer Verdrehung der Molecüle um ihre Schwerpunkte begründet sieht, annehmen, so muſs man beachten, daſs dann eine vorhergegangene Verdrehung durch Zustände, welche eine Verdrehung senkrecht gegen die erste anstreben, vermindert wird; daſs aber beide Verdrehungen sich unterstützen, wenn die Zustände, welche jeder für sich eine der beiden zu einander senkrechten Drehungen anstreben, gleichzeitig hervorgebracht werden; daſs endlich eine Verdrehung nur eine schon in der anderen Hauptebene bestehende ändert, dagegen auf die unverdrehten Molecüle nicht einwirkt.

Ich hätte mich auch im vorhergehenden besser noch etwas anders ausdrücken sollen. Die beiden allgemeinen Sätze, welche ich für die Combination von Biegungsnachwirkungen aufstellte, lassen nämlich eine andere, noch zusammenfassendere Form zu. Es ist einfach diese:

Die Verschiebung der Molecüle aus der Ruhelage in einer Hauptebene wirkt auf eine Nachwirkung in der anderen Hauptebene so ein, daſs sie die Bewegung, welche durch die erste Nachwirkung augenblicklich angestrebt wird, vergröſsert.

Ist der Stab z. B. aus der gebogenen Lage in die Nähe der Ruhelage zurückgekehrt, so sucht die Nachwirkung ihn derselben zu nähern; eine zweite senkrechte Verbiegung nähert ihn noch mehr. Ist er umgekehrt noch in der gebogenen Lage, so sucht ihn die Nachwirkung mehr in diese zweite Lage zu bringen, eine zweite senkrechte Verbiegung bringt ihn noch näher derselben. Der Satz

umfafst auch einen *Theil* der bei Torsion erhaltenen Resulate: Ist der Draht tordirt und noch von der Ruhelage abgelenkt, so strebt derselbe der neuen (tordirten) Lage zu, eine Spannung unterstützt diese Bewegung; bewegt er sich umgekehrt nach Aufhebung der Torsion nach der Ruhelage zu, so bringt ihn Belastung noch näher derselben. Ist keine Nachwirkung, kein Bewegungsantrieb nach irgend einer Richtung vorhanden, so bringt deshalb auch eine Nachwirkung keine in der anderen Hauptebene hervor.

Es wirkt also diese zweite Nachwirkung, diese zweite Kraft *nur auf die schon in Thätigkeit*, *in Bewegung begriffenen Molecüle ein*. Hier tritt die Aehnlichkeit mit anderen molecularen Vorgängen, nämlich mit chemischen Erscheinungen auffällig hervor. Es sey gestattet an Einzelnes aus diesem letzteren Gebiete zu erinnern.

Chlor und Wasserstoff einzeln vom Sonnenlicht bestrahlet und im Dunkeln zusammengebracht, gehen keine Verbindungen ein, dieselbe erfolgt nur, wenn beide gleichzeitig beleuchtet werden, die Wirkung des Lichtes erstreckt sich nur „auf die in Thätigkeit begriffene Anziehung chemisch wirkender Molecüle“[1]).

Je nachdem mehrere Stoffe auf einander einwirken, gleichzeitig oder nach einander, ist im Allgemeinen das Resultat ein verschiedenes. Alkohol und Schwefelsäure setzen sich allmählich um, die Menge gebildeter Aethylschwefelsäure nimmt continuirlich, wenn auch langsam, im Laufe mehrerer Monate zu[2]). Gesetzt die zwischen beiden Stoffen thätigen Anziehungskräfte hätten den Zustand herbeigeführt, welcher überhaupt möglich ist, es hätte sich möglichst viel von beiden mit einander verbunden (dem Maximum einer Nachwirkung entsprechend), so ist das Resultat offenbar ein anderes, wenn man nun eine zweite Kraft (der durch die zweite Verschiebung herbeigeführten

1) Bunsen, Pogg. Ann. Bd. 100, S. 510. 1857.

2) L. Hübner, Untersuchungen über die Quantität von der sog. Schwefelweinsäure in den Mischungen von Alkohol und Schwefelsäure. 8°. Dissertation. Jena 1857.

vergleichbar), etwa die Molecularkräfte von Wasser einwirken läſst, als wenn das Wasser einwirkt, während noch die Anziehungskräfte der beiden ersten Stoffe in Thätigkeit sind. Dieser Satz gilt wohl allgemein in der Chemie (sogar von in Wasser löslichen Salzen, deren Zersetzungsproducte wieder löslich sind[1]), daſs auf zwei Molecüle deren Anziehungskräfte noch in Thätigkeit sind, d. h. noch Verbindungsbewegung hervorrufen, die Anziehungskräfte eines dritten Molecüls anders wirken, als wenn die Kräfte den angestrebten Endzustand bereits erreicht haben. Nur hindert uns meist die Geschwindigkeit, mit welcher gewöhnlich die Processe verlaufen, den Satz in dieser Form zu erkennen. Wesentlich identisch sind wohl alle derartigen Vorgänge; die Frage kann nur seyn, ob derselbe Endzustand in allen Fällen erreicht wird, unabhängig von dem Gang der Veränderungen, und ob dieser Endzustand in kurzer oder in sehr langer Zeit eintritt.

Ganz ebenso verhält es sich mit der Nachwirkung; der Weg der Veränderungen kann, wenn derselbe Endzustand in den Verschiebungen erreicht wird, ohne Einfluſs auf das Resultat seyn, ja er muſs es bei den hier gegebenen Verhältnissen, weil die Nachwirkung durch gleichzeitige Biegungen die gröſsere ist. Aber auf die Zeit, in welcher derselbe Endzustand eintritt, wird die Reihenfolge der Verschiebungen nicht ohne Einfluſs seyn. — Die Analogie wird vollständig seyn, wenn derselbe Körper, ohne wesentlich an einer Umsetzung Theil zu nehmen, den Gang derselben in der einen oder anderen Richtung beschleunigt, je nach dem die Atome bereits das Bestreben zur Bewegung in der einen oder anderen Richung unter den gegebenen Bedingungen besitzen. In der That scheinen auch solche Fälle bei chemischen Processen vorzukommen; dieselbe Contactsubstanz, z. B. Platinschwamm, welche bei niedriger Temperatur die Verbindung von Wasserstoff und Sauerstoff herbeiführt, wirkt bei hö-

1) Vgl. die Beobachtungen von Rüdorff, Pogg. Ann. Bd. 148, S. 576 ff. und Winkelmann, Pogg. Ann. Bd. 149, S. 521.

herer Temperatur, wenn schon Dissociationsbestreben vorhanden ist, umgekehrt mit zur Förderung der Zersetzung. Elektrische Funken, welche die Verbindung von Stickstoff und Sauerstoff oder die Allotropisirung von Sauerstoff bewirken, zersetzen umgekehrt die Verbindungen wieder, sobald eine gewisse Menge davon gebildet ist, wenn also, wie es scheint die Resultirende der chemischen Anziehungen eher eine Zersetzung anstrebt. Es lassen sich ferner von diesem Gesichtspunkte die Erscheinungen der sog. reciproken Verwandtschaft auffassen, dafs z. B. bei derselben Temperatur Eisen den Wasserdampf zerlegt und umgekehrt Eisenoxyd durch Wasserstoff reducirt wird, je nach der relativen Menge des einen oder anderen beider Stoffe. Auch diejenigen Molecüle, welche nicht an der Verbindung theilnehmen, äufsern ja ganz unbestreitbar, sogar wenn beide Stoffe gasförmig sind, eine Anziehungskraft, welche nicht ohne Einflufs auf die resultirende Umsetzung ist. Dieser Umstand, welcher weniger berücksichtigt wird als er verdient, folgt aus den zahlreichen klassischen Untersuchungen von Bunsen [1]) und der Fortsetzung eines Theils der Versuche in der ausgedehnten Arbeit von E. v. Meyer [2]). Ohne dafs man die beliebte Verwirrung der einfachen Verhältnisse eintreten läfst, indem man an Stelle des statischen Gleichgewichtes ein durch Austausch der Atome bedingtes dynamisches setzt, kann man daher mit Recht schliefsen, dafs durch die Massenwirkung je nach den Umständen entweder das Bestreben vorliegt, den Sauerstoff vom Eisen zum Wasserstoff zu bewegen oder umgekehrt. Je nachdem die eine oder andere Tendenz besteht, wird dieselbe durch die gesteigerte Wärme begünstigt. Ich will andere ähnliche Fälle, welche die Bildung oder den Zerfall von Chlorsilber etc. bedingen, den Einflufs der Wärme auf die Bildung des rothen Phosphors aus dem durchsichtigen und umgekehrt der nur wenig gesteigerten Tem-

1) Bunsen und Roscoe, Pogg. Ann. Bd. 100, S. 43 u. S. 481. — Gasometrische Methoden.

2) Kolbe's Journal. 1874. Bd. X, S. 273 bis 351.

peratur auf den entgegengesetzten Gang des Processes u. dgl. hier übergehen [1]).

Nur von einem Körper, dessen Atome sich so leicht umzusetzen scheinen, daſs Wärme, Licht und sogar strömende Elektricität eine Veränderung herbeiführen, mögen hier noch zwei Beispiele angeführt seyn. Als die Resultate der vorliegenden Arbeit bereits erhalten waren, erschien die Untersuchung von Siemens über die Abhängigkeit der elektrischen Leitungsfähigkeit des Selens von Wärme und Licht [2]). Zwei Angaben darin sind in einer auffallenden Analogie zu den Erscheinungen der Nachwirkung. „Es muſs hierbei bemerkt werden, daſs das beschriebene merkwürdige Verhalten des Selens, bei andauernder Erhitzung auf 200° den Charakter der metallischen Stromleitung anzunehmen, nur dann in dieser Weise beobachtet wurde, wenn amorphes Selen direct auf 200° erhitzt ward. War es erst längere Zeit auf 100° erhitzt und dadurch vollständig in einfaches krystallinisches Selen umgewandelt, so trat diese Umwandlung bei weiterer andauernder Erhitzung auf 200° gar nicht oder doch in weit geringerem Maſse ein" (l. c. S. 104). Also auch hier eine Verschiedenheit im Resultate je nach dem Wege der Einwirkungen. Umgekehrt bei derselben Einwirkung in *verschiedenem* Sinn (wie einer Spannungsänderung in ab- oder zunehmendem Sinn auf eine Torsionsnachwirkung) das *gleiche* Resultat: „Bei Modification II sinkt dieselbe (die Leitungsfähigkeit) nach jeder Temperaturänderung, mag dieselbe in einer Erhöhung oder einer Erniedrigung der Temperatur bestanden haben, und nähert sich erst schnell, dann langsamer einem Gränzwerth" (l. c. S. 109). Dieselbe Bewegung, sey es, wie vorher, das Licht oder die Wärme oder wie in anderen Fällen mechanische Erschütterung, wirkt stets so, daſs die moleculare Bewegung, zu welcher augenblicklich das Bestreben vorliegt, begünstigt wird. Bunsen vergleicht deshalb den Einfluſs des Lichtes auf chemische

1) Vgl. Gmelin, Chemie, Bd. 1.

2) Monatsbericht der Kgl. Akad. zu Berlin. Sitzung vom 17. Febr. 1876.

Processe mit der Hinwegräumung eines Widerstandes, wie man sieht, dort von chemischen Vorgängen dieselbe Auffassung wie hier von physikalischen.

Ich weiſs wohl, daſs die zum Vergleich herangezogenen Thatsachen noch andere Deutungen zulassen. Stellt man sich aber einmal, wie ich hier absichtlich gethan habe, auf einen Standpunkt, wo uns für beide Klassen von Vorgängen noch die Möglichkeit einer erklärenden Anschauung fehlt, so muſs die Analogie der Erscheinungen auffallen. Daſs der Endzustand eines Gemenges, d. h. eines complicirten Systems von Anziehungskräften verschieden ist oder wenigstens verschieden schnell erreicht wird, je nachdem man einen dritten Stoff gleichzeitig, d. h. so wirken läſst, daſs die zwischen zwei Stoffen möglichen Anziehungskräfte noch in Thätigkeit sind, oder so, daſs die Molecüle der beiden ersten Stoffe schon in relativer Ruhe sich befinden, läſst sich aber nur erklären auf Grund atomistischer Anschauungen. Die kleinsten Theilchen nehmen je nach der Reihenfolge ihres Zusammenkommens verschiedene Lagen von Gleichgewichtsstellungen an, aus denen sie sich bei der Kleinheit der nach der einen Seite wirkenden Kräfte nur langsam wieder entfernen. Die Aehnlichkeit von Nachwirkung und chemischen Molecularbewegungen scheint mir daher umgekehrt darauf hinzudeuten, daſs wir es hier mit einer Folge der discontinuirlichen Vertheilung der Materie zu thun haben. Diesen Bau der Materie, dessen Vernachlässigung auch in anderen physikalischen Gebieten (z. B. der Abhängigkeit der Capillarconstante von der Temperatur oder derselben Constante an der Grenze zweier Flüssigkeiten von der Natur der letzteren) zu Schlüssen geführt hat, die nicht mit der Erfahrung stimmen, welche aber niemals hätten gezogen werden können, hätte man der anderen Hypothese Rechnung getragen, wird man auch hier berücksichtigen müssen. Das Wünschenswertheste bei einer Erklärung der Nachwirkung besteht wohl darin, daſs man um die Voraussetzung eines Widerstandes, welcher sich den Bewegungen der Molecüle entgegensetzt, herumkommt;

denn eine solche Annahme hat den Uebelstand, dafs sie das zu Erklärende nur von dem endlich ausgedehnten Körper auf das Molecül verlegt. So gut aber wie man bei der Erklärung chemischer Erscheinungen eines solchen Widerstandes nicht bedarf, wenn man darauf Rücksicht nimmt, dafs dieselben Molecüle je nach dem Gang der zur Wirkung kommenden Kräfte mehrere verschiedene Gleichgewichtslagen annehmen können, ebenso gut wird sich von demselben Gesichtspunkte aus die Nachwirkung ableiten lassen. Man hat, neben den translatorischen Verschiebungen der Molecüle, mit Weber, Clausius[1]) und Kohlrausch eine Verdrehung derselben anzunehmen. Die Molecularkräfte aber, welche durch die Verdrehung der Molecüle ausgelöst werden, können in Bezug auf diese Bewegungsart eine Gleichgewichtslage herbeigeführt haben, welche durch den Rückgang der translatorischen Bewegung auf Null nicht geändert wird oder nur sehr langsam, weil das entgegengesetzt wirkende Kräftesystem nur sehr wenig das erstere übertrifft. So können auf einander folgende translatorische Bewegungen und gleichzeitig eintretende ganz verschieden wirken, je nachdem sie das System der verdrehten Molecüle in der einen oder anderen Gleichgewichtslage vorfinden. In wie weit diese Anschauung die Thatsachen zu erklären vermag, oder welche etwaigen besonderen Annahmen noch über die Molecularkräfte hinzuzufügen sind, mufs einer eingehenderen Betrachtung vorbehalten bleiben.

Leipzig, den 1. Juli 1876.

1) Diese Annal. Bd. 76, S. 66. 1849.

II. *Ueber die Gleitung der Gase an Glaswänden; von E. Warburg.*

§. 1.

Kürzlich haben Kundt und ich gezeigt, dafs nach der kinetischen Gastheorie der Coëfficient λ der Gleitung eines Gases an einer festen Wand einen von Null verschiedenen Werth haben mufs, welcher der Dichtigkeit des Gases umgekehrt proportional ist. Für die Gleitung von Luft an Glas ergab sich aus Beobachtungen über die Abnahme der drehenden Schwingungen einer beweglichen Glasscheibe, welche in $0^{cent},11$ bis $0^{cent},28$ Entfernung von einer festen schwebte, der Werth

$$\lambda = 0^{mm},0001 \, . \, \frac{760}{p},$$

wo p den Druck in Millimeter Quecksilber bedeutet. Die bezüglichen Beobachtungen wurden angestellt bei Drucken von $0^{mm},5$ bis 8^{mm} [1]).

Bekanntlich hängt die Transpirationszeit eines Gases durch ein Capillarrohr von dem Gleitungscoëfficienten ab, und ich habe mir nun die Aufgabe gestellt, das von uns gefundene Resultat durch Transpirationsversuche zu prüfen. Da man den Röhrenradius des Capillarrohres kleiner wählen kann, als den Abstand der schwingenden Scheiben, so macht sich die Gleitung in den Transpirationsversuchen schon bei höheren Drucken merklich, bei welchen die Verunreinigungen der Gase weniger störend wirken.

Bei Benutzung eines Capillarrohres von $0^{mm},15$ Radius und bei einem mittleren Druck von 38^{mm} ergab sich der Reibungscoëfficient der Luft, ohne Berücksichtigung der Gleitung berechnet, um 4 — 5 Proc., der des Wasserstoffs um 9 Proc. kleiner, als bei Atmosphärendruck.

1) Diese Ann. Bd. 155, S, 337 ff. Ib. S. 525 ff.

Entsprechende Resultate lieferte ein Capillarrohr von $0^{mm},10$ Radius.

Da nun die Unabhängigkeit des Reibungscoëfficienten vom Druck innerhalb der Gränzen dieser Versuche als eine sicher festgestellte Thatsache zu betrachten ist, so mufs zur Erklärung der angeführten Resultate Gleitung der Gase am Glas bei dem Druck von 38^{mm} angenommen werden.

Die numerische Berechnung des Gleitungscoëfficienten aus den Transpirationsversuchen ist deshalb eine unsichere, weil eine exacte mathematische Theorie dieser Versuche fehlt. Selbst der einfachste Fall, in welchem der Gleitungscoëfficient constant wäre, ist bisher nicht genau gelöst[1]). Der hier vorliegende Fall wird noch schwieriger, weil der vom Druck abhängige Gleitungscoëfficient sich längs des Rohres ändert. Um einen Anhalt zur Beurtheilung zu gewinnen, habe ich eine genäherte Lösung des Falles gesucht, in welchem eine unzusammendrückbare Flüssigkeit durch ein Capillarrohr strömt, unter der Annahme, dafs der Gleitungscoëfficient dem Drucke umgekehrt proportional ist. Die Gränzbedingung an der Röhrenwand zeigt, dafs in diesem Fall die radiale Geschwindigkeitscomponente nicht vernachlässigt werden darf. Die Ausflufsmenge ergiebt sich in erster Annäherung so grofs, als wenn ein constanter Gleitungscoëfficient in Rechnung gebracht würde, welcher dem Druck

$$\frac{P_0}{1+\frac{P_0-p_0}{P_0}} = (p)$$

entspricht, wo P_0 und p_0 die Drucke an den Röhrenenden bedeuten. Dieser Druck ist etwas kleiner, als das arithmetische Mittel

$$\frac{P_0+p_0}{2} = p.\ ^{2})$$

1) O. E. Meyer. Diese Ann. Bd. 127, S. 254 ff.

2) Anm. Ist die nach der Röhren-(z) Axe gerichtete Geschwindigkeitscomponente w allein vorhanden, so ist sie, wie die für das Innere geltenden Gleichungen zeigen, von z unabhängig. Wenn nun der

Sey nun μ' der ohne Berücksichtigung der Gleitung berechnete (scheinbare), μ der wahre Reibungsindex, R der Röhrenradius, so hat man

$$\frac{\mu}{\mu'} = 1 + \frac{4\lambda}{R},$$

wo λ der einem etwas kleineren als dem mittleren Druck p entsprechende Werth des Gleitungscoëfficienten seyn würde.

Die Berechnung der Transpirationsversuche nach dieser Gleichung liefert folgende Resultate:

1. Luft. Capillare I.

	λ aus Transpirationsvers.	λ aus Schwingungsvers.	λ theoret. Gränzwerth
$p = 37^{mm},5$	$0^{mm},0017$	0,0020	0,0012
$(p) = 33^{mm},8$		0,0022	0,0013

Gleitungscoëfficient λ vom Druck abhängt, welcher letzterer, wenn Strömung stattfindet, mit z sich ändert, so kann die an der Röhrenwand geltende Gleichung

$$\lambda = -\frac{w}{\frac{dw}{dr}},$$

wo r den Abstand von der Röhrenaxe bedeutet, durch ein von z unabhängiges w nicht befriedigt werden. Transformirt man für diesen Fall die allgemeinen Gleichungen für die Bewegung einer reibenden Flüssigkeit durch Einführung cylindrischer Coordinaten, r, θ, z, nennt u, v, w die entsprechenden Geschwindigkeitscomponenten, setzt Alles von θ unabhängig und nimmt an, dafs der Gleitungscoëfficient klein gegen den Röhrenradius ist, so dafs die Bewegung durch die Gleitung nur wenig modificirt wird, so erhält man als genäherte Lösung der Aufgabe:

$$u = f.\left(\frac{R}{r} - \frac{r}{R}\right) \qquad v = 0$$

$$w = c_0 \left\{1 + z.\frac{\lambda_0}{R} - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right\} + 2c_0.\frac{P_0 - p_0}{P_0}.\frac{\lambda_0}{l}.\frac{z}{R},$$

wo R den Röhrenradius, P_0 und p_0 die Drucke an den Röhrenenden, λ_0 der P_0 entsprechende Werth des Gleitungscoëfficienten, l die Länge der Capillare bedeutet und

$$c_0 = \frac{P_0 - p_0}{4\mu l}.R^2 \qquad f = c_0.\frac{P_0 - p_0}{P_0}.\frac{\lambda_0}{l}$$

Aus dem obigen Werth von w ergiebt sich das im Text angeführte Resultat.

2. Wasserstoff. Capillare I.

	λ aus Transpirationsversuchen
$p = 39^{mm},4$ $(p) = 35^{mm},5$	$0^{mm},0033$
$(p) = 33^{mm},8$	$0^{mm},0035$.

3. Luft. Capillare II.

	λ aus Transpirationsversuchen
$p = 43^{mm}$ $(p) = 39^{mm}$	$0^{mm},0016$
$(p) = 33^{mm},8$	$0^{mm},0018$.

Nach 1 ergiebt sich der Gleitungscoëfficient aus den Transpirationsversuchen etwas kleiner, als aus den von Kundt und mir angestellten Schwingungsversuchen, ohne den Gränzwerth, welcher nach der Gastheorie der kleinstmögliche ist, zu erreichen. Die bei kleinen mittleren Drucken angestellten Transpirationsversuche lieferten nur dann übereinstimmende Resultate, wenn die Capillaren durch häufiges Durchleiten wasserfreien Gases sorgfältig getrocknet waren. Schwach feuchte Luft transpirirt rascher, als trockene; ob dies daher rührt, daſs der Gleitungscoëfficient bei feuchten Wänden gröſser ist, oder dadurch zu erklären ist, daſs der innere Reibungsindex kleiner ist für feuchte, als für trockene Luft, kann ich nicht mit Sicherheit entscheiden; einige hier nicht mitzutheilende Versuche scheinen mir für die erste Alternative zu sprechen. Wie dem auch sey, so dürfte bei den von Kundt und mir angestellten Schwingungsversuchen die Luft procentisch nicht so trocken gewesen seyn, als bei meinen unter gröſserem Druck gemachten Transpirationsversuchen, und daraus mag sich der kleinere Werth von λ erklären, welchen die letzteren Versuche geliefert haben.

Nach 2 ist der Gleitungscoëfficient des Wasserstoffs gröſser als der der Luft und zwar nahe im Verhältniſs

der mittleren Weglängen, welche für diese Gase wie 155 : 83 sind.

Nach 3 ergiebt Capillare II nahe denselben Gleitungscoëfficienten wie Capillare I.

Diese Resultate dürften als eine Bestätigung der von Kundt und mir hinsichtlich der Gleitung gefundenen theoretischen und experimentellen Ergebnisse anzusehen seyn.

Den absoluten Reibungsindex der Luft finde ich aus Capillare I zu 0,000184, $\frac{\text{Gr.}}{\text{Cent. Sek.}}$ aus Capillare II zu 0,000185 bei 15° Cels. Aus Puluj's Versuchen folgt für 15° Cels. $\mu = 0{,}0001855$ [1]). O. E. Meyer[2]) findet für 14°4 $\mu = 0{,}000184$. Kundt und ich fanden aus Schwingungsversuchen 0,000189 [3]). Es scheinen somit die Transpirationsversuche einen etwas kleineren Werth zu liefern, als die Schwingungsversuche.

Den Reibungscoëfficienten der Luft finde ich aus combinirten Versuchen bei Zimmertemperatur und 100° der 0,77^{ten}, den des Wasserstoffs der 0,63^{ten} Potenz der absoluten Temperatur proportional. Das erste Resultat stimmt mit O. E. Meyer[4]) und v. Obermayer[5]), während Puluj aus Transpirationsversuchen anstatt 0,77 $\frac{2}{3}$ findet.

§. 2.

Beschreibung des benutzten Apparates und der Versuche.

Um die Transpirationszeit eines Gases durch ein Capillarrohr zu messen, pflegt man die Druckdifferenz zwischen zwei mit dem Gase gefüllten Gefäfsen (resp. einem Gefäfs und der Atmosphäre) durch das Capillarrohr sich ausgleichen zu lassen und den Verlauf des Druckes in einem der Gefäfse zu messen. Diese Methode leidet an

1) Wien. Ber. Band LXX, II. Abhandlung. Den angegebenen Werth liefert die Combination der Versuche [1, 3, 4], 6, 8, 10, 13, 20, 17, 15, 18, 27, 33, 31, 21.
2) Diese Ann. Bd. 148, S. 40.
3) Diese Ann. Bd. 155, S. 538.
4) Pogg. Ann. Bd. 148.
5) Wien. Ber. Bd. 71, S. 281 ff.

dem Uebelstande, dafs in die durch das Ueberströmen bewirkten Druckänderungen, welche man sucht, solche sich einmischen, welche durch die kaum zu vermeidenden Temperaturänderungen in dem Beobachtungslokale entstehen. Diese Fehlerquelle, welche, wie ich finde, erheblich ist und selbst durch sehr lästige Vorsichtsmafsregeln kaum hinreichend zu beseitigen ist, kann sehr klein gemacht werden, wenn man die *Druckdifferenz* zwischen den beiden Gefäfsen beobachtet. Aendert sich die Temperatur in den beiden geschlossenen Gefäfsen gleichmäfsig (was mit hinreichender Annäherung unschwer zu erreichen ist), so wird die Druckdifferenz zwischen den Gefäfsen durch Temperaturänderungen nur insoweit beeinflufst, als der absolute Druck in beiden verschieden ist. Eine ähnliche Bemerkung hat, wie ich finde, bei einer anderen Gelegenheit schon Röntgen[1]) gemacht. Derselbe[2]) hat zuerst die Druckmessung nach dem Princip des Metallbarometers durch Anbringung der Spiegelablesung verfeinert, und ich habe diese Methode der Druckmessung auch für meinen Zweck sehr passend gefunden. Demgemäfs war der benutzte Apparat (welcher zu ähnlichen Bestimmungen, z. B. Diffusionsversuchen mancher Art sich eignen dürfte) folgendermafsen construirt.

Die Capillare (siehe Fig. 4, Tafel IV) verbindet die Räume *ABCDE* und *abcde* und vermittelt den Ausgleich einer zwischen denselben hergestellten Druckdifferenz. Die Theile bei *E* und *e* sind die beiden Kammern einer starken Messingbüchse, welche geschieden werden durch die in der Figur nicht sichtbare gewellte Neusilberplatte[3]). Die vordere Kammer *E* enthält die Vorrichtung, durch welche die Durchbiegungen der Platte sicht- und mefsbar gemacht werden. Bei δ ist nämlich ein starker Messingdraht eingelöthet, welcher bis nahe an die Mitte der Kammer hinabreicht und hier eine Vorrichtung trägt zur

1) Pogg. Ann. Bd. 148.
2) Ib.
3) Verfertigt von J. Goldschmidt sen., Mechaniker in Zürich.

Aufnahme einer feinen Uhrfeder. An dieser ist ein kleiner platinirter Glasspiegel *P* befestigt, welcher auf einer an die Mitte der Platte gelötheten Metallschneide ruht und deren Bewegungen folgt. Die Feder ist mittels Siegellack befestigt zwischen der Hinterwand des Spiegels und einem Glasplättchen; an der glatten Hinterwand des letzteren greift die Schneide an. Die Bewegungen des Spiegels werden gesehen durch die am Rande abgeschliffene Spiegelglasplatte *S*, welche auf den abgeschliffenen Rand eines in die Büchse gebohrten Loches mittels Fett luftdicht aufgesetzt wird.

Der ganze Apparat von *E* über die Capillare bis *e* bildet eine zusammenhängende, nur durch Geifsler'sche Hähne unterbrochene gläserne Leitung; die Capillare ist bei *A* und *a* an die dort einmündenden Glasröhren angeschmolzen. Bei *E* und *e* sind die Glasröhren in Messingröhren, welche in die Büchse eingelöthet sind, mittels Siegellack eingekittet.

Das gebogene Glasrohr *G* — welches, wenn der Apparat in Thätigkeit ist, durch die Hähne *D* und *d* ausgeschaltet wird — dient dazu, die beiden Kammern der Büchse direct zu verbinden. Damit die Biegsamkeit des Apparates durch dieses Rohr nicht zu sehr verringert werde, mufste diesem eine passende Form und Länge gegeben werden.

Von *b* und *C* führt je eine Leitung zu den Schenkeln eines 10^{mm} weiten Quecksilbermanometers, dessen Angaben mit denjenigen der Neusilberplatte verglichen werden können; ferner zu einer Geifsler'schen Quecksilberluftpumpe.

Die Capillare wird mittels Kautschukstopfen in dem Mantelrohr *R* gehalten, durch welches Wasserdampf geleitet werden kann.

Bevor zu den eigentlichen Strömungsversuchen geschritten wird, müssen, um diese berechnen zu können, ein für allemal folgende Bestimmungen gemacht werden:

1. Vergleichung der Angaben der Neusilberplatte mit denen des Quecksilbermanometers.

2. Messung der Aenderung, welche die Räume *ABCDE*, *abcde* wegen der Durchbiegung der Neusilberplatte erleiden. Diese Räume sollen durch (Ω) und (ω) bezeichnet werden, ihr Inhalt bei der Druckdifferenz Null durch Ω und ω.

3. Messung der Volumina Ω und ω. Bei den Bestimmungen 2 und 3, sowie bei der Berechnung der Strömungsversuche wird in den folgenden Formeln vorausgesetzt, dafs das Verhältnifs $\frac{\Omega}{\omega}$ sich von der Einheit wenig unterscheidet, eine Voraussetzung, welche bei der Zusammensetzung des Apparates leicht erfüllt werden kann.

Ad 1. Es wurden verschiedene Druckdifferenzen zwischen (Ω) und (ω) hergestellt und die Angaben des oben erwähnten Quecksilbermanometers, das mittels eines Breithaupt'schen Kathetometers abgelesen wurde, verglichen mit den Angaben der Neusilberplatte, deren Durchbiegung mittels des Spiegels *P* und Scala und Fernrohr beobachtet wurden. Es wurde z. B. erhalten[1])

Ablenkung des Spiegels in Scalentheile	Entsprechende Druckdiff. in Mill.-Quecks.
200	$6^{mm},37$
300	$9^{mm},70$
400	$13^{mm},11$
500	$16^{mm},63$
600	$20^{mm},67$.

Ad. 2. Sey ε die Volumänderung, welche eine der Kammern erfährt, wenn die Druckdifferenz Δ zwischen beiden Kammern hergestellt ist, so kann innerhalb eines kleinen Bereiches von Δ gesetzt werden

$$\varepsilon = k \, . \, \Delta .$$

Um k zu bestimmen, stellt man in beiden Kammern Atmosphärendruck P_0 her und bringt in (Ω), *während* (ω)

1) Diese Bestimmung wurde von Zeit zu Zeit wiederholt und dadurch die Unveränderlichkeit des Apparates controllirt.

geschlossen ist, eine passende Verdünnung hervor. Die entsprechende Druckdifferenz zwischen (Ω) und (ω) auf Millim.-Quecksilber reducirt sey Δ'. Hierauf wird (ω) mit der Atmosphäre in Verbindung gesetzt, während (Ω) geschlossen bleibt; dann erhält man eine etwas gröfsere Druckdifferenz Δ''.

Unter der Voraussetzung, dafs während des Versuchs der Barometerdruck sich nicht geändert hat, ist mit hinreichender Genauigkeit (wenn $\frac{\Omega}{\omega}$ nur wenig von 1 verschieden)

$$\frac{k \cdot P_0}{\omega} = \frac{\frac{\Delta'' - \Delta'}{\Delta'}}{1 - \frac{\Delta'' - \Delta'}{\Delta'}}.$$

So wurde erhalten, während $\omega = 255^{cc},07$:

Δ'	$k \cdot \frac{1000^{mm}}{\omega^{cc}}$
$12^{mm},85$	0,126
$10^{mm},87$	0,131
$7^{mm},37$	0,137,

k, die ***mittlere Volumänderung*** einer Kammer in Cubikcentimetern hervorgebracht durch 1^{mm} Quecksilber Druckdifferenz, beträgt nach vorstehender Angabe für $\Delta' = 12^{mm},85$, $0^{cc},032$ und wird etwas gröfser, wenn Δ' abnimmt.

Ad. 3. Zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\Omega}{\omega}$ verfährt man folgendermafsen.

Nachdem in (Ω) und (ω) Atmosphärendruck P_0 hergestellt ist, verdünnt man (Ω) in passender Weise, während (ω) mit der Atmosphäre communicirt und liest die entsprechende Druckdifferenz (π') ab. Darauf schliefst man (ω), setzt (ω) mit (Ω) in Communikation und darauf wiederum (ω) mit der Atmosphäre in Verbindung. Man erhält jetzt eine kleinere Druckdifferenz (π''). Setzt man nun $\frac{\omega}{\Omega} = \delta$, die Zahl $k \cdot \frac{P_0}{\omega} = \beta$, $\frac{\pi'}{\pi''} = m$, so ist, wenn δ wenig von 1 verschieden, hinreichend genau:

$$\delta = \frac{-1-\beta+\sqrt{1-2\beta+4m\beta+\beta^2}}{2\beta}$$

wo β aus 2 bekannt ist.

Indem man jetzt (ω) um ein bekanntes Volum a vermehrt, findet man $\frac{\omega+a}{\Omega}=\delta'$ und kann nun aus δ und δ' ω und Ω finden.

Es war bei den Versuchen

mit Cap. I. $\omega = 255^{cc},07$ $\Omega = 313^{cc},1$ $\delta = 0,815$

„ Cap. II. $\omega = 268^{cc},5$ $\Omega = 312^{cc},9$ $\delta = 0,858$.

Hinsichtlich der Versuche zur Bestimmung von k und δ gelten die vorhin gemachten Bemerkungen über die Störung durch Temperaturänderungen, letztere müssen daher möglichst vermieden und die Versuche öfter repetirt werden. Auch ist kaum nöthig zu bemerken, dafs man vor den Druckmessungen jedesmal warten mufs, bis die durch Verdünnung oder Verdichtung entstandenen Temperaturänderungen verschwunden sind.

Nachdem in dieser Weise die Constanten des Apparates bestimmt sind, kann zu den eigentlichen Strömungsversuchen geschritten werden, bei welchen man folgendermafsen verfährt. Man stellt in dem ganzen Apparat den gewünschten Druck her, wobei alle in der Figur gezeichneten Hähne geöffnet sind, notirt den Nullpunkt der Platte und schliefst d, D, b, c, B. Dadurch sind die Volumina (Ω) und (ω) von den übrigen Theilen des Apparates sowie von einander getrennt. Nur der kleine Theil AB von (Ω) steht noch durch die Capillare H mit (ω) in Verbindung; dieser Umstand wird bei der Berechnung der Versuche berücksichtigt. Jetzt verdünnt man die Luft in (ω), so dafs der Druck in diesem Raum um etwa 15^{mm} sinkt und liest die Einstellung der Platte ab. Nachdem man einige Minuten gewartet und sich überzeugt hat, dafs die Platte ihren Stand nicht ändert, wenn keine Strömung stattfindet, öffnet man B und beobachtet den Spiegel P mittels Fernrohr und Scala. Die vorhin hergestellte Druckdifferenz gleicht sich aus und man notirt die Zeitpunkte, zu welchen

zwei vorher festgesetzte Scalenstriche an dem Fadenkreuz vorbeigehen. Die folgenden Protokolle zweier Versuche werden das Verfahren hinreichend erläutern.

28. Jan. Barometer 760^{mm}. Temp. 26°,8. Druck im Apparat: Atmosphärendruck.

Einstellung des Spiegels bei Druckdifferenz Null	972		
Einstellung des Spiegels nach Herstellung der Druckdifferenz	Vers. *a* 424	*b* 430	*c* 442
Zeit, innerhalb deren die Druckdifferenz sank von der dem Theilstrich 520 bis zu der dem Theilstrich 700 entsprechenden	62″	61″,5	62″
Mittel	61″,8.		

28. Jan. Druck im App. 44^{mm},92. Temp. 21°.

Einstellung bei Druckdiff. Null . .	983
Einstellung nach Herstellung d. Druckdifferenz	475
Zeit, innerhalb deren die Druckdifferenz sank von der dem Theilstrich 510 bis zu der dem Theilstrich 610 entsprechenden	469″.

§. 3.

Berechnung der Versuche.

Wenn nach Herstellung der Druckdifferenz der Druck in (Ω) gröſser ist, als in (ω), so ist wegen der Durchbiegung der Neusilberplatte das Volumen (Ω) ein wenig vergröſsert, (ω) verkleinert. Stellt man jetzt durch die Capillare die Verbindung her, so nimmt in Folge der Strömung der Druck in (Ω) ab, in (ω) zu; da aber gleichzeitig, indem die Durchbiegung der Platte abnimmt, (Ω) kleiner und (ω) gröſser wird, so nimmt die Druckdifferenz Δ langsamer ab, als bei constanten Volumina (ω) und (Ω). Um diesem Umstande Rechnung zu tragen, setze man

$$s = k \, . \, \Delta,$$

wo der Werth von k für die mittlere Druckdifferenz des Versuchs aus §. 2., 2 zu entnehmen ist. Es gelten dann folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \Omega \,.\, dP + P \,.\, k.d(P-p) &= -\tfrac{1}{2}(P+p)(P-p)\,.\,F\,.\,dt \\ \omega \,.\, dp + p \,.\, k.d(p-P) &= \tfrac{1}{2}(P+p)(P-p)\,.\,F\,.\,dt \end{aligned}\right\} (1),$$

wo P und p die Drucke in (Ω) und (ω) zur Zeit t bedeuten, $F = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{l} \cdot \frac{1}{\mu}$, R Radius, l Länge der Capillare, μ der Reibungsindex.

Durch Addition und Integration:

$$\Omega \,.\, P + \omega \,.\, p \,.\, \tfrac{1}{2}k \,.\, (P - p)^2 = \text{const.}$$

Ist nun $\Omega = \omega$, so findet man genau durch Integration einer der Gleichungen (1).

$$[\omega^2 + k \,.\, \{ \omega (P_0 + p_0) + \tfrac{1}{2} k (P_0 - p_0)^2 \}] \,.\, \log \frac{P_0 - p_0}{P - p}$$

$$- \tfrac{1}{2}\omega^2 \,.\, \log \frac{P_0 + p_0}{P + p} = F \,.\, t \,.\, \{ \omega (P_0 + p_0) + \tfrac{1}{2}k (P_0 - p_0)^2 \},$$

wo P_0 und p_0 die Werthe von P und p zur Zeit 0 bedeuten. Ist $\Omega = \omega = 250^{cc}$ und führt man im Uebrigen die Bedingungen meiner Versuche ein, so ist

$$\tfrac{1}{2} k \,.\, \frac{P_0 - p_0}{\omega} \,.\, \frac{P_0 - p_0}{P_0 + p_0}$$

gegen 1 zu vernachlässigen, wodurch die Formel erheblich vereinfacht wird.

Die genaue Formel für den Fall, daſs Ω von ω verschieden, wird complicirt. Ist wie bei meinen Versuchen $\delta = \frac{\omega}{\Omega} = 0{,}81 - 0{,}85$, also wenig von 1 verschieden, so ist mit hinreichender Genauigkeit:

$$F \,.\, \vartheta = \frac{\omega + k(P_0 + \delta p_0)}{P_0 + \delta \,.\, p_0} \,.\, \log \frac{P' - p'}{P - p} + \frac{\omega}{P_0 + \delta p_0} \,.\, \log \frac{P + p}{P' + p'} \qquad (2),$$

wo ϑ die Zeit, innerhalb deren P, p in P', p' übergehen.

Bei allen Versuchen ist das zweite Glied rechterhand sehr klein, bei Versuchen unter dem mittleren Druck einer Atmosphäre ganz unmerklich. In dem letzteren Fall

reducirt sich also die Wirkung der Durchbiegung der Platte merklich darauf, dafs sie bezüglich der Strömungszeit eine scheinbare Vermehrung des Volumens ω um $k.(P_0 + \delta p_0)$ hervorbringt.

Gemäfs der zuletzt angeführten Gleichung geschah die Berechnung der Versuche nach folgenden Formeln:

Sey (indem log jetzt Brigg'sche Logarithmen bedeutet)

$$\frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{l} \cdot \frac{\log e \cdot g \cdot \sigma_0}{\omega} = C,$$

wo g die Beschleunigung der Schwere, σ_0 die Dichte des Quecksilbers bei 0°. C ist für den Apparat eine Constante, so lange dasselbe Capillarrohr benutzt wird.

$$P_0 + \delta p_0 = P$$

$$1 + \frac{k}{\omega}(P_0 + \delta p_0) = h$$

$$\log \frac{P - p}{P' - p'} = q$$

$$\log \frac{P' + p'}{P + p} = q' = \log \frac{2(P_0 + \delta p_0) - (1 - \delta)(P' - p')}{2(P_0 + \delta p_0) - (1 - \delta)(P - p)},$$

ϑ die Zeit, innerhalb deren die Druckdifferenz $P - p$ in $P' - p'$ übergeht, so wurde gesetzt:

$$\mu = C \cdot \frac{P \cdot \vartheta}{h \cdot q + q'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (I),$$

wo q' bei Atmosphärendruck einen unmerklichen Werth hatte.

War die Temperatur t der Capillare von derjenigen der Umgebung (t_0) verschieden

$$\mu = C \cdot \frac{P \cdot \vartheta}{h \cdot q + q'} \cdot \frac{273 + t_0}{273 + t} \quad . \; . \; . \; . \quad (Ia).$$

Für einen mittleren Druck, bei welchem Gleitung merklich ist, sey μ' der ohne Berücksichtigung der Gleitung nach (1) berechnete Reibungsindex, dann wurde gesetzt

$$\frac{\mu}{\mu'} = 1 + \frac{4\lambda}{R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (II),$$

Die folgende Tabelle enthält die nach den Formeln I, I*a* und II berechneten Resultate der Versuche.

Capillare I. $R = 0^{cent},015076$. $L = 74^{cent},9$.

Atmosphärische Luft.

No.	t	μ	μ reduc. auf 15°	No.	t	μ'	μ	P_0	p_0
1	24°,5	0,000187	0,000182	8	27°	0,000183	0,000190	mm 45,6	mm 30,8
2	26,7	0,000192	0,000186	9	20	0,000178	0,000187	43,6	29
3	26,3	0,000188	0,000182	10	20	0,000179	0,000187	45,3	30,7
4	25,2	0,000189	0,000184	11	21	0,000179	0,000187	44,7	30,1
5	100,2	0,000223		12	17	0,000177	0,000185	44,6	30,2
6	100,2	0,000229							
7	100,2	0,000222							

Wasserstoff.

13	27,9	0,0000937	0,0000911	17	21	0,0000857	0,0000932	47,2	31,6
14	27	0,0000952	0,0000927	18	99,3	0,0000995	0,0001086	47,9	33,1
15	20	0,0000931	0,0000921	19	99,3	0,0001008	0,0001086	47,9	32,4
16	99,3	0,0001086							

Capillare II. $R = 0^{cent},0099506$. $L = 28^{cent},5$.

Atmosphärische Luft.

No.	t	μ	μ reduc. auf 15°	No.	t	μ'	μ	P_0	p_0
20	26,5°	0,000191	0,000185	26	25°	0,000178	0,000190	50,5 mm	35,4 mm
21	29	0,000195	0,000188	27	24,5	0,000179	0,000190	51,2	35,8
22	99,6	0,000229							
23	20	0,000186	0,000184						
24	23	0,000187	0,000183						
25	99,7	0,000222							

Wasserstoff.

No.	t	μ	μ reduc. auf 15°						
28	25°	0,0000927	0,0000908						
29	25	0,0000924	0,0000905						
30	20	0,0000890	0,0000881						
31	99,5	0,0001035							
32	21,5	0,0000897	0,0000885						

Die auf der linken Seite stehenden Versuche (3—7; 13—16; 20—25; 28—32) beziehen sich auf Atmosphärendruck; die auf der rechten Seite stehenden (8—12; 17—19; 26—27) auf kleinere Drucke, bei denen Gleitung sich merklich macht. Zur weiteren Erklärung der Tabelle wird es genügen, die erste der 4 Versuchsreihen (Capill. I, Atmosphärendruck, Luft) näher zu betrachten.

Aus 1 - 4 $\mu = 0{,}000189$ bei 25°7.
Aus 5—7 $\quad 0{,}000225$ bei 100°2.

Daraus, wenn man setzt

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{\Theta}{\Theta_0}\right)^x,$$

wo Θ und Θ_0 die absoluten Werthe der Temperaturen, auf die sich μ und μ_0 beziehen,

$$x = 0{,}78.$$

Mittels dieses Werthes von x wurden die No. 1—4 erhaltenen Werthe von μ auf 15° reducirt (4. Columne linkerhand). Im Mittel ergiebt sich

$$\mu = 0{,}000184 \text{ bei } 15^0 \text{ für Luft}$$

aus Capillare I.

Aus diesem Werth und dem angegebenen Werth von x ist der Werth von μ berechnet für die verschiedenen Versuche (8—12), welche bei kleineren Drucken angestellt wurden (4. Columne rechterhand). Aus den Versuchen 8—12 ergiebt sich nach Gleichung (II):

No.	$\frac{4\lambda}{R}$	$\frac{P_0 + p_0}{2}$	$\frac{P_0}{1 + \frac{P_0 - p_0}{P_0}}$
8	0,038	38mm,2	
9	0,051	36mm,3	
10	0,045	38mm,	
11	0,045	37mm,4	
12	0,045	37mm,4	
Mittel	0,045	37mm,5	33mm,8.

In derselben Weise wurden die übrigen Versuchsreihen berechnet und die Resultate erhalten, welche im Eingang zusammengestellt sind.

Bezüglich der Berechnung des Temperaturcoëfficienten x aus den weiteren Versuchsreihen ist zu bemerken, dafs die Versuche 15 und 16, 21 und 22, 24 und 25, 30 und 31 absichtlich je gleich hinter einander angestellt wurden. In Berücksichtigung dieses Umstandes wurden die Versuche zur Berechnung von x folgendermafsen combinirt.

				Mittel
Aus 15 und 16 aus	Cap. I	Wasserstoff	$x = 0{,}64$	0,65
Aus d. Combination aller Versuche 13—15 mit 16	„	„	0,65	
Aus 21 und 22	Cap. II	Luft	0,76	0,76
„ 24 und 25	„	„	0,74	
„ d. Combination von 20, 21, 23, 24 mit 22 und 25	„	„	0,77	
Aus 30 und 31	Cap. II	Wasserstoff	0,63	0,60
Aus d. Combination der Versuche 28—30 und 32 mit 31	„	„	0,57	

Es ist nach diesen Versuchen zwischen 20 und 100° x für Luft nahe $\frac{3}{4}$, für den Wasserstoff ungefähr $\frac{2}{3}$, also etwas kleiner.

Freiburg i. B. 9. Juli 1876.

III. *Bericht über Versuche des Hrn. Dr. E. Root aus Boston, die Durchdringung des Platins mit elektrolytischen Gasen betreffend; von H. Helmholtz.*

(A. d. Monatsb. d. K. Akad. d. Wiss. zu Berlin. — 16. März 1876.)

Die von mir unter dem 21. Juli 1873 der Akademie vorgelegten Versuche hatten mich zu der Ansicht geführt, daſs bei der galvanischen Polarisation nicht nur oberflächlich haftende, sondern auch tiefer in das Platin eingedrungene Theile der Gase eine Rolle spielen müſsten, wovon die Möglichkreit durch die von Graham am Palladium und Platin ausgeführten Versuche schon angezeigt war. Um das Eindringen der Gase in das Platin bei der galvanischen Polarisation wirklich zu erweisen, veranlaſste ich Hr. Dr. Elihu Root im Physikalischen Laboratorium der hiesigen Universität durch Versuche zu ermitteln, ob der durch Elektrolyse gegen die eine Seite einer dünnen Platinplatte geführte Wasserstoff nach einiger Zeit sich auch an der entgegengesetzten Seite dadurch bemerkbar machen werde, daſs er auch dort galvanische Polarisation hervorbringe. Diese Versuche haben in der That den erwarteten Erfolg ergeben.

An die deiden entgegengesetzten Seiten eines 0,02 Millimeter dicken und vertical gestellten Platinblechs wurden mit Siegellack die ebenen Ränder zweier Glasgefäſse angekittet, welche die Gestalt von tubulirten Retortenvorlagen hatten. Die eine Oeffnung eines jeden war an die genannte Platinplatte mit Siegellack angekittet, die zweite nach oben gewendet. Die Ränder der Platinplatte ragten nach allen Seiten über die Schicht des Kitts hinaus, so daſs sicher keine leitende Flüssigkeitsbrücke zwischen der einen und andern Seite des Platins bestand. Die Glasgefäſse wurden mit destillirtem Wasser gefüllt, dem einige Tropfen reiner Schwefelsäure zugesetzt waren. Durch die

oberen Oeffnungen der Gefäſse ragten zwei andere Platinplatten in dieselbe hinein. Vor der Zusammensetzung des Apparats waren die drei Platinplatten durch Ausglühen und Waschen möglichst gereinigt. Um zu prüfen, ob das Platin vollkommen dicht sey, wurde eine Probe des angewendeten Platinblechs als Verschluſs des einen Schenkels eines in beiden Schenkeln luftleer gemachten Manometers aufgeschmolzen. Es fand sich, daſs keine merkliche Spur Luft im Laufe von zwei Monaten eingedrungen war.

Da die Fortbewegung der Gase im Platin jedenfalls nur äuſserst langsam geschieht, und der kleine Vorrath der bis zur jenseitigen Oberfläche gedrungen ist, leicht erschöpft werden kann, so wurde der ganze Apparat dauernd unter der ausgepumpten Glocke einer Luftpumpe gehalten, so daſs nur die Zuleitungsdrähte zu den drei Platinplatten nach auſsen reichten. Ferner muſste vermieden werden, einen auch kurz dauernden depolarisirenden Strom zu Stande kommen zu lassen. Es muſste deshalb statt des Galvanometers ein Instrument angewendet werden, was ohne dauernden Strom den bestehenden Potentialunterschied anzeigen konnte. Hierzu erwies sich das Lippmannn'sche Capillarelektrometer [1]) als sehr brauchbar. Es wurde bei den Beobachtungen das Mikroskop auf eine bestimmte Stelle der capillaren Glasröhre eingestellt erhalten, und der Unterschied der Drucke bestimmt, welche nöthig waren, um bei alternirender Verbindung der beiden Pole des Elektrometers mit den beiden Platinplatten die Quecksilbersäule in der capillaren Röhre bis an denselben Theilstrich zu führen. Positive Druckdifferenz zeigt im Folgenden ein positiveres Potential in der Platte *B* als in der Platte *C* an. Der Druckunterschied 1 entspricht etwa dem von $\frac{1}{300}$ eines Daniell'schen Elementes.

Nachdem der Apparat zusammengesetzt war, lieſs man die drei Platinplatten zunächst 18 Stunden lang unter sich

1) Pogg. Ann. Bd. 149, S. 551.

und mit der Erde in leitender Verbindung, um die Reste älterer Polarisation zu beseitigen. Dann wurden sie von einander und von der Erde isolirt, und es wurde nun 14 Tage lang täglich die elektromotorische Kraft zwischen der mittleren *B* und einer der äufseren *C* untersucht, um zu ermitteln, ob aus anderen Ursachen schnelle Aenderungen der Polarisation zu erwarten wären. Die Kraft fiel während der ersten Hälfte dieser Zeit von 4,83 bis 0,40 und stieg dann allmälig auf 1,37, um gegen den Schlufs der genannten Periode wieder zu sinken; die Aenderungen geschahen aber langsam und ohne schnelle Sprünge.

Es zeigte sich nun, dafs wenn auch nur fünf Minuten lang zwei Daniell'sche Elemente zwischen der einen äufseren Platte *A* und der mittleren *B* geschlossen wurden, welche Wasserstoff gegen die Platte *B* führten, eine Aenderung im elektromotorischen Verhalten der andern Seite von *B* gegen die zweite äufsere Platte *C* eintrat.

So war z. B. in einer Versuchsreihe unmittelbar vor dem Schlufs des Stroms durch *A* und *B* die Druckdifferenz zwischen *B* und *C* — 0,6 gewesen. Nach einer Durchströmung von 5 Minuten Dauer, wobei die Platte *C* elektrisch isolirt blieb, war die Druckdifferenz + 5,2, stieg dann bei isolirten Platten im Laufe der nächsten drei Stunden auf 17,1, und war 18 Stunden später wieder — 3.

In anderen Versuchen wurde der Strom zwischen *A* und *B* 12 oder 18 Stunden lang geschlossen. Dann war der Potentialunterschied zwischen *B* und *C* gleich nach Unterbrechung jenes Stroms am gröfsten und nahm in den darauf folgenden Stunden allmälig ab.

Wenn der Strom zwischen *A* und *B* die entgegengesetzte Richtung erhielt, so dafs er den Sauerstoff gegen *B* drängte, so trat auch auf der andern Seite von *B* mit derselben Schnelligkeit und zum Theil mit derselben, zum Theil selbst mit gröfserer Intensität der entgegengesetzte Erfolg ein, als bei der früheren Wasserstoffpolarisation. Ob dieser Unterschied in der Gröfse der beobachteten Wirkung nicht durch die vorausgegangene Wasserstoffpo-

larisationen bedingt sey, läſst sich aus den bisher vorliegenden Versuchen nicht entscheiden. Da zuweilen der Zustand der Platten *B* und *C* durch Schlieſsung derselben zum Kreise ausgeglichen worden ist, kann eine merkliche Menge Wasserstoffs dabei auch auf *C* übertragen worden seyn, und davon die stärkere Wirkung des mit Sauerstoff polarisirten *B* herrühren. Ueberhaupt scheiterten quantitative Bestimmungen der Wirkung zunächst daran, daſs die einmal in die Platte hineingetriebenen Gasmengen in deren Innerem sich nur sehr langsam ausgleichen, und auch nur langsam wieder entfernt werden können. Uebrigens zeigt sich die Wirkung auch ganz deutlich bei Anwendung von nur einem Daniell'schen Element zwischen *A* und *B*, und andrerseits war die Wirkung von zwei Bunsen'schen Elementen nur unbedeutend gröſser als von zwei Daniells. Das letztere kann seinen Grund darin finden, daſs bei eintretender elektrolytischer Gasentwicklung die entweichenden Theile der Gase sich der Kraft entziehen, welche sie in das Platin hineindrängt und daher weitere Verstärkung der elektromotorischen Kraft wohl die Wasserzersetzung vermehrt, aber nicht oder nur wenig die Eindrängung der Gase in das Platin steigert, wie ja auch bekannt ist, daſs die Polarisation der Platten, sobald es einmal bis zur Gasentwicklung gekommen ist, nur wenig höher gesteigert werden kann.

Wurden die Platten *B* und *C* für kurze Zeit leitend verbunden, nachdem *B* von *A* her mit Gas beladen war, so war unmittelbar nach Unterbrechnng dieser Leitung der Potentialunterschied zwischen beiden gleich Null, stieg dann aber wieder an nach derselben Seite, nach welcher er vor der leitenden Verbindung bestanden hatte, in ganz ähnlicher Weise, wie dies zu geschehen pflegt, wenn die beiden Platten durch einen direct durch sie geleiteten elektrischen Strom polarisirt worden sind.

Dieses Wiedererscheinen einer vorher bestandenen Polarisation habe ich schon früher dadurch zu erklären gesucht, daſs der depolarisirende Strom nur aus der ober-

flächlichsten Schicht des Platins die Gase wegnimmt, und später neue Gasvorräthe aus der Tiefe zur Oberfläche dringen. Dies geschieht also in derselben Weise, wenn der ganze Gasvorrath von der andern Seite hergekommen ist.

Versuche, welche Hr. Dr. Root mit einem passend abgeänderten Apparate anstellte über die Frage, ob freier Wasserstoff, der mit der abgewendeten Seite von *B* in Berührung war, während freier Sauersfoff an der abgewendenten Seite von *C* sich befand, die Platten durchdringe und auf der andern Seite polarisire, gaben keine hinreichend deutlichen Resultate. In diesen Fällen fehlt eben die elektrische Kraft, welche die positiven Wasserstoffmolekeln in das Platin hineinpreſst.

IV. *Untersuchung über die Wärmeerscheinungen in der galvanischen Säule und über die elektromotorischen Kräfte; von E. Edlund.*

§. 1.

1. Aus den experimentellen Versuchen, die angestellt worden sind, um die Wärmeerscheinungen in der galvanischen Säule und deren Leitungen kennen zu lernen, hat man den Schluſs gezogen, daſs die Wärmemenge, welche in Folge des Durchganges des Stromes durch die ganze Leitung (die Säule darin mitverstanden) während einer bestimmten Zeit entsteht, eben so groſs ist, wie die Wärmemenge, welche in der Säule selbst durch die chemischen Vorgänge während derselben Zeit hervorgerufen wird; wobei man jedoch vorausgesetzt hat, daſs der Strom keine äuſsere Arbeit verrichte, z. B. inducire, chemische

Zersetzungen bewirke u. dgl. m., und daſs unter den genannten Vorgängen nur die verstanden werden müssen, welche primär sind und mit der Strombildung in directer Verbindung stehen. Um im Folgenden diese beiden Wärmemengen von einander unterscheiden zu können, wollen wir diejenige, welche durch den Gang des Stromes durch die Leitung verursacht wird, die galvanische Wärme, und die Wärmemenge, die durch die chemischen Vorgänge in der Säule entsteht, die chemische Wärme nennen. Man hat dann aus den angestellten Versuchen den Schluſs gezogen, daſs unter der erwähnten Voraussetzung die chemische Wärmemenge der galvanischen an Gröſse gleich sey. Wenn die galvanische Wärmemenge gw genannt wird, so ist nach dem bekannten Gesetz von Joule $gw = Mi^2lt$, wo M eine Constante ist, und i die Stromstärke, l der Leitungswiderstand in der Säule und der Leitung zusammen, und t die Zeit, während welcher der Strom in Thätigkeit ist, bedeuten. Bezeichnet E die elektromotorische Kraft der Säule, so kann man also auch $gw = MEit$ schreiben, woraus man, in Folge des gezogenen Schlusses, $kw = MEit$ erhält, wenn kw die durch die primären chemischen Vorgänge in der Säule entwickelte Wärme bedeutet. Wenn n die Anzahl der chemischen Aequivalente bezeichnet, welche durch die Wirkung des Stromes an der positiven Polscheibe der Säule zersetzt werden, so ist nach dem elektrolytischen Gesetz $n = mit$, wo m eine Constante bedeutet, welche von der Beschaffenheit der elektrolytischen Flüssigkeit unabhängig ist. Man schlieſst hieraus, daſs $kw = \frac{Mn}{m} E$, und also für Ein Aequivalent $kw = \frac{M}{m} E$; woraus folgt, daſs die Wärmemenge, welche in der Säule von den primären chemischen Vorgängen erzeugt wird, während an der positiven Polscheibe ein Aequivalent zersetzt wird, ein Maaſs der elektromotorischen Kraft der Säule ist.

Wenn die galvanische Wärme wirklich eben so groſs wie die primäre chemische ist, so kann man folglich

gewissermaſsen sagen, daſs die ganze Wirksamkeit des Stroms nur darin besteht, daſs derselbe die chemische Wärme nach allen Theilen der geschlossenen Leitungsbahn herumführt und davon an jeder Stelle gerade so viel absetzt wie dem Widerstande an derselben Stelle entspricht, obgleich es allerdings sehr schwer ist sich einen klaren Begriff von dem wirklichen physikalischen Processe bei diesem Herumführen zu bilden. Wenn man durch ein directes Messen der in der Säule selbst entstandenen Wärmemenge finden würde, daſs diese Wärmemenge gröſser als die vom Durchgang des Stromes verursachte galvanische Wärmemenge wäre, oder mit anderen Worten, die Wärmemenge überstiege, die der Strom in einem metallischen Leiter von gleichem Widerstande mit dem der Säule hervorrufen würde, so müſste man annehmen, daſs dieser Wärmeüberschuſs sich von den secundären Processen, die in der Säule stattfinden mögen und mit der Strombildung nichts gemein haben, herleite. Auf diese Weise hat man auch solche Wärmeüberschüsse in den Fällen, wo sie beobachtet worden sind, zu erklären versucht. Ist eine chemische Zersetzungszelle oder ein Voltameter in der Stromleitung eingeschaltet, so daſs der Strom Gelegenheit hat, z. B. Wasser zwischen Platinpolen zu zersetzen, so kann, nach der nun dargestellten Betrachtungsweise, nicht alle primäre chemische Wärme, welche in der Säule entsteht, in galvanische Wärme übergehen, sondern ein Theil davon wird zu der mechanischen Arbeit, die zu Erzeugung der polarisations-elektromotorischen Kraft und der chemischen Zersetzung in der Zersetzungszelle erforderlich ist, verbraucht. Man kann sich vorstellen, daſs dies auf die Weise zugehe, daſs der zu dieser Arbeit nothwendige chemische Wärmevorrath durch den Strom aus der Säule in die Zersetzungszelle geführt wird, wo derselbe für den genannten Zweck angewandt wird. In der Zersetzungszelle kann folglich keine andere Wärmeveränderung entstehen als die, welche durch den Gang des Stromes durch die elektrolytische

Flüssigkeit verursacht wird. Die Wärmeerzeugung, welche man in der Zersetzungszelle erhält, muſs also derjenigen gleich seyn, die beim Gange des Stromes durch einen metallischen Leiter, dessen Widerstand dem der Flüssigkeit gleich ist, hervorgerufen wird. Da man nun beim directen Messen die in der Zersetzungszelle entstandene Wärmemenge gröſser als die galvanische gefunden, so hat man die Ursache davon in den secundären chemischen Processen, die dort stattfinden mögen und vom Strome unabhängig sind, gesucht.

2. Schon vor mehren Jahren habe ich eine andere Erklärung der fraglichen Wärmeerscheinungen gegeben [1]). Diese Erklärungsweise war in Kürze die folgende: Wenn der Strom keine äuſsere Arbeit verrichtet, besteht seine ganze Wirkung darin, daſs er Wärme in dem durchgegangenen Leiter hervorruft. Nachdem der Strom aufgehört hat, findet man von der Thätigkeit der Säule keine anderen Producte als die chemischen Veränderungen in der Säule und die Wärme, die theils in der Säule, theils in der äuſseren Leitung entstanden ist. Es ist aber einleuchtend, daſs diese Wärmemenge den chemischen Veränderungen aequivalent seyn muſs, daſs heiſst mit anderen Worten, daſs die erzeugte Wärmemenge gerade eben so groſs seyn muſs, wie die Wärmemenge, welche durch dieselben chemischen Veränderungen entstanden wäre, wenn kein Strom stattgefunden hätte; denn sonst hätte man ja entweder chemische Arbeit oder Wärme aus Nichts erhalten. Der Strom hat also im Ganzen gar keine Wärme erzeugt; seine totale Wärmeproduction ist gleich Null. Nun weiſs man aber, daſs der Strom, um den galvanischen Leitungswiderstand zu überwinden, eine gewisse mechanische Arbeit verrichtet, und diese Arbeit geht in Wärme über. Der Strom bringt also in der Leitung eine wirkliche Production von Wärme hervor. Weil aber die totale Wärmeproduction des Stromes gleich Null seyn

1) *Oefversigt af K. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar* 1869. — Pogg. Ann. Bd. 137, S. 474.

mufs, so kann dieses nur dadurch geschehen, dafs ein Verbrauch von Wärme an irgend einer Stelle in der Leitung stattfindet, und diese Stelle kann natürlich keine andere seyn als die, wo die elektromotorische Kraft ihren Sitz hat. Man kommt folglich zu dem Resultat, dafs die elektromotorische Kraft, um den Strom hervorzubringen, eine Wärmemenge verbraucht, die eben so grofs ist wie die galvanische Wärmemenge, die der Strom, um den galvanischen Leitungswiderstand zu überwinden, in der Leitung erzeugt. Der Wärmeverbrauch der elektromotorischen Kraft ist demnach gleich gw; doch folgt hieraus nicht, dafs dieser Verbrauch auch gleich kw sey, oder dafs gw und kw dieselbe Gröfse haben.

Wenn nur ein einziger Elektromotor in die geschlossene Leitung eingeschaltet ist, und dieselbe Bezeichnung wie vorher beibehalten wird, so hat man $gw = Mi^2 lt = MEit$. Im Elektromotor wird also in der Zeiteinheit eine Wärmemenge verbraucht, welche dem Producte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke proportional ist. Während der Auflösung eines Aequivalents Zink wird also die ganze vom Elektromotor verbrauchte Wärmemenge $gw = \frac{M}{m} E$. Diefs gilt, wie man auch l verändern mag, d. h. wie auch die Stromstärke vermehrt oder vermindert wird. Sind zwei Elektromotoren E und E' in derselben Richtung thätig, so mufs in der Zeiteinheit die ganze Wärmeconsumption in beiden zusammen $M(E+E')i_{,}$ werden, wenn $i_{,}$ die entstandene Stromstärke bezeichnet. Hieraus wird deutlich $MEi_{,}$ im ersteren und $ME'i_{,}$ im letzteren verbraucht. Wenn E gröfser als E' ist und der eine Elektromotor in entgegengesetzter Richtung gegen den andern wirkt, so wird die ganze verbrauchte Wärmemenge $M(E-E')i_{,,}$, wenn $i_{,,}$ die Stromstärke bezeichnet. Im ersteren Elektromotor wird nun die Wärmemenge $MEi_{,}$ verbraucht, diese ist aber gröfser als die ganze Wärmemenge, welche der Strom in Folge des galvanischen Leitungswiderstandes erzeugt. In dem anderen Elektromotor

mufs deswegen eine Wärmemenge erzeugt werden, die mit $ME'i_{\prime\prime}$ gleich ist. Folglich wenn der Strom in derselben Richtung, in welcher die elektromotorische Kraft wirkt, den Elektromotor durchläuft, wird eine Wärmemenge verbraucht, die dem Producte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke proportional ist; geht aber der Strom in entgegengesetzter Richtung, so wird statt dessen eine eben so grofse Wärmemenge erzeugt[1]).

Man sieht hieraus, dafs diese beiden Betrachtungsarten in einer Hinsicht mit einander übereinstimmen, nämlich darin, dafs die Wärmesumme, die der Strom im Ganzen erzeugt, gleich Null ist; aber in dem einen Falle wird die Wärme, welche die chemischen Processe in der Säule hervorbringen, nach den verschiedenen Theilen der Leitung herumgeführt, im andern Falle dagegen wird Wärme vom Strom überall in der Leitung wirklich erzeugt; jedoch ist diese ganze erzeugte Wärmemenge derjenigen gleich, welche die elektromotorische Kraft verbraucht. In anderen Hinsichten führen die beiden Betrachtungsweisen zu verschiedenen Resultaten: so ist z. B. nach der einen Betrachtungsweise die primäre chemische Wärmemenge der galvanischen Wärmemenge gleich, weshalb auch die erstere ein Maafs der elektromotorischen Kraft abgiebt; nach der andern dagegen können die beiden genannten Wärmemengen verschieden seyn, und in Folge dessen kann die primäre chemische Wärmemenge nicht als Maafs für die elektromotorische Kraft dienen u. s. w.

Um zu bestimmen, welche dieser beiden Betrachtungsweisen am besten mit der Erfahrung übereinstimme, wollen wir im Folgenden die experimentellen Versuche näher betrachten, welche angestellt worden sind, um die Wärmeerscheinungen der Säule und des Stromes zu erforschen. Der Kürze wegen wollen wir dabei die zuerst angeführte

1) Die unitarische Ansicht über die Natur der Elektricität führt unmittelbar zu demselben Resultat. Siehe *„Théorie des phénomènes électriques“*, *p.* 45. *K. Vetenskaps Aks. Handl. Bd.* 12, *No.* 8. Auch bei J. A. Brockhaus in Leipzig.

Betrachtungsweise No. 1 und die von mir aufgestellte No. 2 nennen.

3. Favre hat durch directe Versuche die Frage zu beantworten gesucht, ob die galvanische Wärmemenge, die in der Leitung entsteht, ganz einfach aus derjenigen Wärme entnommen werde, welche die chemischen Processe erzeugen [1]). Er bediente sich hierzu eines Quecksilber-Calorimeters mit zwei dicht an einander liegenden Muffeln von derselben Beschaffenheit wie das Calorimeter, welches Favre und Silbermann vorher bei ihren Bestimmungen der Wärmeentwickelung bei chemischen Processen angewandt haben. Die Säule, deren er sich bediente, bestand aus einer Glasröhre, mit schwefelsäurehaltigem Wasser gefüllt, worin die beiden Polplatten, amalgamirtes Zink und platinirtes Kupfer hineingestellt waren (Smee's Säule). Die Säule wurde mit einem feinen Platindraht, welcher bei den verschiedenen Versuchen von ungleicher Länge und Dicke war, geschlossen. Das in der Säule entwickelte Wasserstoffgas wurde aufgefangen und gemessen. Der Versuch wurde erst auf die Weise gemacht, daſs die Säule in die eine und der Platindraht in die andere Muffel eingeschlossen wurde, wobei bemerkt werden muſs, daſs die Kupferdrähte, welche die Polplatten mit den Enden des Platindrahtes verbanden und welche sich auſserhalb des Calorimeters befanden, so dick waren, daſs in ihnen keine merkbare Wärmeentwickelung stattfinden konnte. Als der Versuch auf diese Weise angeordnet war, gab das Calorimeter also die ganze Wärmesumme an, die in der Säule und der ganzen Leitung zusammen entwickelt wurde, während der Strom in Thätigkeit war; und da man zugleich die Menge des entwickelten Wasserstoffgases kannte, so war es leicht zu berechnen, wie groſs die Wärmesumme geworden wäre, wenn man den Versuch so lange fortgesetzt hätte, daſs ein Aequivalent Zink in der Säule aufgelöst worden wäre. Darauf wurde der Versuch so verändert, daſs der Platindraht auſserhalb des Calorimeters gelassen

1) *Annales de chimie et de physique* (2) *T.* 40, *p.* 293 (1854).

wurde, in Folge dessen die galvanische Wärme, welche im Drahte entstand, nicht auf das Calorimeter einwirkte. Der Unterschied zwischen den Angaben des Calorimeters in beiden Fällen war folglich gleich der galvanischen Wärme, die im Platindrahte entwickelt wurde. Die Resultate der verschiedenen Versuche sieht man aus der folgenden Tabelle. In der Columne *a* ist die Länge des Drahtes, in *b* der Ausschlag des Calorimeters in Wärmeeinheiten (mit dem Gramm zur Gewichtseinheit genommen), als sowohl die Säule wie der Platindraht in das Calorimeter eingeschlossen waren, in *c* der entsprechende Ausschlag, wenn der Platindraht sich aufserhalb des Calorimeters befand, in *b*—*c* der Unterschied zwischen diesen beiden Ausschlägen, oder die galvanische Wärme, die im Drahte entwickelt wurde, und in *gw* die daraus durch Berechnung erhaltene galvanische Wärmemenge in der Säule und in dem Platindrahte zusammen angegeben.

Der Durchmesser des Drahtes = 0,265 Millimeter.

a	*b*	*c*	*b* — *c*	*gw*
Millimeter				
25	18092	13127	4965	9652
50	18247	11690	6557	
100	18185	10439	7746	10820
200	18022	8992	9030	

Bei einer andern Versuchsreihe, wobei ein dünnerer Platindraht angewandt wurde, erhielt man:

Der Durchmesser des Drahts = 0,175 Millimeter.

a	*b*	*c*	*b* — *c*	*gw*
Millimeter				
50	18082	9955	8127	12040
„	18173	10101	8072	
100	18066	8381	9685	
Mittel	18124			10837

Wie man hieraus ersieht, wächst der Werth von *gw*, je nachdem der Widerstand gröfser und also die Stromstärke geringer wird.

Nach Favre und Silbermann werden entwickelt:
bei der Vereinigung eines Aequivalents Zink (33 Gr.) mit

Sauerstoff	42451	Wärmeeinheiten
bei der Vereinigung des Oxyds mit Schwefelsäure	10455	„
wogegen verbraucht werden bei der Zersetzung eines Aequiv. Wasser	34462	„
	Summe 18444	Wärmeeinheiten.

Das Mittel 18124 aus den in den mitgetheilten Versuchen gefundenen Zahlen weicht nur um etwa 300 Wärmeeinheiten von der letztgenannten Summe ab, weshalb man beide als gleich grofs betrachten kann. Aber diese Gleichheit mufs nach den beiden Betrachtungsweisen No. 1 und No. 2 stattfinden, und somit erhält man keine Anleitung zu beurtheilen, auf welche Art und Weise der galvanische Strom entsteht. Welche von den beiden Betrachtungsarten No. 1 oder No. 2 man für die richtige annehmen mag, so kommt man in dieser Hinsicht zu demselben Resultat. Die Berechnung der galvanischen Wärmemenge, welche vom Strome in der ganzen Leitung entwickelt wird (eine Berechnung, welche von Favre bei diesen Versuchen nicht ausgeführt worden), zeigt, dafs diese Wärmemenge, im Durchschnitt 10837 Wärmeeinheiten, nicht viel mehr als die Hälfte von der chemischen ausmacht.

Der Umstand, dafs, wie die obenstehenden Versuche ergeben, die galvanische Wärmemenge gw, welche der Strom in der ganzen Leitung entwickelt, zunimmt, wenn der Widerstand vergröfsert und die Stromstärke also vermindert wird, werden durch Favre's letzteren Versuchen mit der Smee'schen Säule bestätigt[1]). Bei einem dieser Versuche, bei welchem die Länge des Platindrahts von 7000 bis zu 250 Millimeter verkürzt wurde, nahm die galvanische Wärme von 18018 bis auf 14424 Wärmeeinheiten ab. Die chemische Wärme für ein Aequivalent Zink fand er etwas gröfser als vorher, nämlich 19834 Wärmeeinheiten.

1) *Compt. rend. T.* 47, *p.* 599 (1858) und *T.* 67, *p.* 1012 (1868).

Während die chemische Wärme, wie man im Voraus weiſs, constant und von dem eingeschalteten Widerstande unabhängig ist, nahm dagegen, wenn der Widerstand vermindert und folglich die Stromstärke vergröſsert wurde, die galvanische Wärme ab. Die chemische Wärme war jedoch bei allen diesen Versuchen gröſser als die galvanische.

Letzteres war dagegen nicht der Fall in den folgenden Versuchen, bei welchen der interessante Umstand stattfand, daſs die galvanische Wärme gröſser als die chemische war. Es zeigte sich nämlich in der Säule ein wirklicher Verbrauch von Wärme, so daſs deren Temperatur beim Durchgang des Stromes fiel, statt zu steigen[1]). Die eine Polscheibe der angewandten Säule bestand aus Platin, die andere aus Zink oder Kadmium, und beide waren in Chlorwasserstoffsäure eingetaucht. Die geschlossene Säule wurde erst ohne äuſseren Widerstand in das Calorimeter eingesetzt, wodurch man ein Maaſs der ganzen chemischen Wärme erhielt. Darauf wurde die Säule mit einem groſsen, äuſseren Widerstande versehen und dann in das Calorimeter eingeschlossen, doch so daſs der Widerstand auſserhalb desselben gelassen wurde. Die chemische Wärme für die Kadmium-Platin-Säule machte 7968 und für die Zink-Platin-Säule 15899 Wärmeeinheiten aus. Als der Widerstand dagegen auſserhalb des Calorimeters gelassen wurde, wurde in der Kadmium-Platin-Säule eine Abkühlung von 1288 und in der Zink-Platin-Säule eine von 1051 Wärmeeinheiten beobachtet.

Favre[2]) hat auch mit Hülfe des Quecksilber-Calorimeters bestimmt, wieviel chemische und galvanische Wärme in einigen Säulen anderer Construction während der Auflösung eines Aequivalents Zink freigemacht wird[3]).

1) *Compt. rend. T.* 68, *p.* 1300 (1869).

2) *Compt. rend. T.* 69, *p.* 34.

3) Die hiebei angewandte Beobachtungsmethode war folgende: Die Säule, welche untersucht werden sollte, wurde in die eine Muffel des Calorimeters eingeschlossen. Weil man den Fortgang der chemischen Processe durch Messen des Wasserstoffgases, welches in der

Wir nehmen hier nur die Zahlenwerthe in Betracht, welche Favre für die Säulen von Daniell und Grove erhielt. Wenn kw alle chemische und gw alle galvanische Wärme bedeutet, so erhielt er: Für die Daniell'sche Säule $kw = 25060$; $gw = 23993$, und also $kw - gw = 1067$ Wärmeeinheiten.

Für die Grove'sche Säule: $kw = 41490$; $gw = 46447$,

Smee'schen Säule entwickelt wurde, mit grofser Genauigkeit bestimmen konnte, so wurde auch eine solche Säule in das Calorimeter eingesetzt und mit der zu untersuchenden Säule in Verbindung gebracht, so dafs der Strom durch beide lief. Der Rheostat, welcher die beiden Pole verband, war auch in das Calorimeter eingeschlossen. Auf diese Weise gab das Calorimeter die entwickelte chemische Wärmemenge der beiden Säulen an. Man beobachtete nun die Wärmemenge, welche das Calorimeter ergab, während dafs ein halbes Aequivalent Wasserstoffgas in der Smee'schen Säule entwickelt wurde, d. h. während dafs die chemischen Processe in den beiden Säulen zusammen einem Aequivalent entsprachen. Als Daniell's und Smee's Säule in das Calorimeter eingesetzt waren, erhielt man auf diese Weise 22447 Wärmeeinheiten. Die chemische Wärmemenge für ein Aequivalent Wasserstoffgas in der angewandten Smee'schen Säule ward durch eine besondere Untersuchung zu 19834 Wärmeeinheiten, also für $\frac{1}{2}$ Aequivalent zu 9917 Wärmeeinheiten bestimmt. Wenn die chemische, einem Aequivalent entsprechende, Wärmemenge für die Daniell'sche Säule x genannt wird, hat man folglich:

$$\frac{x}{2} + 9917 = 22447, \text{ woraus } x = 25060.$$

Darauf wurde ein neuer Versuch gemacht, wobei die Smee'sche Säule und der Rheostatenwiderstand aus dem Calorimeter genommen wurden, so dafs die Daniell'sche Säule allein im Calorimeter zurückblieb. Der äufsere Widerstand war so grofs, dafs die vom Strome in Folge des Widerstandes in der Säule selbst verursachte Erwärmung vernachlässigt werden konnte. Das Calorimeter gab nun bei dieser Anordnung den Unterschied zwischen der chemischen und der galvanischen Wärme oder $gk - gw$ an. Während ein Aequivalent Wasserstoff in der Smee'schen Säule entwickelt wurde, erhielt man auf diese Art $gk - gw = 1067$ Wärmeeinheiten. Wenn diese Zahl von 25060 subtrahirt wird, so erhält man 23993, welche Zahl die galvanische Wärme der Daniell'schen Säule bezeichnet. Favre verfuhr auf dieselbe Weise, als er die anderen Säulen untersuchte.

und also $kw - gw = - 4957$ Wärmeeinheiten. In der Daniell'schen Säule ist die Wärme also nur ungefähr 1000 Einheiten gröfser als die galvanische. In der Grove'schen Säule dagegen ist die galvanische Wärme gröfser als die chemische. Wenn folglich diese Säule mit einem Leitungsdraht von grofsem Widerstande geschlossen wird, so wird die Säule selbst unter dem Fortgange des Stromes abgekühlt, während der Leitungsdraht sich erwärmt.

Es mag hinzugefügt werden, dafs auch Raoult durch directe Versuche die galvanische Wärme der Daniell'schen Säule bestimmt hat, und dabei gefunden, dafs dieselbe 23900 Wärmeeinheiten ausmacht, welches genau mit dem Resultat des Herrn Favre übereinstimmt[1]).

Wenn der Unterschied, welcher sich fast immer zwischen der chemischen und der galvanischen Wärmemenge vorfindet, von den secundären chemischen Processen, die in der Säule stattfinden können, verursacht wird, so mufs man zufolge des Obengesagten annehmen, dafs diese secundäre Processe in einigen Säulen eine Wärmeproduction, in andern dagegen einen Verbrauch der Wärme hervorbringen. Favre meinte zuerst, die galvanische Wärmemenge sey ebenso grofs wie die chemische[2]). Später theilte er die schon von Andern ausgesprochene Ansicht, dafs die Ursache des in Rede stehenden Unterschiedes in der Smee'schen Säule darin liege, dafs das Wasserstoffgas an der negativen Platinscheibe im activen Zustande oder *in status nascenti* abgesondert werde. Da später das Wasserstoffgas die Platinscheibe verläfst und die Flüssigkeit nach oben durchstreicht, geht es in seinen gewöhnlichen Zustand über, wobei Wärme freigemacht wird, welche wohl die Flüssigkeit erwärmt, aber nicht der elektromotorischen Kraft zu Gute kommt[3]) Aber das unerwartete Verhältnifs, welches die Kadmium-Platin- und Zink-Platin-Säulen, mit Salz-

1) *Annales de chimie et de ph.* (4) *T.* 4, *p.* 392 (1865).
2) *Annales de chimie et de ph.* (3) *T.* 40 (1854).
3) *Compt. rend. T.* 67, *p.* 1012 (1868). Vergleiche hiermit Bosscha's Untersuchung in Pogg. Ann. Bd. 103 (1858).

säure geladen, zeigen, überzeugten ihn schliefslich, dafs auch diese Erklärung nicht die richtige seyn könne[1]).

Um den mehrmals genannten Unterschied in der gewöhnlichen Smee'schen Säule zu erklären, mufs man also annehmen, dafs Wärme bei dem Uebergange des Wasserstoffes aus dem activen in den gewöhnlichen Zustand entwickelt werde, und dafs diese Wärme nur die Flüssigkeit in der Säule erwärme, ohne auf die elektromotorische Kraft einzuwirken. In den beiden letztgenannten Säulen, mit Salzsäure als Flüssigkeit, scheidet sich auch Wasserstoff *in status nascenti* auf die negative Platinscheibe aus, aber hier mufs man, um den in Frage stehenden Unterschied zu erklären, annehmen, dafs Kälte erzeugt werde, wenn das Wasserstoffgas aus dem obengenannten Zustande in den gewöhnlichen übergeht, — eine Annahme, die mit dem vorigen im Widerspruch steht. Favre schreibt deshalb diese Thatsache anderen secundären chemischen Processen zu, welche in der Säule vorkommen können, aber er giebt nicht an, worin diese andern Processe bestehen sollen. Dafs die galvanische Wärme, welche vom Strome in der Smee'schen Säule entwickelt wird, mit dem eingeschalteten Widerstand wächst, hat Favre durch die Annahme zu erklären versucht, dafs das Verhältnifs zwischen den primären und secundären Processen der Gröfse nach von der Stromstärke abhängig ist.

Aus dem Obengesagten geht ohne Zweifel hervor, dafs es sehr schwierig ist, die Vorstellungsweise No. 1 zur Erklärung der Wärmeerscheinungen, die in der galvanischen Säule und deren Leitungen vor sich gehen, anzuwenden. Wenn man auch keine Rücksicht darauf nimmt, dafs es durchaus nicht leicht zu verstehen ist, auf welche Weise die Wärme von der Säule nach den verschiedenen Leitungen aufserhalb derselben transportirt wird, kann dennoch mit Recht bemerkt werden, dafs man den Unterschied zwischeu der chemischen und der galvanischen Wärmemenge aus Ursachen, deren Daseyn man nicht mit

1) *Compt. rend. T.* 68, *p.* 1300 (1869).

Bestimmtheit beweisen kann, und deren Wirkungen noch weniger quantitativ bestimmt sind, herzuleiten gesucht hat. Es scheint mir, daſs eine solche Erklärungsweise in wissenschaftlicher Hinsicht nicht gut geheiſsen werden kann. Anders gestaltet sich die Frage, wenn man die Vorstellungsweise No. 2 anwendet. Die Annahme, daſs die elektromotorische Kraft, um die Arbeit des Stromes zu erzeugen, eine gewisse Quantität lebendiger Kraft oder Wärme verbraucht, ist vollkommen berechtigt, weil es auch für Kräfte anderer Natur als die elektromotorischen gilt. Daſs der Wärmeverbrauch der elektromotorischen Kraft ebenso groſs wie die Wärmeproduction des Stromes seyn muſs, versteht sich von selbst; doch ist es durchaus nicht nothwendig, daſs dieser Wärmeverbrauch ebenso groſs sey wie die Wärmemenge, welche von den chemischen Processen in der Säule erzeugt wird.

Mit Anwendung der Vorstellungsweise No. 2 zeigen die im Vorhergehenden angeführten Versuche, daſs der Wärmeverbrauch, welchen die elektromotorische Kraft in der Zink-Platin- und Kadmium-Platin-Säule mit Chlorwasserstoffsäure als elektrolytische Flüssigkeit verursacht, gröſser ist als die Wärmeproduction, welche die in diesen Säulen stattfindenden chemischen Processe hervorbringen, daſs aber das Verhältniſs in der Smee'schen Säule umgekehrt ist. Es ist leicht zu verstehen, daſs der Wärmeverbrauch und folglich auch die galvanische Wärmemenge in der ganzen Leitung in der Smee'schen Säule abnehmen muſs, wenn der äuſsere Widerstand abnimmt. Die negative Platinscheibe in dieser Säule ist von Wasserstoff polarisirt, und wenn es von so schwachen Strömen, wie denjenigen, welche bei diesen Versuchen vorkommen, die Rede ist, so wächst die Polarisation mit der Stromstärke. Wenn der äuſsere Widerstand klein ist, muſs deshalb die polarisations-elektromotorische Kraft relativ groſs seyn, und folglich die totale elektromotorische Kraft der Säule gering werden. Es ist also einleuchtend, daſs der Wärmever-

brauch dieser Kraft und somit auch die vom Strome entwickelte galvanische Wärme mit dem Widerstande abnehmen muſs. Man hat also nicht nöthig, seine Zuflucht zu unbekannten Ursachen zu nehmen, um die durch die angestellten Versuche erhaltenden Resultate zu erklären.

4. Um unzweifelhaft zu bestimmen, welche der beiden angeführten Vorstellungsarten No. 1 oder No. 2 den Vorzug verdiene, erhält man die beste Anleitung durch die Versuche, die angestellt worden sind, um die Wärmeerscheinungen in einer chemischen Zersetzungszelle oder Voltameter zu messen. In dieser Hinsicht hat Raoult theils schwefelsaures Wasser, theils eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd als elektrolytische Flüssigkeit angewandt, und dabei mit Hülfe eines Quecksilber-Calorimeters die Wärmemenge gemessen, die in der Zersetzungszelle über diejenige Wärmemenge hinaus entsteht, welche der Durgang des Stromes in Folge des Widerstandes dort verursacht[1]). Wenn die ganze Wärmeentwickelung im Voltameter W genannt wird, und die Wärme, welche der Durchgang des Stromes in Folge des Widerstandes verursacht, oder die galvanische Wärme wie vorher gw genannt wird, so wurde also $W - gw$ gemessen. Dieser Wärmeunterschied, welchen Raoult die lokale Wärme nennt, mag im Folgenden mit L bezeichnet werden. Durch besondere Versuche maaſs Raoult auſserdem noch die polarisations-elektromotorische Kraft, die im Voltameter während des Durchganges des Stromes entstand. Diese elektromotorische Kraft mag mit e und die elektromotorische Kraft eines Elements der Daniell'schen Säule mit d bezeichnet werden. Die Kette, welche angewandt wurde, bestand bei den verschiedenen Versuchen aus 2 bis 12 Daniell'schen Elementen. Die unten unter L angeführten Zahlen bezeichnen die Anzahl Wärmeeinheiten, die während der Auflösung von einem Aequivalent Wasserstoff oder Kupfer im Voltameter entwickelt wurden. Da es übrigens nicht

1) *Annales de chimie et de ph.* (4) *T.* 4, *p.* 411. Siehe auch *T.* 2, *p.* 317.

nothwendig seyn kann, die Anordnungen bei den Versuchen näher zu beschreiben, mag hier nur hinzugefügt werden, dafs bei der Zersetzung des schwefelsauren Wassers die beiden Pole im Voltameter in den ersten beiden Versuchen (*A* und *B*) aus Platindrähten bestanden, dagegen bei dem dritten Versuche (*C*) nur der positive Pol aus Platin bestand, wogegen der negative aus einem dicken Kupferdraht gebildet wurde. Bei allen drei Versuchen mit der Kupferlösung bestand der positive Pol aus einem dicken Drahte von Platin und der negative aus einem solchen von Kupfer. Wie leicht zu ersehen ist, war nur das Voltameter in dem Calorimeter eingeschlossen und die Säulen standen aufserhalb desselben.

Die erhaltenen Resultate waren folgende:

Bei der Zersetzung des Wassers

	$\frac{e}{d}$	L
A	2,04	+ 14898
B	1,75	+ 7596
C	2,16	+ 17626

Bei der Zersetzung des schwefelsauren Kupferoxyds

A	1,59	+ 7594
B	1,58	+ 7997
C	1,36	+ 2821.

Wie man hieraus ersieht, entsteht in beiden Fällen eine bedeutend gröfsere Quantität Wärme als die galvanische, welche im Voltameter vom Durchgange des Stromes verursacht wird; und dies geschieht ungeachtet man in Folge der chemischen Zersetzung der Flüssigkeit vermuthen könnte, dafs das Resultat eine Abkühlung seyn würde.

Raoult ist der Ansicht, dafs die Ursache zur Erwärmung in diesem Falle darin zu suchen sey, dafs im Voltameter secundäre chemische Processe vorkommen, welche mit dem Strome nichts zu thun haben. Nach seiner Vermuthung sind die Bestandtheile der Elektrolyte, welche die Elektroden bekleiden und die Polarisation verursachen,

leicht zersetzbar und verursachen bei ihrer Zersetzung eine Wärmeproduction, auf dieselbe Weise, wie es sich mit dem Wasserstoffsuperoxyd verhält. Die Zersetzung dieser Producte soll erst dann geschehen, nachdem sie die die Elektroden verlassen und durch die Flüssigkeit aufzusteigen beginnen; in Folge dessen wird diese davon erwärmt, ohne daſs der Strom irgend welchen Einfluſs davon erleidet. Meiner Ansicht nach ist diese Erklärungsweise wenig befriedigend. Dagegen wird die Wärmeproduction in diesem Falle eine Nothwendigkeit, wenn man von der Vorstellungsweise No. 2 ausgeht.

Wenn ein Strom einen Elektromotor in derselben Richtung, wie dessen elektromotorische Kraft es fordert, durchläuft, so wird nach dieser Vorstellungsweise eine Wärmemenge verbraucht, die der elektromotorischen Kraft, multiplicirt mit der Stromstärke, proportional ist; geht aber der Strom in entgegengesetzter Richtung, so wird eine ebenso groſse Wärmemenge erzeugt. Wenn man also den Strom während so langer Zeit den Elektromotor durchlaufen läſst, daſs ein Aequivalent des Elektrolytes zersetzt wird, so werden die verbrauchten oder erzeugten Wärmemengen der elektromotorischen Kraft proportional. Folglich entsteht im Voltameter eine Wärmequelle, weil die polarisations-elektromotorische Kraft in entgegengesetzter Richtung gegen den durchgehenden Strom wirkt. In dem Vorhergehenden ist erwähnt, daſs die galvanische Wärmeentwickelung in einer geschlossenen Daniell'schen Säule, während daſs ein Aequivalent Kupfer aufgelöst wird, 23900 Wärmeeinheiten ausmacht, und eben so viel Wärme muſs nach No. 2 während derselben Zeit von der elektromotorischen Kraft der Säule verbraucht werden. Mit Hülfe dieser Angabe ist es leicht die Gröſse der erwähnten Wärmequelle bei den verschiedenen, von Raoult angestellten Versuchen zu berechnen: man braucht nämlich nur $\frac{e}{d}$ mit der letztgenannten Zahl zu multipliciren. Auſserdem wird aber Wärme durch die chemische Zersetzung

in dem Voltameter consumirt. Nach Favre und Silbermann werden für jedes Aequivalent bei der Zersetzung des Wassers 34462 und bei der Zersetzung des erwähnten Kupfersalzes 29605 Wärmeeinheiten verbraucht (Raoult). Wenn man von der Wärmemenge, die die elektromotorische Gegenkraft hervorbringt, die letztgenannten, durch die Zersetzung verbrauchten Wärmemengen subtrahirt, so erhält man wirklich, wie die folgende Tabelle zeigt, die von Raoult beobachteten Werthe der Wärmeüberschüsse L.

Bei der Zersetzung des Wassers.

			L
A	$(2{,}04 \times 23900)$	$48756 - 34462 =$	$+ 14294$
B	„ „	$41825 - 34462 =$	$+ 7363$
C	„ „	$51624 - 34462 =$	$+ 17162.$

Bei der Zersetzung des schwefelsauren Kupferoxyds

A	$(1{,}59 \times 23900)$	$38001 - 29605 =$	$+ 8396$
B	„ „	$37762 - 29605 =$	$+ 8157$
C	„ „	$32504 - 29605 =$	$+ 2899.$

Die berechneten Zahlen unterscheiden sich in der That mehr von den beobachteten, als daſs man den Unterschied aus den bei Versuchen dieser Art vorkommenden unvermeidlichen Beobachtungsfehlern erklären kann. Hieraus geht hervor, daſs man zur Erklärung der Wärmeerscheinungen, welche in dem Voltameter auftreten, durchaus nicht seine Zuflucht zu den secundären chemischen Processen, die darin stattfinden können, und die ihrer Beschaffenheit und Gröſse nach mehr oder minder unbekannt sind, zu nehmen braucht [1]). Die theoretische An-

1) Um zu zeigen, daſs das Auftreten der secundären chemischen Processe zur Erzeugung der Wärme in diesem Falle nothwendig sey, macht Raoult einen Schluſs, den man auf folgende Art wiedergeben könnte. Wenn man das Voltameter in die Leitung einschaltet, wird dadurch die elektromotorische Kraft der Kette um e vermindert, und die ganze Leitung wird dadurch einer Wärmemenge beraubt, die $23900 \times \frac{e}{d}$ Wärmeeinheiten gleich ist. Diese Wärmemenge wird zum Hervorbringen der chemischen Zersetzung im Volta-

sicht, die oben unter No. 2 dargestellt ist, reicht vollkommen zur Erklärung dieser Erscheinungen hin.

5. Favre hat einige Versuche über die Wärmeentwickelung in dem Voltameter angestellt, die vollkommen das hier Angeführte bestätigen[1]. In einem Quecksilber-Calorimeter No. 1, mit sieben Muffeln versehen, wurden in die fünf ersten Muffeln fünf gleiche Smee'sche Elemente und in die sechste Muffel ein aus einem Platindrahte bestehender Rheostat mit so großsem Widerstande, daſs der Widerstand der übrigen Theile der Leitung im Vergleich damit fast vernachlässigt werden konnte, eingeschlossen. Bei der Auflösung eines Aequivalents Zink in jedem Elemente zeigte das Calorimeter die in den fünf Elementen entwickelte chemische Wärmemenge k an. Darnach wiederholte man denselben Versuch, nur mit dem Unterschied, daſs ein Voltameter in die siebente Muffel eingeschlossen wurde. Hierbei erhielt man die Wärmemenge $k - a$, wobei a, wie gleich gezeigt werden soll, die Wärmemenge, welche bei der chemischen Zersetzung des Elektrolyten im Voltameter verbraucht wurde, bezeichnet. Auf diese Weise fand Favre als Aequivalent für die chemische Zersetzung des Wassers 34204 und für die Zersetzung des schwefelsauren Kupferoxyds 26568 Wärmeeinheiten.

Darauf wurden folgende Versuche angestellt: Das Voltameter wurde aus dem Calorimeter No. 1 genommen und statt dessen in ein anderes Calorimeter No. 2 eingesetzt, während die Kette und der Rheostat in No. 1 zurückblieben. Man fand nun, daſs der Calorimeter No. 1 bei der Elektrolyse des Wassers 54235 Wärmeeinheiten weniger als bei dem ersten Versuche angab, das heiſst als die Kette und der Rheostat noch in No. 1 einge-

meter angewandt. Da aber die Wärmemenge, die hierzu verbraucht wird, geringer als die vorhergenannte ist, so muſs der Unterschied durch das Auftreten der secundären chemischen Processe ersetzt werden.

1) *Compt. rend. T.* 66, *p.* 252. Pogg. Ann. Bd. 135, S. 300 (1868).

schlossen waren, und kein Voltameter in die Leitung eingeschaltet war. Wenn das Voltameter die Kupferlösung enthielt, wurden 38530 Wärmeeinheiten weniger als beim ersten Versuche in demselben Calorimeter erhalten. Das Calorimeter No. 2 gab im ersteren Falle eine Erwärmung von 20335 und im letzteren eine von 12445 Wärmeeinheiten an.

Favre fragt hierbei: Was kann die Ursache davon seyn, daſs man die bedeutende Wärmemenge, welche in der Kette verschwunden ist, in dem Calorimeter No. 2 wiederfindet? Diese Ursache kann, setzt er fort, sich nicht von dem physischen Widerstande des Voltameters herleiten; denn dieser ist so gering, daſs er im Vergleich mit dem des Rheostats fast vernachlässigt werden kann. Nach seiner Ansicht hat man die Ursache darin zu suchen, daſs die Körper (Sauerstoff, Wasserstoff etc.), welche an den chemischen Processen Theil nehmen, sich bald *in statu nascenti* und bald im gewöhnlichen Zustande befinden. Diese Erklärung scheint mir völlig unbefriedigend zu seyn. Wenn man auch annimmt, daſs solche secundären chemischen Processe im Voltameter stattfinden, so können diese zwar eine Erwärmung des Voltamers verursachen, aber sie können unmöglich den groſsen Wärmeverlust, welcher in der Kette und im Rheostat stattfinden, erklären.

Wir wollen nun auf Favres Versuch die theoretische Vorstellungsweise No. 2 anwenden. Wir bezeichnen dabei die elektromotorische Kraft der Kette mit E, und die polarisations-elektromotorische Kraft im Voltameter mit e, und nehmen an, daſs man den Widerstand im Voltameter mit dem Widerstand der Kette und des Rheostats zusammen vernachlässigen kann.

a) Das Calorimeter No. 1, *die Kette und den Rheostat einschlieſsend, ohne Voltameter.*

Während in jedem Element ein Aequivalent Zink aufgelöst wird, entwickeln die chemischen Processe eine Wärmemenge, welche wir k nennen wollen. Die elektromo-

torische Kraft der Kette verbraucht dabei eine Wärmemenge, welche mit $23900 \frac{E}{d}$ gleich ist, worin d wie vorher die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elements bedeutet. Die in der Kette und dem Rheostat erzeugte galvanische Wärmemenge ist $gw = \frac{M}{m} E$. Für das Daniell'sche Element hat man $23900 = \frac{M}{m} d$, woraus man $gw = 23900 \frac{E}{d}$ erhält. Legt man die Wirkung dieser drei Wärmequellen zusammen, so erhält man die chemische Wärmemenge k, die allein in diesem Falle den Ausschlag des Calorimeters bestimmt.

b) *Das Calorimeter No. 1, die Kette, den Rheostat und das Voltameter einschliefsend.*

Die Wärmemenge, welche zur chemischen Zersetzung im Voltameter verbraucht wird, mag a genannt werden. Die ganze chemische Wärmemenge ist nun also $k - a$. In der Kette wird die Wärmemenge $23900 \frac{E}{d}$ verbraucht, im Voltameter aber eine Wärmemenge $23900 \frac{e}{d}$ erzeugt, weil die polarisations-elektromotorische Kraft in entgegengesetzter Richtung gegen den Strom wirkt. Die in der Leitung entwickelte galvanische Wärmemenge ist gleich $\frac{E-e}{d} \times 23900$. Legt man die Wirkung aller dieser Wärmequellen zusammen, so erhält man die Summe $k - a$, welche das Calorimeter in diesem Falle angiebt.

c) *Das Calorimeter No. 1, die Kette und den Rheostat und das Calorimeter No. 2 das Voltameter enthaltend.*

In No. 1 wird eine chemische Wärmemenge $= k$ entwickelt, aber während derselben Zeit wird von der elektromotorischen Kraft eine Wärmemenge $= 23900 \frac{E}{d}$ verbraucht. Weil man annehmen kann, dafs der ganze Widerstand in No. 1 eingeschlossen ist, so wird dort eine galvanische Wärmemenge $= \frac{E-e}{d} \times 23900$ entwickelt. Die Summe der Wir-

kungen dieser drei Wärmequellen wird $k = 23900 \frac{e}{d}$. Vergleicht man diese Wärmemenge mit der, welche man im ersten Fall *a*) erhielt, so zeigt sich, dafs das Calorimeter No. 1 dadurch, dafs das Voltameter eingeschaltet wurde, ohne seine Wärme an dasselbe Calorimeter abgeben zu können, einen Wärmeverlust $= 23900 \frac{e}{d}$ erlitten hat.

In No. 2 entsteht dadurch eine Wärmequelle, dafs die polarisations-elektromotorische Kraft in entgegengesetzter Richtung gegen den Strom wirkt. Diese Wärmeproduction ist gleich $23900 \frac{e}{d}$ Wärmeeinheiten, d. h. gleich dem Wärmeverlust, den das Calorimeter No. 1 erleidet. Durch die chemische Zersetzung wird aber die Wärmemenge *a* verbraucht. Die Wärmeveränderung im Calorimeter No. 2 wird also $23900 \frac{e}{d} - a$.

Bei Favre's Versuch zeigte sich, dafs der Wärmeverlust, $23900 \frac{e}{d}$, im Calorimeter No. 1, da das Voltameter Wasser enthielt, 54235 Wärmeeinheiten betrug. Der Wärmeverbrauch *a* bei der Zersetzung des Wassers betrug 34204. Der Unterschied zwischen diesen beiden Zahlen wird 20031. Das Calorimeter No. 2 gab diesen Unterschied, wie oben erwähnt, zu 20335 Wärmeeinheiten an.

Da das Voltameter die Kupferlösung enthielt, machte, nach dem Favre'schen Versuche, der Wärmeverlust im Calorimeter No. 1, 38580 Wärmeeinheiten aus. Der Wärmeverbrauch bei der Zersetzung des Kupfersalzes betrug nach dem Versuche 26568. Der Unterschied zwischen beiden Zahlen wird also in diesem Falle 11962 Wärmeeinheiten. Das Calorimeter No. 2 hätte folglich eine Production von 11962 Wärmeeinheiten zeigen müssen. Die directe Ablesung gab aber 12445. Der Unterschied zwischen Berechnung und Beobachtung ist jedoch nicht gröfser, als dafs man ihn den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben kann. Eine Ursache davon, dafs das Voltameter

No. 2 in beiden Fällen eine etwas höhere Wärmeproduction als die Berechnung es fordert, angab, liegt in dem Umstande, daſs bei der Berechnung der Widerstand des Voltameters gleich Null gesetzt worden ist, was nicht völlig richtig seyn kann. Es war also wirklich im Voltameter eine kleine Wärmequelle vorhanden, die nicht in die Berechnung aufgenommen wurde, nämlich die galvanische Wärmeentwickelung, und hiervon leitet sich ohne Zweifel der angeführte kleine Unterschied hauptsächlich her. Das Calorimeter No. 2 muſste folglich, wie es in der That auch der Fall war, eine etwas gröſsere Wärmeentwickelung angeben; und man kann daher mit vollem Recht behaupten, daſs Theorie und Erfahrung innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler genau mit einander übereinstimmen.

6. W. Thomson und später Bosscha haben den folgenden Versuch angestellt[1]). Zwei gleiche Voltameter werden mit derselben Quantität von schwefelsaurem Wasser gefüllt und dann nach einander in die Leitung einer starken galvanischen-Kette eingeschaltet. Die Elektroden in dem einen Voltameter bestanden beide aus Platin, in dem andern aber war nur die positive Elektrode von diesem Metalle, wogegen die negative aus amalgamirtem Zink bestand. Obgleich derselbe Strom die beiden Voltameter durchlief und folglich eine gleiche chemische Zersetzung in beiden stattfand, so stieg doch die Temperatur in dem Voltameter, welches Zink zur negativen Elektrode hatte, viel schneller als im andern. Bosscha ist der Ansicht, daſs die ungleiche Temperaturerhöhung in den beiden Voltametern dadurch verursacht werde, daſs das Vermögen des Zinks den Wasserstoff aus dem activen in den gewöhnlichen Zustand überzuführen von demjenigen verschieden ist, welches das Platin in dieser Hinsicht besitzt.

Ich habe diesen Versuch wiederholt und dasselbe Resultat erhalten. Mit der Anwendung der Vorstellungsweise No. 2 ist es leicht die Ursache der verschiedenen Temperaturerhöhungen zu finden. In beiden Voltametern be-

1) Pogg. Ann. Bd. 103, S. 487.

findet sich eine elektromotorische Kraft, welche in entgegengesetzter Richtung gegen den Strom der Kette wirkt. In dem Voltameter, dessen beide Elektroden aus Platin bestehen, wird diese Kraft ausschliefslich von der Polarisation des Wasserstoffes und Sauerstoffes verursacht. In dem andern Voltameter scheidet sich auch Sauerstoff auf das Platin und Wasserstoff auf den Zink aus; aber aufser der Polarisation, die hieraus entsteht, wirkt dieses Voltameter überdies als eine Säule in entgegengesetzter Richtung gegen den Strom. Dafs das Platin-Zinkgefäfs eine gröfsere Gegenkraft als das andere Gefäfs entwickelt, davon kann man sich leicht überzeugen, indem man erst das eine Gefäfs in die Stromleitung einschaltet und dann dieses wieder herausnimmt und statt dessen das andere hineinsetzt. Man findet dann, dafs der Strom der Kette bedeutend mehr durch das Platin-Zinkgefäfs als durch das andere geschwächt wird. Die Wärmemenge, welche dadurch entsteht, dafs der Strom in entgegengesetzter Richtung gegen die in den beiden Voltametern wirkenden elektromotorischen Kräfte läuft, mufs defshalb im Platin-Zinkgefäfs gröfser als im andern werden.

Aus dem, was hier angeführt worden ist, geht hervor, dafs die Wärmeerscheinungen sowohl in der Säule wie im Voltameter sich auf eine einfache Weise nach der Vorstellungsart No. 2 erklären lassen, ohne dafs man wie in No. 1 Ursachen zu Hülfe zu nehmen braucht, deren Wirkungen der Gröfse nach nicht direct bestimmt werden können, und welche aufserdem bei näherer Prüfung zeigen, dafs sie zu Resultaten führen, die mit einander im Widerspruch stehen. Wir hätten noch fortfahren können mehrere Berechnungen und Vergleiche dieser Art mitzutheilen, wenn nur die Aufsätze, die die Resultate der in fraglicher Hinsicht angestellten Versuche mittheilen, dazu erforderliche Angaben enthalten hätten. Was wir aus älteren Versuchen mitgetheilt haben, dürfte jedoch für den vorliegenden Zweck genügend seyn.

7. Durch den folgenden von mir angestellten Versuch

erhält man einen unzweideutigen Beweis davon, dafs Wärme entwickelt wird, wenn der Strom einen Elektromotor in entgegengesetzter Richtung gegen die wirkende elektromotorische Kraft durchläuft.

Zwei gleiche Proberöhren von Glas (*A* und *B*) wurden mit demselben Volumen von schwefelsäurehaltigem Wasser gefüllt, und in jede dieser Röhren wurden zwei Platindrähte und ein Thermometer eingetaucht. Alle vier Drähte waren von demselben Stück abgeschnitten; und die Thermometer waren auch einander gleich. Die Drähte und die Thermometer gingen durch die Korke, mit welchen die Röhren geschlossen waren, und erhielten dadurch eine während des Versuches ungestörte Lage. Der eine Platindraht in der Röhre *A* wurde mit dem einen Pol einer Bunsen'schen Kette von vier bis sechs Elementen verbunden. Der andere Platindraht in derselben Röhre wurde mit der Axe des von mir in einem vorhergehenden Aufsatz beschriebenen Umschalters in Verbindung gebracht. Der Hauptbestandtheil dieses Umschalters besteht in einer kreisrunden Scheibe, auf deren Umkreis zwei Messingfedern schleifen. Wenn die eine dieser Messingfedern mit dem einen und die andere mit dem anderen Ende eines Leiters verbunden sind, so ändert der Strom in dieser Leitung unaufhörlich seine Richtung, so bald die Scheibe in Rotation versetzt wird[1]). Ein Leitungsdraht verband die eine Schleiffeder des Umschalters mit dem einen Platindrahte in der Röhre *B*; von dem andern Platindrahte in derselben Röhre ging ein anderer Leitungsdraht zur Schleiffeder, und schliefslich war auch der zweite Pol der Kette mit dem Umschalter verbunden. Wenn nun die Scheibe des Umschalters herumgedreht wurde, so änderten die Ströme, welche durch die Flüssigkeit der Röhre *B* gingen, unaufhörlich ihre Richtung. Wenn die Scheibe einmal in der Secunde herumgedreht wurde, war die Anzahl der Stromwechsel 24 in derselben Zeit. Dieselben Ströme gingen auch durch die Röhre *A*, aber hier hatten

1) Pogg. Ann. Bd. 156, S. 251.

sie alle dieselbe Richtung. Die Ströme, welche die beiden Röhren durchliefen, waren also an Zahl, Stärke und Dauer vollkommen gleich; der einzige Unterschied bestand darin, daſs in der Röhre *A* alle in derselben Richtung liefen, wogegen in der Röhre *B* ein nachfolgender Strom durch den Umschalter eine entgegengesetzte Richtung gegen den nächst vorhergehenden erhielt. In der Röhre *B* entstand auf diese Weise keine merkbare Polarisation auf den Platindrähten. Wenn der Strom der Kette nicht allzu stark war, so merkte man in der Röhre *B* keine Gasentwickelung, war die Stromstärke dagegen sehr groſs, so wurde zwar in *B* eine Gasentwickelung wahrgenommen, aber diese war immer viel schwächer als die, welche in der Röhre *A* stattfand. In den beiden Röhren brachte der Strom dieselbe chemische Zersetzung hervor, aber in der Röhre *B* vereinigten sich die ausgeschiedenen Gase zum gröſsten Theil wieder zu Wasser, wogegen in der Röhre *A* keine solche Wiedervereinigung stattfand. Es folgt hieraus, daſs die chemische Zersetzung eine gröſsere Abkühlung der Flüssigkeit in *A* als in *B* verursachen muſste. Die galvanische Erwärmung, welche von dem Durchgange des Stromes verursacht wurde, muſste dagegen in den beiden Röhren gleich seyn, weil der Widerstand und die Stromstärke in beiden dieselben waren; denn der Umstand, daſs die Poldrähte in der Röhre *A* mit einer dünnen Gaslage überzogen waren, konnte keinen merkbaren Einfluſs auf den Widerstand ausüben. In Folge dessen hatte man einigen Grund zu vermuthen, daſs die Temperaturerhöhung in der Röhre *A* geringer als in der Röhre *B* ausfallen würde; aber das Gegentheil wurde beobachtet. Die Temperatur stieg in der Röhre *A* viel schneller als in der Röhre *B*, und dieses blieb immer der Fall, wenn die Röhren vertauscht, oder der Versuch im Uebrigen verändert wurde. Der Unterschied zwischen beiden Thermometern nahm mit der Stromstärke zu. Um einen Begriff von der Gröſse dieses Unterschiedes zu geben, mag hier hinzugefügt werden, daſs bei einem Versuche, bei welchem

sechs Bunsen'sche Elemente angewandt wurden, die Temperatur binnen fünf Minuten in der Röhre *B* von 15 auf 26, in der Röhre *A* von 16 auf 30 Grade stieg. Der Temperaturunterschied betrug also in diesem Falle vier Grade.

Die Ursache der gröfseren Wärmeentwickelung in der Röhre *A* kann unmöglich eine andere seyn als die, dafs sich in dieser Richtung eine elektromotorische Kraft befand, welche in entgegengesetzter Richtung gegen den Strom der Kette wirkte, während in der Röhre *B* dagegen der unaufhörliche Wechsel der Ströme das Aufkommen einer solchen Kette verhinderte.

Durch das Vorhergehende ist der Satz bewiesen, dafs, wenn ein galvanischer Strom einen Elektromotor in derselben Richtung durchläuft, in welcher die elektromotorische Kraft wirkt, eine Wärmemenge verbraucht wird, welche der elektromotorischen Kraft, multiplicirt mit der Stromstärke, proportional ist, und dafs, wenn der Strom eine entgegengesetzte Richtung hat, eine eben so grofse Wärmemenge erzeugt wird.

Die über die Wärmeerscheinungen in den hydro-elektrischen Säulen und deren Leitungen angestellten experimentellen Versuche haben folglich zu dem Resultate geführt, dafs diese elektromotorischen Kräfte Wärme verbrauchen, um den Strom zu bilden. Sie sind also in dieser Hinsicht den thermo-elektromotorischen Kräften ähnlich, welche ebenfalls zur Strombildung Wärme verbrauchen. Auf dieselbe Weise verhält es sich auch mit derjenigen inductions-elektromotorischen Kraft, welche dadurch entsteht, dafs die Intensität des inducirenden Stromes zu- oder abnimmt. Es ist durch experimentelle Versuche bewiesen, dafs durch die Induction dieser Art in der inducirenden Strombahn ein Wärmeverlust entsteht, welcher ebenso grofs ist wie die Wärmeerzeugung, die der Inductionsstrom in seiner Bahn hervorbringt[1]). Geschieht dagegen die Induction auf die Weise, dafs ein inducirender

1) Pogg. Ann. Bd. 123, S. 193.

Strom von constanter Stärke der Inductionsbahn genähert oder von derselben entfernt wird, so wird die zu der Annäherung oder Entfernung angewandte mechanische Arbeit zur Strombildung verbraucht. Was schliefslich die elektromotorische Kraft betrifft, die sich in dem elektrischen Entladungsfunken vorfindet, so wird dabei ein Theil der lebendigen Kraft, welche im Entladungsschlage enthalten ist, und welche der bewegten Masse, multiplicirt mit dem Quadrate der Geschwindigkeit, proportional ist, auf eine gröfsere Masse mit geringerer Geschwindigkeit übergeführt [1]).

In einem vorhergenden Aufsatz habe ich gezeigt, dafs die Gesetze der galvanischen Induction theoretisch deducirt werden können, wenn man von dem Satze ausgeht, dafs die elektromotorische Kraft zur Strombildung Wärme verbraucht [2]). Auch in dem Falle, dafs der Strom eine äufsere Arbeit verrichtet, hat also dieser Satz sich als richtig erwiesen.

§. 2.

8. Aus dem, was im vorhergehenden Paragraph angeführt worden, folgt, dafs man nicht ohne willkürliche Annahmen nachweisen kann, dafs die Wärme, welche die chemischen Processe in einer hydroëlektrischen Säule entwickeln, ein Maafs für die elektromotorische Kraft abgiebt. Man ist deshalb, meiner Meinung nach, nicht zu der Behauptung berechtigt, dafs die chemischen und elektromotorischen Kräfte in unmittelbarem Zusammenhange mit einander stehen. Dagegen können die erhaltenen Versuchsresultate sehr leicht erklärt werden, wenn man annimmt, dafs die elektromotorische Kraft der Säule Wärme zur Strombildung verbraucht. Die einzige Einwendung von Bedeutung, welche gegen die Gültigkeit der Contacttheorie früher hervorgehoben worden, bestand darin, dafs es sich nicht zeigen liefs, woraus der galvanische Strom gebildet wurde; denn aus Nichts konnte er natürlich nicht erzeugt werden.

1) Pogg. Ann. Bd. 139, S. 355.
2) Ibidem Bd. 157, S. 102.

Diese Einwendung verliert aber ihre Gültigkeit, sobald es sich beweisen läfst, dafs die Strombildung auf Kosten der Wärme hervorgebracht wird. Dieses darf jedoch nicht dahin gedeutet werden, als ob die contact-elektromotorische Kraft durchaus nicht von der chemischen Verwandtschaft zwischen den Stoffen, die mit einander in Berührung sind, abhängig seyn könnte.

Da man, um die Wärmeerscheinungen in der hydroëlektrischen Säule zu erklären, zu der Annahme gezwungen wird, dafs die in derselben befindliche elektromotorische Kraft Wärme verbraucht, wenn ein Strom in derselben Richtung, in welcher die Kraft wirkt, hindurchläuft, dagegen aber Wärme erzeugt, wenn der Strom die entgegengesetzte Richtung hat; so mufs man auch zugeben, dafs dasselbe auf der Contactfläche zwischen zwei metallischen Leitern, wo sich auch eine elektromotorische Kraft vorfindet, geschehen mufs; und dafs also die von mir gegebene Erklärung der Peltier'schen Erscheinungen die einzig richtige seyn kann[1]). Ich will mich deshalb bei den Einwendungen, die gegen die Richtigkeit dieser Erklärung erhoben wurden, nicht weiter aufhalten.

Im Zusammenhange mit dieser Erklärung habe ich zu beweisen gesucht, dafs die thermo-elektrische Kraft dadurch entsteht, dafs die contact-elektromotorische Kraft von der Temperatur abhängig ist[2]). In Folge der von Hrn. Clausius angeführten Gründe[3]) hat jedoch diese meine Ansicht nicht allgemeine Anerkennung gefunden. Ich will mir deshalb erlauben, die Beweisführung des Hrn. Clausius hier einer kurzen Prüfung zu unterwerfen.

9. In Bezug auf die Entstehung der thermo-elektrischen Ströme, äufsert Clausius in der citirten Abhandlung, dafs es höchst unwahrscheinlich sey, dafs die Anziehung der materiellen Molecüle gegen die Elektricität

1) *Oefversigt af Vetenskaps Ak. Förh.* 1869, *Vet. Ak. Handl. Bd.* 9, *No.* 14. Pogg. Ann. Bd. 137 und 143.

2) Ibid.

3) Pogg. Ann. Bd. 90.

sich mit der Temperatur ändern sollte; und wenn dies nicht der Fall, würde die Wärmevertheilung auf die Elektricitätsvertheilung gar keinen Einfluſs haben. Wenn man aber auch zugeben will, fährt Clausius fort, daſs die Anziehung der Materie gegen die Elektricität wirklich von der Temperatur abhängig ist, so kann ebenfalls kein thermo-elektrischer Strom dadurch entstehen. Wenn nämlich die materiellen Molecüle bei verschiedenen Temperaturen eine verschiedene Anziehung gegen die Elektricität besäſsen, so würden verschieden warme Theile desselben Leiters sich als Leiter verschiedener Stoffe bei derselben Temperatur verhalten. Das will mit anderen Worten sagen, daſs z. B. ein aus zwei verschiedenen Metallen bestehender thermo-elektrischer Ring, dessen beide Löthstellen verschiedene Temperatur haben, sich ebenso verhalten würde, wie ein aus mehreren verschiedenen Metallen bestehender Ring, dessen alle Contactstellen gleich warm wären. Ein solcher Ring giebt aber bekanntlich keinen Strom, weil die in derselben befindlichen elektromotorischen Kräfte ihre Wirkungen gegenseitig aufheben.

Ich, meines Theils, kann dieser Behauptung des Hrn. Clausius nicht beistimmen; im Gegentheil spricht, meiner Ueberzeugung nach, alles dafür, daſs die Anziehung der materiellen Molecüle gegen die elektrischen mit der Temperatur verändert wird, und daſs ein Leiter, dessen einer Theil wärmer als der andere ist, sich nicht ebenso verhält wie ein Leiter, der aus zwei Metallen, welche in chemischer Hinsicht verschieden sind, aber dieselbe Temperatur haben, zusammengesetzt ist. Hiefür mag folgender Grund angeführt werden.

Wir werden uns vorstellen, daſs zwei verschiedene Leiter M und N mit einander in Berührung seyen, und daſs M auf ein elektrisches Molecül m eine gröſsere Anziehung als N ausübe. Hier mag im Vorbeigehenden bemerkt werden, daſs die Anziehung, welche im Körper auf ein in seiner unmittelbaren Nähe belegenes elektrisches Molecül des Körpers ausübt, nicht nur von der Beschaffen-

heit des Körpers, sondern auch von deren gegenseitige Lage und Entfernung abhängen mufs. Wir wollen nun annehmen, dafs das Molecül m auf derselben Seite der Berührungsfläche wie N und in der Entfernung r von derselben Fläche belegen sey, und dafs r nicht gröfser sey als die Entfernung, in welcher die molecularen Kräfte wirken können. Es ist dann einleuchtend, dafs die Anziehungskraft, welche das Molecül m nach der Berührungsfläche zu führen sucht, wächst, wenn die Entfernung von dieser Fläche abnimmt; die Kraft erreicht ihr Maximum, wenn m sich auf der Berührungsfläche selbst befindet, nimmt aber wieder ab, sobald m davon entfernt wird und in M eindringt. Schliefslich wird die Kraft unmerklich, wenn das Molecül m so weit in M eingedrungen ist, dafs die Entfernung von der Berührungsfläche die Gröfse des Wirkungsradius der molecularen Anziehungskräfte erreicht. Uebrigens mufs das Gesetz, nach welchem die Anziehung zunimmt, wenn m sich in N befindet und sich der Berührungsfläche nähert, dem Gesetze gleich seyn, nach welchem die Anziehung abnimmt, wenn m sich in M befindet und sich von der genannten Fläche entfernt. Die Wirkung der Anziehung, welche in der Zeit $2t_0$ das Molecül m der Berührungsfläche zu nähern strebt, kann dann mit $\frac{2at_0}{r^n}$ ausgedrückt werden, worin n die Potenz bezeichnet, nach welcher die Anziehung abnimmt, wenn die Entfernung gröfser wird, und a eine Constante ist. Der Ausdruck $\frac{2at_0}{r^n}$ bezeichnet den Zuwachs der Bewegungsquantität, den das Molecül m erhalten würde, wenn es frei wäre und sich bewegen könnte, und wenn eine bestimmte unveränderliche Kraft $\frac{a}{r^n}$ während der Zeit $2t_0$ auf dasselbe einwirkte. Wenn wir uns nun vorstellen, dafs das Molecül m in der Entfernung $r-\varrho$ von der Berührungsfläche belegen wäre, so würde diese Anziehung während der Zeit t_0 durch $\frac{at_0}{(r-\varrho)^n}$, und in der Entfernung $r+\varrho$ während einer eben so langen Zeit durch $\frac{at_0}{(r+\varrho)^n}$ ausgedrückt werden.

Wenn also das Molecül m erst während der Zeit t_0 sich in der Entfernung $r - \varrho$ und danach während ebenso langer Zeit in der Entfernung $r + \varrho$ befände, so hätte dasselbe Molecül während der ganzen Zeit einen Zusatz seiner Bewegungsquantität erhalten, welcher gleich wäre mit

$$\frac{at_0}{(r-\varrho)^n} + \frac{at_0}{(r+\varrho)^n} = \frac{2at_0}{r^n} + \frac{n(n+1)}{r^{n+2}} a t_0 \varrho^2;$$

wo höhere Potenzen von ϱ zu vernachlässigen sind, weil angenommen wird, daſs ϱ auſserordentlich klein sey. Man erhält also hieraus, daſs die Anziehung, die während der Zeit $2t_0$ das Molecül m der Berührungsfläche zu nähern sucht, gröſser ist, wenn dasselbe Molecül während der einen Hälfte der Zeit sich in der Entfernung $r - \varrho$ und während der andern Hälfte in der Entfernung $r + \sigma$, als wenn dasselbe sich während der ganzen Zeit in der Entfernung r befindet. Wenn nun das Molecül m in der Zeit $2t_0$ um seine ursprüngliche Gleichgewichtslage eine geschlossene Bahn beschreibt, welche von einer Ebene, die durch die Gleichgewichtslage des Molecüls geht und der Berührungsfläche zwischen M und N parallel ist, in zwei gleiche Hälften geschnitten wird, so ist die Veränderung der Entfernung der Berührungsfläche oder ϱ eine Function der Zeit t, und für entsprechende Punkte in jeder Hälfte der Bahn gleich groſs, obgleich mit entgegengesetztem Zeichen. Der Zuwachs der Bewegungsquantität, welcher *in Folge der Bewegung* des Molecüles m um seine Gleichgewichtslage entsteht, kann dann durch

$$\frac{n(n+1)}{r^{n+2}} a \int_{t=0}^{t=t_0} \varrho^2 \, dt$$

ausgedrückt werden.

Wenn das Molecül m in derselben Zeit, $2t_0$, um die Gleichgewichtslage eine mit der vorigen gleichförmige Bahn beschreibt, jedoch mit einer tangentialen Geschwindigkeit, die in jedem Punkt p Mal gröſser als vorher ist, so ist die Entfernung von der Gleichgewichtslage in jedem Punkt auch p Mal gröſser als in dem entsprechenden

Punkt der vorigen Bahn; aber die Veränderungen in der Entfernung des Molecüles von der Berührungsfläche werden dann auch p Mal gröfser als vorher und können deshalb durch $p\varrho$ ausgedrückt werden. Der Zuwachs der Bewegungsquantität, der durch die Bewegung des Molecüles um seine Gleichgewichtslage entsteht, wird folglich in diesem Falle:

$$\frac{n(n+1)}{r^{n+2}}\, a p^2 \int_{t=0}^{t=t_0} \varrho^2\, dt$$

Der fragliche Zuwachs der ganzen Bewegungsquantität (A), welchen das Molecül m erhält, während dafs es in derselben gegebenen Zeit gleichförmige Bahnen mit verschiedener Geschwindigkeit um seine Gleichgewichtslage beschreibt, kann also, wenn B und C Constanten bezeichnen, durch

$$A = \frac{1}{r^n}\left(B + C\frac{p^2}{r^2}\right)$$

ausgedrückt werden.

Was hier angeführt worden ist, kann natürlich auf jedes beliebige Molecül, das sich der Berührungsfläche nahe genug befindet, angewandt werden.

Wir nehmen nun an, dafs das elektrische Fluidum aus dem Lichtäther bestehe, und dafs die Wärme eines Körpers, wenigstens zu einem gegebenen Theile, durch die Schwingungen der Aethermolecüle um ihre Gleichgewichtslagen verursacht werde [1]). Die Wärmemenge, welche der Körper enthält, wird dann durch die Summe der lebendigen Kraft der Molecüle bestimmt, und seine Temperatur, von dem absoluten Nullpunkt gerechnet, kann als dieser

1) Die Wärme, welche ein Körper besitzt, wird ohne Zweifel zum Theil auch durch die Schwingungen der eigenen Molecüle des Körpers verursacht. Die Veränderung der Anziehung, welche durch die lebendige Kraft der materiellen Molecüle entsteht, braucht man, wie leicht zu ersehen ist, jedoch nicht in Betracht zu ziehen, weil die Wirkung dieser Veränderung, wenn von einem thermo-elektrischen Ringe die Rede ist, für den ganzen Ring gleich Null wird.

Summe proportional berechnet werden; denn die Abweichung, die hiervon stattfinden kann, wirkt nicht auf das erzielte Resultat ein. Wenn der Körper bei gewöhnlicher Temperatur eine unbedeutende Erhöhung seines Wärmegrades erhält z. B. von 16 bis 20 Graden, so hat man keine physikalischen Gründe für die Annahme, dafs die Schwingungszeit der Molecüle dadurch verändert werde, im Gegentheil mufs diese Zeit unverändert bleiben, weil die Elasticitätskräfte, von welchen die Bewegung und die Schwingungszeit abhängig sind, keine merkbare Veränderung dadurch erleiden können. Dagegen sind die Amplituden der Molecüle durch die kleine Temperaturerhöhung vergröfsert worden, während die Bahn übrigens mit der bei der niedrigen Temperatur gleichförmig verbleibt. Die Schwingungsbahnen der Aethermolecüle erfüllen auch die gestellte Bedingung, dafs sie von einer Ebene, die durch die Gleichgewichtslage der Molecüle geht, und der Berührungsfläche zwischen *M* und *N* parallel ist, in zwei gleiche Hälften getheilt werden. Ist dagegen der Temperaturzuschufs grofs, so zeigt die Erfahrung, dafs nicht nur die Schwingungszeit der Molecüle abnimmt, sondern auch, dafs die Molecüle des Körpers ihre Lagen verändern und sich von einander entfernen. Man kann also nur für kleine Temperaturzuschüsse die obenstehende Schlufsfolge zur Berechnung der Anziehungsveränderung anwenden. Es ergiebt sich von selbst, dafs p^2 der lebendigen Kraft der Aethermolecüle proportional ist, und dafs also, wenn T die absolute Temperatur des Körpers bezeichnet, man $p^2 = fT$ schreiben kann, wo f eine Constante bedeutet. Wenn A_0 die Gröfse der Anziehung bei der Temperatur T_0 und A_1 bei der etwas höheren Temperatur T_1 ist, so erhält man:

$$A_1 - A_0 = D(T_1 - T_0);$$

wobei D eine Constante bezeichnet, welche, aufser von andern Factoren, auch von dem Unterschiede der Anziehung, welche *M* und *N* auf dasselbe elektrische Molecül ausüben, abhängig ist.

Wenn die Berührungsfläche bei gewöhnlicher Temperatur eine kleine Erhöhung ihres Wärmegrades erhält, so wachsen also die Anziehungskräfte, welche das elektrische Fluidum zu dem Leiter, der die stärkste Anziehung ausübt, zu führen sucht, und dieser Zuwachs der Anziehung muſs dem Temperaturzuschuſs, wenn dieser nicht zu groſs ist, annäherungsweise proportional seyn.

Wir wollen uns nun denken, daſs z. B. der Leiter M in zwei Theile $M_{,}$ und $M_{,,}$ getheilt sey, von welchen $M_{,}$ eine höhere Temperatur als $M_{,,}$ habe, jedoch so, daſs dieser Temperaturüberschuſs so geringe sey, daſs die materiellen Molecüle im Theile $M_{,}$ deshalb ihre gegenseitige Lage und Entfernungen nicht merkbar verändern. Der Theil $M_{,}$ unterscheidet sich also von $M_{,,}$ nur darin, daſs die Molecüle des ersteren in stärkeren Schwingungen als die des letzteren begriffen sind, aber dieser Umstand braucht nicht in Betracht genommen zu werden, weil oben schon bemerkt worden, die Wirkung hiervon für den thermo-elektrischen Ring im Ganzen gleich Nuſl wird. Die in die vorhergehende Formel eingehende Constante D ist in diesem Falle gleich Null, und foglich erhält man für die Berührung zwischen dem wärmeren und dem kälteren Theile von M, daſs $A_{,} - A_0 = 0$.

Ist der Temperaturüberschuſs, welchen $M_{,}$ besitzt, gering, so verhalten sich also $M_{,}$ und $M_{,,}$ hinsichtlich ihrer Anziehung gegen ein elektrisches Molecül durchaus nicht als zwei verschiedene Metalle. Die verschiedene Temperaturvertheilung in einem und demselben Leiter vermag folglich nicht die elektrische Flüssigkeit in Bewegung zu setzen. Sollte dagegen $M_{,}$ eine so bedeutend höhere Temperatur als $M_{,,}$ haben, daſs dessen Molecüle dadurch ihre Gleichgewichtslagen und gegenseitigen Entfernungen merkbar verändern, so kann das Verhältniſs sich anders gestalten. Es kann dann geschehen, daſs die Anziehung, welche $M_{,}$ auf ein in der Nähe der Berührungsfläche belegenes elektrisches Molecül ausübt, nicht mehr ebenso groſs ist wie die Anziehung, welche von $M_{,,}$ ausgeht, und daſs also der Theil $M_{,}$

hinsichtlich seiner Anziehung gegen ein elektrisches Molecül gewissermaſsen sich so verhält, als wäre er von einem andern Stoffe als $M_{\prime\prime}$.

In einem aus zwei verschiedenen Metallen M und N bestehenden thermo-elektrischen Ringe, dessen eine Löthstelle eine unbedeutend höhere Temperatur als die andere besitzt, muſs also ein thermo-elektrischer Strom entstehen, dessen Stärke dem Temperaturunterschiede annäherungsweise proportional ist, welches Resultat bekanntlich mit der Erfahrung übereinstimmt.

Wenn die eine Löthstelle eine bedeutend höhere Temperatur als die andere erhält, so wird die lebendige Kraft der Aethermolecüle, die sich an der Löthstelle befinden, im Verhältniſs dazu vergröſsert. Dies kann nun dadurch geschehen, daſs die Schwingungszeit abnimmt, während die Amplituden sich unverändert halten, oder sogar kleiner als vorher werden. Wenn das Letztgenannte stattfindet, so wird die Wirkung der Anziehungskraft, welche die elektrischen Molecüle von N nach M zu führen sucht, bei der höheren Temperatur geringer als bei der niedrigen, und in dem thermo-elektrischen Ringe entsteht deſshalb ein Strom, der in entgegengesetzter Richtung gegen denjenigen Strom läuft, welcher durch einen kleineren Temperaturunterschied zwischen den beiden Löthstellen erzeugt wird. Hierin kann man die Ursache zu der bekannten Veränderung der Stromesrichtung sehen, welche mehrere Metallcombinationen bei groſsem Temperaturunterschied zwischen den Löthstellen zeigen [1]).

1) In Folge der Behauptung des Hrn. Clausius, daſs die thermo-elektromotorische Kraft nicht dadurch entstehen könne, daſs die contact-elektromotorische Kraft sich mit der Temperatur verändert, hat F. Kohlrausch (Pogg. Ann. Bd. 156) die Hypothese aufgestellt, daſs diese Kräfte mit einander in keiner Verbindung stehen, sondern daſs vielmehr die thermo-elektromotorische Kraft durch den Wärmestrom von der wärmeren zur kälteren Berührungsstelle verursacht werde und diesem Wärmestrom proportional sey. Hr. Kohlrausch hat jedoch nicht die physische Nothwendigkeit, oder die Möglichkeit einer solchen Verbindung zwischen diesen Erscheinungen dargelegt.

Nimmt man also an, dafs die elektrische Flüssigkeit aus dem Lichtäther bestehe, so kann es als bewiesen angesehen werden, dafs die contact-elektromotorische Kraft sich mit der Temperatur verändern mufs; ein Verhältnifs, das aufserdem nach meiner Ansicht von Le Roux auf praktischem Wege dargelegt worden ist[1]).

Stockholm, den 3. Juni 1876.

V. *Elektromagnetische Eigenschaften ungeschlossener elektrischer Ströme; von N. Schiller.*

(Auszug aus den Annalen d. Universität zu Kiew 1876, No. 2); vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Als Grundsatz aller durch Erfahrung festgestellten Folgerungen der Elektrodynamik gilt die von Ampère herrührende Regel, dergemäfs die elektromagnetischen Wechselwirkungen geschlossener Ströme durch äquivalente Wechselwirkungen gewisser magnetischer Oberflächen ersetzt werden können. Die letzten seyen durch die Conture der Ströme begränzt, und haben auf jeder Flächeneinheit ein der entsprechenden Stromstärke proportionales magnetisches Moment. Sobald man aber aus diesem *nur für geschlossene Ströme* geltenden Gesetze auch Schlüsse für Wechselwirkungen einzelner Stromelemente ziehen will, so wird man zur Annahme einiger Hypothesen genöthigt, welche noch experimenteller Prüfung bedürfen.

Die Summirung der Elementarwirkungen der magnetischen Oberflächenelemente, welche nach der Ampère'schen Regel durch die Conture geschlossener Ströme gezogen werden, wird analytisch auf die Summirung gewisser Quantitäten über die Linienelemente der Conture

1) *Annales de chimie et de physiques* (4) *T.* 10.

herabgeführt. Es liegt nun der Gedanke nahe, dafs diese Quantitäten gerade die Ausdrücke elementarer elektromagnetischer Kräfte darstellen müssen. Solch eine Annahme ist aber immer mit einer Willkür verbunden. In der That, die Summirung über die Linienelemente des Stromes ist nur der Bedingung unterworfen, dafs das Resultat derselben dem der Summirung über die magnetischen Oberflächenelemente gleich sey. Wird einmal unter den erwähnten Bedingungen die Glieder der Summirung über Conture gefunden, so darf man ihnen Glieder willkürlicher Form hinzufügen, aufserdem noch wenn dieselben nur die Bedingung erfüllen, dafs ihre Summe über die Conture verschwindet.

Um jene Willkür zu beseitigen, schlug Helmholtz einen neuen Weg zur Ermittelung elektromagnetischer Elementarkräfte ein, indem er aus dem Satze ausging, dafs die Arbeit der Elementarkräfte, bei unendlich kleinen, der Bedingung der Stätigkeit unterworfenen, virtuellen Verschiebungen der Stromelemente dem negativ genommenen Zuwachs des Potenzials der Ströme auf einander gleich sey[1]). Solche Methode führt zu einem bestimmten und einzig möglichen Ausdruck für Elementarkräfte und aufserdem weist sie auf die nothwendige Existenz gewisser Gränzbedingungen, woraus Ausdrücke für elektromagnetische Kräfte an Stromenden folgen.

Anderseits aber wird die Existenz selber der ungeschlossenen Ströme bezweifelt, und Maxwell spricht in seiner Abhandlung *„on Electricity and Magnetism“* den Gedanken aus, dafs die elektrischen Bewegungen in ungeschlossenen Leitern keine ungeschlossene Ströme vorstellen, sondern durch gewisse Aenderungen der diëlektrischen Polarisation, in dem zwischen den Enden des Leiters liegenden Isolator, vervollständigt werden. Obgleich diëlektrische Verschiebungen in allen anderen Beziehungen einen ganz verschiedenen Charakter, als Ströme,

1) Monatsber. d. Berl. Academie 1873. Februar. Crelle's Journal. Bd. 78.

haben, doch sollen sie nach Maxwell's Annahme dieselben elektromagnetischen Eigenschaften wie wirkliche Ströme äufsern. Demgemäfs ist ein ungeschlossener durch einen Strom durchflossener Leiter einem geschlossenen Strome vollständig aequivalent. Die Summirung der elektromagnetischen Elementarkräfte wäre dabei über geschlossene Conture auszuführen, wo der Unterschied, zwischen den Ampère'schen und Helmholtz'schen Theorien aufhört.

Um die Frage zu lösen, welche von den obenerwähnten Voraussetzungen die gröfste Wahrscheinlichkeit für sich hat, wurde die vorliegende Arbeit unternommen.

Zwei folgende Versuche, welche schon von Helmholtz im ersten der obencitirten Aufsätze angedeutet worden sind, geben die Möglichkeit zwischen den verschiedenen Theorien der Elektrodynamik zu entscheiden.

1) Ein geschlossener Stahlring wird mit einem Leitungsdrahte umwickelt und magnetisirt. Die Stärke der entstandenen Magnetisirung des Ringes kann durch den Inductionsstrom bestimmt werden, den derselbe in einer Anzahl anderer, vom ersten Drahte getrennter Drahtwindungen beim Magnetisiren hervorbringen. Der Ring wird an einem langen Coconfaden in einem metallenen Gehäuse aufgehängt, um elektrostatische Anziehundskräfte auszuschliefsen. Durch eine von aufsen genäherte metallene Spitze strömt die gesammte durch eine schnell gedrehte Holtz'sche Maschine entwickelte Elektricität in die Luft aus. Die Spitze wird derjenigen Seite des Kastens gegenüber gestellt, wo sich innen der eine verticale Theil des Ringes befindet. Der Ring müfste unter diesen Umständen eine Ablenkung erfahren, wenn die Spitze als Stromende im Sinne der Potentialtheorie wirkte. Die Gröfse der Magnetisirung des Ringes und die Intensität des von der Elektrisirmaschine gelieferten Stromes konnten bei meinen Versuchen, welche weiter ausführlich beschrieben werden, genau bestimmt werden, und die daraus berechnete zu erwartende Ablenkung würde grofs genug seyn, um sicher beobachtet wer-

den zu können, wenn sie existirte. Das Resultat der so angestellten Versuche war aber durchaus negativ.

Daraus folgt, dafs entweder keine elektromagnetische Kräfte an Stromenden existiren und also die Folgerungen des Potentialgesetzes unrichtig sind, oder dafs bei dem angegebenen Versuch kein ungeschlossener Strom vorhanden war und dafs der Ring nicht nur der Wirkung des Stromes in metallenen Theilen des Leiters unterworfen wurde, sondern auch der sich mit der Zeit ändernden diëlektrischen Polarisation des umgebenden Medii, welche durch die Bewegung der elektrisirten Luftthellchen bedingt wurde. Welche der beiden Voraussetzungen gilt, mufs ein zweiter Versuch entscheiden.

2) Zwischen den Polen eines starken Magnets, senkrecht gegen die Verbindungslinie der Pole, wird ein runder, um die durch seinen Mittelpunkt gehende horizontale Axe drehbarer Condensator gestellt. Die Belegungen des Condensators werden durch die Drahtwindungen eines Galvanometers miteinander verbunden. Bei schneller Drehung des Condensators mufs nach dem Ampère'schen Gesetze ein Strom in den Verbindungsdrähten entstehen, welcher den Condensator bis auf eine gewisse vorauszuberechnende Spannungsdifferenz ladet. Umgekehrt mufs die Abwesenheit der Ladung auf dem Condensator darauf hinweisen, dafs die isolirenden Theile desselben durch die elektromagnetische Induction bewirkt werden und mit dem Verbindungsdraht zusammengenommen einen geschlossenen Kreis bilden, wenigstens in elektrodynamischer Beziehung.

§. 1. Die Kräfte, welche ein Stromende auf einen geschlossenen Magnet ausübt.

Nimmt man die Existenz des elementaren Potentialgesetzes für die Wechselwirkungen der Ströme auf einander an und drückt man die gesammte Arbeit der elektrodynamischen Elementarkräfte, bei unendlich kleinen, continuirlichen Verschiebungen der Stromelemente, durch die

Summe der negativ genommenen Zuwächse der entsprechenden Elemementarpotentiale aus, so kommt man nach Helmholtz zu den folgenden Ausdrücken für die Componenten der Kräfte, welche das Ende eines Stromes i auf das Element $d\sigma$ eines geschlossenen Stromes j ausübt:

$$X = - ij \int \frac{1}{r} \frac{d\xi}{d\sigma} d\sigma,$$

$$Y = - ij \int \frac{1}{r} \frac{d\eta}{d\sigma} p\sigma,$$

$$Z = - ij \int \frac{1}{r} \frac{d\zeta}{d\sigma} d\sigma,$$

wobei r die Entfernung des Stromendes von dem Elemente $d\sigma$ bezeichnet, und die Integration über den ganzen Umfang des Stromes j auszuführen ist. Die Stromintensitäten sind in elektromagnetischen Einheiten ausgedrückt und i wird positiv, wenn positive Elektricität zum Stromende hinfliefst.

Man berechne nun die Wirkung eines Stromendes auf einen geschlossenen Strom, der eine unendlich kleine Fläche einschliefst. Wählt man einen Punkt (ξ', η', ζ',) innerhalb der vom Umfang des Stromes j begränzten Oberfläche, dann kann man für jeden Punkt des Umfanges unendlich kleine Gröfsen ξ, η, ζ, so bestimmen, dafs

$$\xi = \xi_0 + \xi', \quad \eta = \eta_0 + \eta', \quad \zeta = \zeta_0 + \zeta',$$

und

$$d\xi = d\xi', \quad d\eta = d\eta', \quad d\zeta = d\zeta';$$

setzt man ferner

$$\varrho_0^2 = (x - \xi_0)^2 + (y - \eta_0)^2 + (z - \zeta_0)^2,$$

wo x, y, z die Coordinaten des Stromendes i bezeichnen, so erhält man, indem man die unendlich kleinen Gröfsen, von zweiter Ordnung ab, vernachlässigt:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\varrho_0} + \frac{\partial \frac{1}{\varrho_0}}{\partial \xi_0} \xi' + \frac{\partial \frac{1}{\varrho_0}}{\partial \eta_0} \eta' + \frac{\partial \frac{1}{\varrho_0}}{\partial \zeta_0} \zeta',$$

woraus folgt:

$$-X = \frac{1}{\varrho_0}\int d\xi + \frac{\partial \frac{1}{\varrho_0}}{\partial \xi_0}\int \xi' \, d\xi + \frac{\partial \frac{1}{\varrho_0}}{\partial \eta_0}\int \eta' \, d\xi$$
$$+ \frac{\partial \frac{1}{\varrho_0}}{\partial \zeta_0}\int \zeta' \, d\xi.$$

Die beiden ersten Integrale verschwinden für einen geschlossenen Kreis. Bezeichnet man ferner durch λ die durch den Strom j umschlossene Oberfläche (beliebiger Gestalt), durch (n, η) und (n, ξ) — die Winkel, welche die Normale zur Oberfläche beziehlich mit den η- und ξ-Axen bildet, so erhält man

$$\int \eta' \, d\xi = \lambda \cos(n, \zeta), \quad \int \zeta' \, d\xi = -\lambda \cos(n, \eta)$$

und

$$X = \lambda i j \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi_0}\left(\frac{1}{\varrho_0}\right) \cos(n, \eta) - \frac{\partial}{\partial \eta_0}\left(\frac{1}{\varrho_0}\right) \cos(n, \zeta) \right\}.$$

Nun stelle man sich eine Reihe geschlossener Ströme so gebildet vor, daſs eine geschlossene Curve beliebiger Gestalt durch die entsprechenden Punkte (ξ_0, η_0, ζ_0) innerhalb der Stromconture senkrecht gegen die von den letzteren begränzten Oberflächen durchgehe. Dann stellt dn ein Längenelement der erwähnten Curve, und

$$\cos(n\xi) = \frac{d\xi}{dn}, \quad \cos(n\eta) = \frac{d\eta}{dn}, \quad \cos(n\zeta) = \frac{d\xi}{dn}.$$

Bezeichnet man durch ds ein Flächenelement der von den Strömen begränzten Oberfläche, durch ν — die Anzahl der auf Längeneinheit der Curve zukommenden elementaren Stromflächen ds, so kommt man zu den folgenden Ausdrücken der Componenten der Kräfte, welche das Stromende i auf den oben beschriebenen geschlossenen Salenoïd ausübt:

$$X = \nu i j \iint \left[\frac{\partial}{\partial \zeta}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\frac{d\eta}{dn} - \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\frac{d\zeta}{dn}\right] ds \, . \, dn,$$
$$Y = \nu i j \iint \left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\frac{d\zeta}{dn} - \frac{\partial}{\partial \zeta}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\frac{d\xi}{dn}\right] ds \, . \, dn,$$
$$Z = \nu i j \iint \left[\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\frac{d\xi}{dn} - \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\frac{d\eta}{dn}\right] ds \, . \, dn.$$

Es ist nun leicht zu ersehen, dafs die Integration über die Curve (n), auf ähnliche Weise wie oben, zur Integration über die von (n) begränzte Oberfläche herabgeführt werden kann. Bezeichnet man nämlich durch ds' ein Element der letzteren Oberfläche und durch dN den unendlich kleinen Zuwachs, der in ds' errichtete Normale zur Oberfläche, so ergiebt sich:

$$X = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial P}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial P}{\partial z},$$

wo

$$P = vij \int\int \frac{d\left(\frac{1}{\varrho}\right)}{dN} ds\, ds'.$$

Die gefundenen Kraftcomponenten sind also identisch mit denen der Wirkung eines durch die Curven (n) fliefsenden Stromes j auf ein Magnetpol von der Stärke $vids$.

Der geschlossene Solenoïd habe nun die Form einer Radschine, d. h. eines verkürzten Cylinders. Es sey h die Höhe des Cylinders, R_1 sein innerer Radius, R_2 der äufsere; es sey ferner r der Abstand eines beliebig gewählten Punktes von der Axe des Cylinders; die Richtung von N falle dabei mit der von h zusammen und aufserdem sey

$$ds = dh \,.\, dr \text{ und } ds' = r \,.\, d\varphi \,.\, dr,$$

wo φ den Winkel bezeichnet, welchen r mit einer in der r-Ebene beliebig gewählten Richtung bildet. Es ergiebt sich alsdann:

$$P = vij \int_{R_1}^{R_2} dr \int ds' \int_0^h \frac{d\left(\frac{1}{\varrho}\right)}{dh} dh$$

$$= vij \int_{R_1}^{R_2} dr \int \left(\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_1}\right) ds',$$

wo ϱ_1 den Abstand des Stromendes i von den Punkten der Ebene $N = 0$, ϱ_2 den von den Punkten der Ebene $N = h$ bezeichnen.

Bezeichnet man nun durch ϱ' und ϱ'' die Abstände des Stromendes von den Punkten, wo die Axe des Cylinders die Ebenen $N=0$ und $N=h$ durchschneidet, durch θ_1 und θ_2 die Winkel, welche die Axe resp. mit ϱ' und ϱ'' bildet, so hat man, indem r die frühere Bedeutung zwischen den Gränzen R_1 und R_2 beibehält [1]):

$$\int \frac{ds'}{\varrho_1} = 2\pi \left[\frac{1}{2} \frac{r^2}{\varrho'} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \frac{r^4}{\varrho'^3} Q_2^{(1)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \frac{r^6}{\varrho'^5} Q_4^{(1)} - \ldots \right].$$

wo $Q_n^{(1)}$, $Q_4^{(1)}$ ... die Kugelfunctionen des Winkels θ_1 bezeichnen, so dafs

$$Q_n^{(1)} = \frac{1.2.5\ldots(2n-1)}{1\cdot 2\cdot 3\ldots n} \left[\cos\theta_1^n - \frac{n(n-1)}{2.(2n-1)} \cos\theta_1^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2\cdot 4\cdot (2n-1)\, 2n-3} \cos\theta_1^{n-4} - \ldots \right].$$

Für $\int \frac{ds'}{\varrho_2}$ erhält man den ähnlichen Ausdruck, wo θ_1 und ϱ' durch θ_2 und ϱ'' ersetzt werden.

Hat man anstatt des Solenoïds einen magnetischen Stahlring von denselben Dimensionen, so bleiben für diesen Fall dieselben Formeln gültig, nur mufs jetzt die Bedeutung von νj näher bestimmt werden. Man bezeichne durch M die Intensität der Magnetisirung [2]) im Stahlringe, d. h. die Gröfse des auf Volumeneinheit des Ringes bezogenen magnetischen Moment; dann drückt $M.r\,d\varphi\,dr\,dh$ die Gröfse des magnetischen Moments in einem Volumenelement des Ringes aus; die Axe des Moments fällt mit der Linie $r\,d\varphi$ zusammen. Stellt man sich vor, dafs durch den Contur jedes der Elemente $dh.dr$ des radialen Durchschnitts des Ringes ein Strom j geht, so hat man nach dem bekannten Gesetze

$$M r\, d\varphi\, dr\, dh = j\, dr\, dr.$$

Die Anzahl solcher Ströme, auf der Längeneinheit des mit

1) Thomson und Tait. *Natural Philosophy* §. 546. *Ex. II.*
2) Maxwell. *Electricity and Magnetism.* *V. II*, *p.* 8.

dem Radius r beschriebenen Kreises, wird $r = \frac{1}{r\,d\varphi}$; folglich

$$M_{\prime} = j\nu.$$

Setzt man schliefslich

$$R_2 - R_1 = 2\delta, \quad R_2 + R_1 = 2a$$

und

$$q^{(m)} = a^m + \frac{m(m-1)}{2.3} a^{m-2}\delta^2 + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{2.3\cdot 4.5} a^{m-4}\delta^4 + \ldots\,.$$

so erhält man:

$$P = 2\pi\,.\,i M 2\delta \left\{ \left[\frac{1}{2}\frac{q^2}{\varrho''} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\frac{q^{(4)}}{\varrho''^3} Q_2^{(2)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\frac{q^{(6)}}{\varrho''^5} Q_4^{(2)} - \ldots \right] - \left[\frac{1}{2}\frac{q^2}{\varrho'} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\frac{q^{(4)}}{\varrho'^3} Q_2^{(1)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\frac{q^{(6)}}{\varrho'^5} Q_4^{(1)} + \ldots \right] \right\}.$$

Es sey nun der Ring vertical aufgehängt; man stelle sich vor, den Durchschnitt des Ringes mit einer durch seine Axe gehenden und gegen den Aufhängefaden senkrechten Ebene; das Stromende i liege in derselben Ebene (Fig. 1, Taf. IV). Nun bezeichne ϱ den Abstand des Stromendes vom Schwerpunkt des Ringes, φ den Winkel, welchen die Axe des Ringes mit der gegen ϱ senkrechten und durch den Schwerpunkt des Ringes gehenden Linie bildet; dann wird das durch das Stromende auf den Ringmagnet ausgeübte Drehungsmoment

$$\mathfrak{M} = -\frac{dP}{d\varphi}.$$

Um P als Function von φ auszudrücken, benutze man folgende Gleichungen:

$$\varrho'^2 = \varrho^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 - \varrho^2 \sin\varphi, \quad \varrho''^2 = \varrho^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 + \varrho h \sin\varphi,$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\varrho} = \frac{\cos\varphi}{\varrho'}, \quad \frac{\sin\theta_2}{\varrho} = \frac{\cos\varphi}{\varrho''},$$

woraus folgt:

$$\frac{\partial \varrho'}{\partial \varphi} = -\tfrac{1}{2} h \frac{\varrho}{\varrho'} \cos \varphi, \quad \frac{\partial \varrho''}{\partial \varphi} = +\tfrac{1}{2} h \frac{\varrho}{\varrho''} \cos \varphi,$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\varrho'}\left[\varrho \frac{\sin \varphi}{\cos \theta_1} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\varrho'}\right)^2 \frac{\cos^2 \varphi}{\cos \theta_1}\right],$$

$$\frac{\partial \theta^2}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\varrho''}\left[\varrho \frac{\sin \varphi}{\cos \theta_2} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{\varrho''}\right)^2 \frac{\cos^2 \varphi}{\cos \theta_2}\right],$$

$$\frac{\partial Q_n^{(1)}}{\partial \varphi} = -\frac{1.3 \cdot 5 \,..\, (2n-1)}{1.2.3 \,..\, (n-1)}\left[\cos^{n-1} \theta_1 - \frac{(n-1)(n-2)}{2.(2n-1)} \cos^{n-3} \theta_1 + ..\right] \sin \theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi},$$

$$\frac{\partial Q_n^{(2)}}{\partial \varphi} = -\frac{1.3.5 \,..\, (2n-1)}{1.2.3 \,..\, (n-1)}\left[\cos^{n-1} \theta_2 - \frac{(n-1)(n-2)}{2.(2n-1)} \cos^{n-3} \theta_2 + ..\right] \sin \theta_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \varphi},$$

und schliefslich:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial \varphi} = -2\pi i M 2\delta \Bigg[& \left\{ -\frac{1}{2}\frac{q^{(2)}}{\varrho''^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\frac{q^{(4)}}{\varrho''^4} Q_2^{(2)} - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\frac{q^{(6)}}{\varrho''^6} Q_4^{(2)} + \ldots \right\} \frac{1}{2} h \frac{\varrho}{\varrho''} \cos \varphi \\ & + \left\{ -\frac{1}{2}\frac{q^{(2)}}{\varrho'^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\frac{q^{(4)}}{\varrho'^4} Q_2^{(1)} - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\frac{q^{(6)}}{\varrho'^6} Q_4^{(1)} + \ldots \right\} \frac{1}{2} h \frac{\varrho}{\varrho'} \cos \varphi \\ & + \left\{ -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\frac{q^{(4)}}{\varrho''^3}\cdot\frac{dQ_2^{(2)}}{d\theta_2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\frac{q^{(6)}}{\varrho''^5}\frac{dQ_4^{(2)}}{d\theta_2} - \ldots \right\} \frac{d\theta_2}{d\varphi} \\ & - \left\{ -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\frac{q^{(4)}}{\varrho'^3}\frac{dQ_2^{(1)}}{d\theta_1} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\frac{q^{(6)}}{\varrho'_5}\frac{dQ_4^{(1)}}{d\theta_1} - \ldots \right\} \frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi} \Bigg]. \end{aligned}$$

Stellt man das Stromende dem Rande des Ringes gegenüber, so werden

$$\varphi = 0, \; \theta_2 = \pi - \theta_1, \; \varrho'^2 = \varrho''^2 = \varrho^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 = r^2,$$

$$\frac{\partial Q_n^{(2)}}{\partial \varphi} = \frac{\partial Q_n^{(2)}}{\partial \varphi};$$

setzt man ferner

$$2\delta h = \lambda \quad \text{und} \quad p^{(m-2)} = \frac{q^{(m)}}{a^2},$$

so daſs

$$p^{(m)} = a^m + \frac{(m+1)(m+2)}{2.3} a^{m-2} \delta^2 + \frac{(m+2)(m+1)m(m-1)}{2.3.4.5} a^{m-4} \delta^4 + \ldots$$

so erhält man

$$\mathfrak{M} = -\frac{dP}{d\varphi} = + M.i.\lambda.\frac{\pi a^2}{r^2}.\frac{\varrho}{r}.\theta,$$

wobei

$$\theta = p^{(0)} - \frac{3}{4}\frac{p^{(2)}}{r^2}Q_2 + \frac{3}{4}.\frac{5}{6}\frac{p^{(4)}}{r_4}Q_4 - \frac{3}{4}.\frac{5}{6}.\frac{7}{8}\frac{p^{(6)}}{r^6}Q_6 + \ldots$$

Ist δ gegen a zu vernachlässigen, so wird

$$p^{(0)} = 1 \quad \text{und} \quad p^{(m)} = 0^m.$$

§. 2. Maaſsbestimmung der Intensität der Magnetisirung des Stahlringes.

Zur Bestimmung der Gröſse M, in den Formeln des vorigen Paragraphen, wurde dieselbe Methode angewandt, welche Stoletow[1]) und Rowland[2]) bei ihren Messungen der Magnetisirungscoëfficienten für Stahl und Eisen benutzt hatten.

Der Ring wurde aus gewalztem Stahl gemacht, zuerst glashart gehärtet und nachher bei 270° C. in Oel angelassen. Die Radien des Ringes wurden in verschiedenen Stellen mittelst eines Kathetometers gemessen, indem man den Ring auf eine sorgfältig nivellirte Glasplatte aufstellte. Die Höhe des Ringes wurde mittelst eines Sphärometers abgemessen. Auf diese Weise erhielt man folgende Mittelwerthe der Dimensionen des Ringes:

der innere Radius	R_1	betrug	24,92	Mill.
der äuſsere „	R_2	„	29,78	„
die Höhe	h	„	15,064	„
die Masse	P	„	100,535	Grm.

Der Ring wurde mit einem dünnen seidenen Band um-

1) Pogg. Ann. Bd. 144.

2) *Phil. Mag.* 1873, August.

wickelt und mit Schellack bedeckt; unmittelbar auf das Band wurden 161 Drahtwindungen dicht an einander gelegt; der Durchmesser des Drahtes betrug 0,87 Mill.; darauf wurden sieben Schichten anderen Drahtes in 794 Windungen gewunden. Der magnetisirende Strom ging durch den ersten Draht; der zweite Draht wurde für den Inductionsstrom bestimmt und mittelst einer Reihe Widerstandseinheiten mit einem Galvanometer verbunden, dessen Ablenkungen man mit denen eines absoluten Galvanometers verglich.

Bezeichnet man durch J die Intensität des inducirenden Stromes, in elektromagnetischen Einheiten ausgedrückt, durch E — die integrale elektromotortsche Kraft, welche durch den entstehenden Magnetismus im secundären Drahte inducirt wird, durch λ — die Fläche eines radialen Durchschnitt des Ringes, durch λ' — den durch eine Windung des primären Drahtes eingeschlossenen Flächeninhalt, durch n und n' die Anzahl der Windungen des primären und secundären Drahtes, und setzt man

$$P = \int \frac{d\lambda'}{r},$$

wo die Integration über die ganze Fläche λ' auszuführen ist und r den Abstand des Elements $d\lambda'$ von der Axe des Ringes bezeichnet, so wird die Gröfse M auf folgende Weise ausgedrückt[1]):

$$M = \frac{\lambda}{4\pi n'} \frac{E}{\lambda} = \frac{n}{2\pi} \frac{P}{\lambda} J,$$

oder indem man die oben angegebenen Zahlenwerthe berücksichtigt:

$$M = 1{,}369\,E - 1167\,J.$$

Das absolute Galvanometer bestand wesentlich aus folgenden Theilen. Ein ungefähr 3 Decimeter langer Magnet hing an mehreren ungefähr 3 Meter langen Coconfäden; unter demselben lag eine lange Stange aus trocknem Holz senkrecht gegen den magnetischen Meridian. Zwei runde auf Schlitten gestellte Rollen konnten längs der

1) Kirchhoff, Pogg. Ann. Ergänzungsbd. V.

Stange gleiten, so dafs ihre Ebenen immer parallel dem magnetischen Meridian und die Axen auf derselben Höhe mit dem Magnet und parallel der Stange blieben. Bei den Messungen wurden die beiden Rollen in der Entfernung von 1,050 und 1,350 Meter vom Schwerpunkte des Magnets aufgestellt, dessen Ablenkungen mittelst einer auf 3,184 Meter vom Spiegel des Magnets entfernten Scala abgemessen wurden. Die Rollen wurden mit den Nummern I und II bezeichnet und hatten folgende Dimensionen:

	I.	II.
Der innere Durchmesser . .	235,65 Mill.	235,47 Mill.
Der äufsere Durchmesser . .	247,23 „	246,94 „
Die Anzahl der Drahtschichten	4 „	4 „
Die Anzahl der Windung in jeder Schichte	29 „	30 „
Der Flächeninhalt	$F_1 = 5{,}3113$ □Met.	$F_2 = 5{,}4834$ □Met.

Man bezeichne ferner durch

e die Entfernung des Schwerpunktes der Rolle von dem des Magnets,

$2b$ die Stärke der Rolle, welche für beide Rollen im Mittel gleich 0,0213 Met. gesetzt werden kann,

a den mittleren Radius der Rolle (für beide = 0,12064 Meter),

H die Gröfse der horizontalen Componenten des Erdmagnetismus für den Beobachtungsort,

J die Intensität des Stromes in den Rollen,

v den Ablenkungswinkel des Magnets unter der Wirkung des Stromes J.

Dann hat man:

$$\frac{H}{J} \operatorname{tang}^2 = A_1 + A_2 B,$$

wo

$$A_1 = \frac{2F}{(e^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \left(1 + \frac{2b^2}{e^2+a^2}\right)$$

und

$$A_2 = \frac{10F}{(e^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \left(1 - \frac{5}{4} \frac{a^2-4b^2}{e^2+a^2}\right).$$

Die Constante B hängt von der Vertheilung des Magnetismus im Magnet ab und kann nur empirisch bestimmt werden. Bezeichnet man zwei Ablenkungswinkel, welche bei den Entfernungen e und e' der Rollen vom Magnet beobachtet werden, so ergiebt es sich

$$B = -\frac{A_1}{A_2} \frac{1 - \frac{A'_1}{A_1} \frac{\operatorname{tg} v}{\operatorname{tg} v'}}{1 = \frac{A'_2}{A_2} \frac{\operatorname{tg} v}{\operatorname{tg} v'}},$$

wo die gestrichenen Buchstaben die für die Entfernung e' berechneten Werthe bezeichnen.

Die Gröfse von H wurde auf bekannte Weise bestimmt und ihr Mittelwerth betrug während der Zeit der Versuche 1,795.

Bezeichnet man durch s die unmittelbar beobachtete, in Scalentheilen (Millim.) ausgedrückte Galvanometerablenkung und setzt man

$$\Sigma = s\left(1 - \frac{s^2}{4D^2}\right),$$

wo D den Abstand der Scale vom Galvanometerspiegel bezeichnet, so ist

$$\operatorname{tg} v = \frac{\Sigma}{2D}$$

und

$$S = C \,.\, \Sigma,$$

wo

$$C = \frac{H}{2D} \frac{1}{A_1 + A_2 B}.$$

Auf diese Weise wurden verschiedene Werthe von C für verschiedene Abstände der Rollen bestimmt, indem der Strom durch die beiden oder durch die eine von ihnen ging.

Ein anderes Galvanometer (G) wurde mit dem absoluten verglichen, indem man denselben Strom durch die beiden gehen liefs und zwischen die von G kommenden Drahtenden eine Brücke von einem bestimmten Widerstand w einschaltete. Bezeichnet man durch W den Widerstand des Galvanometers (G), durch i die Strominten-

sität in demselben, durch J die Stromintensität im absoluten Galvanometer, so hat man

$$i = \frac{w}{W+w} J,$$

$$J = C . \Sigma, \quad i = G\sigma,$$

wo Σ und σ die *corrigirten* Ablenkungen der beiden Galvanometer bezeichnen. Man erhält also

$$G = \frac{w}{W+w} . \frac{\Sigma}{\sigma} . C.$$

Auf diese Weise erhielt man, indem man die beiden Rollen I + II des absoluten Galvanometers und die einzelne Rolle II benutzte:

$$G = 10^{-11} \times 2511.$$

Geht ein momentaner Strom, von der integralen Intensität i, durch das Galvanometer (G), so hat man bekanntlich:

$$i = G \frac{T}{\pi} (1 + \tfrac{1}{2}\lambda + 0{,}02868\lambda^2)\, \sigma = G'\sigma,$$

wo T die Schwingungsdauer des Magnets des Galvanometers bezeichnet, λ die in naturalen Logarithmen ausgedrückte Dämpfung der Schwingungen desselben, σ den corrigirten Ausschlag. Die Correction wird nach der Formel ausgeführt:

$$\sigma = s\left(1 - \frac{3D^2}{s^2}\right),$$

wo s den unmittelbar beobachteten Ausschlag bezeichnet und D — den Abstand der Scala vom Galvanometerspiegel. Auf diese Weise erhielt man:

$$G' = 10^{-11} \times 8492.$$

Beim Magnetisiren des Ringes verfuhr man stufenweise, indem man von schwächeren magnetisirenden Strömen zu stärkeren überging. Der permanente Magnetismus wurde also im Ring, so zu sagen, in successiven Schichtungen angehäuft und konnte mit einer gröfseren Genauigkeit gemessen werden, als im Falle, wenn alle Schichtungen auf einmal entständen.

Vor jedem Versuch wurde in den magnetisirenden Strom ein Widerstand eingeschaltet, der dem des primären Drahtes gleich war, und der Strom wurde mittelst des Galvanometers (c) gemessen. Je nach der Stärke des Stromes wurden die beiden Rollen I + II, in den Entfernungen von 1,050 und 1,350 Mr. vom Magnet, oder die einzelne Rolle II in denselben Entfernungen benutzt. Nachher wurde der Hülfswiderstand weggenommen und statt dessen der primäre Draht des Ringes eingeschaltet. Der inducirende Strom wurde dann geschlossen und der Magnet des Galvanometers (G) erhielt einen Stofs, dessen Gröfse das Maafs der inducirten temporären und permanenten Magnetisirung gab. Bei dem folgenden Oeffnen und Schliefsen desselben inducirenden Stromes gaben die Ausschläge des Galvanometers das Maafs des verschwindenden temporären Magnetismus. Bei den nachfolgenden Versuchen wurde die Stärke des inducirenden Stromes stufenweise vergröfsert und dasselbe Verfahren wiederholt.

Bezeichnet man durch σ den Ausschlag des Galvanometers (G) beim ersten Schliefsen des inducirenden Stromes, durch σ' — den Ausschlag bei darnach folgendem Schliefsen und Unterbrechen desselben Stromes, durch Σ — die Ablenkung des absoluten Galvanometers (C), durch μ — die Stärke der verchwindenden Magnetisirung, durch M — die der permanenten, durch w — den Widerstand des Kreises, durch welchen der inducirte Strom fliefst, so hat man

$$M + \mu = 1{,}369\, w\, G'\sigma - 1167\; C\Sigma$$
$$\mu = 1{,}369\, w\, G'\sigma' - 1167\; C\Sigma,$$

woraus folgt:

$$M = 1{,}359\, (\sigma - \sigma')\, G' w.$$

Man sieht also, dafs die unmittelbare Messung von J bei diesen Bestimmungen nicht nothwendig wäre; sie wurde indessen ausgeführt, um die erhaltenen Resultate controlliren zu können und dieselben mit den von Rowland gegebenen zu vergleichen.

In der unten angeführten Tabelle sind die Gröfsen

von σ, σ', Σ und n bei verschiedenen Versuchen angegeben.

Rolle	Σ	σ	σ'	w
I + II (1,050)	196	80,5	55,2	$10^7 \times 4{,}381 \frac{\text{Met.}}{\text{Sec.}}$
—	255	118,7	92,5	—
—	433	160,2	125,2	—
I + II (1,305)	239	210,5	164,5	—
—	418	137,7	34,2	$10^7 \times 41{,}99$ „
nicht unmittelbar beobachtet	—	103,6	43,2	—

Die Stromintensität J wurde im letzten Versuch nicht unmittelbar gemessen, sondern aus den Widerstandsmessungen berechnet.

In der nachfolgenden Tabelle sind die aus den oben angegebenen Versuchen berechneten Werthe von J, M und μ angeführt.

J	$\frac{2\pi}{n} \cdot \frac{P}{\lambda} J$	Zuwächse von M	Summe der Zuwächse von M	μ
1) $10^{-2} \times 0{,}2828$	3,3	128,8		277,8
2) $10^{-2} \times 0{,}3679$	4,3	133,5	262,3	466,8
3) $10^{-2} \times 0{,}6247$	7,3	178,2	440,5	630,1
4) $10^{-2} \times 0{,}7461$	8,7	234,3	674,8	829,0
5) $10^{-2} \times 1{,}3030$	15,2	5051	5725,8	1654
6) $10^{-2} \times 4{,}3150$	50,4	2947	8672,8	2058

Man erhielt also

$$M = 8673 \text{ Gr.}^{\frac{1}{2}} \times \text{Met.}^{-\frac{1}{2}} \times \text{Sec.}^{-1}.$$

Der Sprung, welchen M beim fünften Versuch machte, wurde zweimal nicht vorausgesehen, und der Magnet des Galvanometers dabei zweimal aus der Scala hinausgeworfen. Deshalb mufste man jedesmal den Ring wieder härten und anlassen und die ganze Versuchsreihe von Anfang an beginnen.

Unten werden die aus Rowland's Versuchen mit Bessemerstahl erhaltenen Zahlenwerthe angeführt; dieselben sind aus folgenden Beziehungen berechnet, deren Bedeutung aus den in dem unten citirten Aufsatze des genannten Autors angegebenen Formeln sich erklärt[1]):

$$M = \frac{1}{4\pi}(Q - F),\ \mu = \frac{1}{4\pi}T = \overline{M},\ J = \frac{2\pi a}{n}\overline{M},$$

wobei die Bedeutung von J, μ und M dieselbe wie oben bleibt und die von Rowland durch M bezeichnete Gröfse mit $\overline{M}$ belegt ist.

J	Summe der Zuwächse von M	μ	$\overline{M}$
$10^{-2} \times 0{,}2381$	57,8	246	0,9398
$10^{-2} \times 0{,}3599$	169,1	442	1,421
$10^{-2} \times 0{,}5852$	1075	898	2,300
$10^{-2} \times 0{,}8155$	2720	1298	3,219
$10^{-2} \times 1{,}440$	4926	1872	5,698
$10^{-2} \times 5{,}156$	7713	3270	20,69

(Schlufs im nächsten Heft.)

VI. *Ueber die Entgegnung des Hrn. Schlösser und die angebliche Vorzüglichkeit des Ebonits für die Scheiben von Influenzmaschinen; von W. Holtz.*

Die Kühnheit, mit welcher Hr. Schlösser im 8. Heft dieser Annalen meine frühere Berichtigung zu verdrehen und das Motiv derselben zu verdächtigen sucht, zwingen mich in dieser Angelegenheit noch einmal das Wort zu nehmen.

1) *Phil. Mag.* 1873, August *p.* 152, Tab. IV.

Hr. Schlösser verdreht meine Berichtigung, wenn er die Behauptung aufstellt, ich hätte mein Prioritätsrecht auf das für ihn ausgedachte Jahrmarktsmaschinchen gestützt. Ich stützte es vielmehr auf die bereits im Jahre 1867 ausgestellte Cylindermaschine, da es sich hier um die influenzelektromotorische Wirksamkeit der Masse, nicht um die Form ihrer Anwendung handelt, und jene, wenn einmal für krumme Flächen constatirt, für gerade unmöglich neu zu nennen ist. Zum Ueberfluſs erlaubte ich mir noch darauf hinzuweisen, daſs ich meine Versuche vernünftiger Weise mit geraden Flächen begonnen habe müsse. Wenn ich mit meinen vermeintlichen Ansprüchen Hrn. Bleekrode gegenüber schwieg, so geschah es einmal, weil ich der Sache selbst, wie ich schon früher bemerkte, sehr wenig Gewicht beilegte, dann weil ich annahm, daſs der Pisko'sche Ausstellungsbericht nicht in weiteren Kreisen bekannt geworden sey. Ich würde aus denselben Gründen auch Hrn. Schlösser gegenüber geschwiegen haben, hätte ich nicht zufällig Beweise in Händen gehabt, daſs derselbe wider besseres Wissen gehandelt. Um dies zu zeigen, muſste ich mich auf die vielbesprochene kleine Maschine und einen Brief des Hrn. Schlösser über den Empfang derselben beziehn.

Besagte Maschine war allerdings die einzige Influenzmaschine mit Ebonitscheiben, welche Hr. Schlösser von Hrn. Borchardt bezog (Maschinen mit Glasscheiben, auf deren eigenartige Construction ich hier nicht näher eingehn will, hat Hr. Schlösser wiederholt bezogen), und wenn jene sich schwerer, als eine andere erregen lieſs (ich habe sie indessen bei trockner Witterung häufig genug durch eine gewöhnliche Ebonitplatte erregen können), so lag der Grund keineswegs in ihrer Construction, welche, wie ich ausgeführt, für den bestimmten Zweck eine wohl überlegte war, sondern einzig und allein in ihrer winzigen Gröſse, weil sich hier die Influenzwirkung des Erregens nicht gut auf die eine Hälfte der Maschine beschränken lieſs. Für die vorliegende Frage aber kommt die Gröſse

und die damit verbundene geringe Wirksamkeit durchaus nicht in Betracht, da es sich hier nicht um irgend welche Dimensionen, sondern einfach um die Anwendung der Ebonitmasse handelt. Uebrigens wuſste Hr. Schlösser längst, wie ich aus einem vom 26. März 1874 datirten Schreiben desselben ersehe, daſs Hr. Borchardt für Elektrophore und Elektrisirmaschinen auch gröſsere Ebonitscheiben bis zu 700^{mm} Durchmesser zu liefern pflegte.

Hr. Schlösser behauptet nun, er habe mit seiner von mir angegriffenen Erklärung ganz und gar keine Prioritätsrechte geltend machen wollen, und es muſs zugegeben werden, daſs er die bezüglichen Worte nicht gebraucht hat. Ist es jedoch etwas Anderes, wenn man bezugnehmend auf einen Artikel, in welchem eine gewisse Idee als neu hingestellt wird, erklärt, daſs man bereits seit sehr geraumer Zeit und anerkannter Maaſsen nach eben dieser Idee arbeitet und wenn man zugleich verschweigt, daſs man nicht selber der Autor dieser Idee ist? Ich konnte diese Erklärung nicht anders deuten, als daſs Hr. Schlösser wirklich die Priorität der Erfindung beanspruchen wollte und ich wurde in meiner Auffassung noch bestärkt durch den Wortlaut eines Briefes, welchen Hr. Borchardt seiner Zeit von einem Mitgliede der Königsberger Ausstellungscommission erhalten hatte, worin angefragt wird, ob Hr. Schlösser wirklich der Erfinder der Influenzmaschinen mit Ebonitscheiben sey, wie er dort behauptet habe. Sollte ich mich trotzdem geirrt haben, so war jene Erklärung mindestens eine ungerechtfertigte Reclame, welche eine Rüge verdiente und welche auch gewiſs, hätte Hr. Professor Poggendorff die wahre Sachlage gekannt, in diesen Annalen keine Stelle gefunden hätte.

Hr. Schlösser möchte sich für diese Rüge rächen und sucht daher das Motiv derselben zu verdächtigen. Er citirt einen kaum zur Sache gehörigen Brief des Hrn. Borchardt, worin dieser sich über die Carré'sche Maschine äuſsert und hierbei Worte gebraucht, welche allerdings miſsverstanden d. h. so gedeutet werden können,

als ob ich andere als wissenschaftliche Interessen verfolge. Damit diese Worte nun aber auch ja in dem angedeuteten Sinne verstanden würden, beeilt er sich zwischen ihnen eine dahin zielende, sonst durch Nichts motivirte Frage zu interpoliren. Es mag daher an der Zeit seyn, hier öffentlich zu erklären, daſs wenn ich für die Realisirung meiner Ideen auch ein kleines Vermögen geopfert, ich doch niemals hieraus den geringsten pecuniären Vortheil gezogen habe, mit Ausnahme zweier Geldspenden, welche mir wissenschaftliche Institute bewilligten. Wenn ich mich vor Jahren einmal, als ein ganzes Heer untergeordneter Mechaniker über die neue Erfindung herfiel, für die Maschinen des Hrn. Borchardt verbindlich machte, so geschah dies einzig und allein im Interesse der Sache selbst, und wenn sich in meinen späteren Arbeiten der Name des Hrn. Borchardt noch häufig erwähnt findet, so geschieht es, weil ich die Ideen eines Anderen nicht für meine eigenen ausgeben will. Ein geschäftliches Interesse, wie Hr. Schlösser mir solches octroyiren möchte, habe ich bisher niemals vertreten, noch in irgend einer Weise begünstigt, und sollte Hr. Schlösser, wie ich aus seiner interpolirten Frage schlieſsen muſs, kein anderes Interesse begreifen können, so thäte er besser, sich wissenschaftlichen Kreisen ferner zu halten.

Mehr harmlos aber nicht weniger berechnend ist die Art und Weise, wie Hr. Schlösser meine Behauptungen über die Schattenseite der Ebonitmasse zu entkräften strebt. Er meint nämlich, daſs ich voraussichtlich nur schlechte Masse in Händen gehabt und überhaupt eine gute Sorte von einer theuren nicht zu unterscheiden verstände, während er selber im Besitze einer ganz vorzüglichen Masse sey, deren Bezugsquelle er uns indessen wohlweislich verschweigt. Ich werde dieser neuen Reclame weiter unten durch Angabe guter Bezugsquellen die Spitze abzubrechen suchen. Hier möchte ich jedoch daran erinnern, daſs die Ebonitmasse bereits bei meinen ersten Constructionen eine wesentliche Rolle spielte; und da sie bei allen späteren

eine vielseitige Anwendung gefunden, dürfte es in hohem Grade wahrscheinlich seyn, dafs ich ihren guten und schlechten Eigenschaften und ihrer successiven Verbesserung eine ganz besondere Aufmerksamkeit schenkte. Hr. Schlösser thäte daher gut, meinen Angaben in dieser Beziehung das vollste Vertrauen zu schenken und bei abweichenden Erfahrungen lieber anzunehmen, dafs er selber, als dafs ich im Irrthum sey.

Vor Allem aber hätte Hr. Schlösser meine Berichtigung sorgfältiger durchlesen sollen, bevor er es unternahm nach Widersprüchen zu suchen. Ich habe ausdrücklich erwähnt, wie ich bei dem für ihn bestimmten Maschinchen eine ausnahmsweise grofse Rotationsgeschwindigkeit beabsichtigte und mit aus diesem Grunde hier die Glasscheiben wegen ihres gröfseren Gewichts und ihrer gröfseren Ungleichmäfsigkeit verwarf. Wenn Hr. Borchardt nun trotzdem später demselben Maschinchen Glasscheiben hinzufügte, jedoch gleichzeitig bemerkte, dafs dieselben auch nicht besser, als Ebonitscheiben wirken würden, wo liegt denn hier, abgesehen davon, dafs ich für die Worte eines Andern nicht verantwortlich bin, irgend ein Widerspruch mit meiner früheren Behauptung, dafs Glasscheiben unter gewöhnlichen Verhältnissen (denn solche können doch nur bei einem allgemeinen gefällten Urtheile berücksichtigt werden) empfehlenswerther oder wirksamer seyen?

Ueber die vergleichenden Versuche des Hrn. Schlösser mufs ich schweigen. Mag der geehrte Leser sich nach dem Angeführten selbst ein Bild von jenen Versuchen machen.

Indem ich hiermit Hrn. Schlösser, wie ich hoffe auf immer, verlasse, mufs ich der angeblichen Vorzüglichkeit der Ebonitmasse noch eine weitere Besprechung widmen.

Hr. Dr. Bleekrode veröffentlichte im verflossenen Jahre (diese Annal. Bd. 156, S. 278) eine gröfsere Arbeit über Elektromaschinen mit Ebonitscheiben, worin nach

einem kurzen geschichtlichen Ueberblicke eine einfache und eine Doppelmaschine in solcher Ausrüstung beschrieben werden. In jenem finde ich einige kleine Lücken und Irrthümer, auf welche ich zu gelegenerer Zeit hinweisen werde [1]). Durch die Beschreibung der Doppelmaschine hat Hr. Bleekrode sich sicher ein grofses Verdienst erworben, indem er zugleich die interessante Kaiser'sche Construction der Vergessenheit entzog; und ich speciell bin dem Autor für die günstige Richtung, welche er hierdurch meinen Versuchen gab, nicht wenig verpflichtet. Mit dem jedoch, was derselbe über die Vorzüglichkeit der Ebonitmasse sagt, und mit der Art und Weise, wie er seine Maschinen mit anderen vergleicht, kann ich mich nur zum kleinsten Theile einverstanden erklären. Hr. Bleekrode möchte der Ebonitmasse besondere elektrische Eigenschaften vindiciren, kraft deren z. B. Maschinen mit Ebonitscheiben zu ihrer Erregung nothwendig eines diametralen Conductors bedürften. Er giebt aber seinen Hauptconductoren, worauf Riefs bereits kürzlich gelegentlich seiner Abhandlung über die neutralen Kämme aufmerksam machte, eine solche abnorme Stellung, dafs sich unter diesen Verhältnissen eine Maschine mit Glasscheiben ohne diametralen Conductor eben so wenig erregen läfst. Er stellt nämlich jene Hauptconductoren nicht dem Anfang der Belegungen, sondern der Mitte der Oeffnungen gegenüber, wodurch sie nur als Entladungs-, nicht gleichzeitig als Ladungsconductoren wirken können, so dafs es hier nothwendig zur Erregung und zur Erhaltung der Wirksamkeit eines andern Paars von Conductoren bedarf. Mit dieser Stellung stehn aber die übrigen scheinbar vortrefflichen Wirkungen seiner Maschinen in innigstem Zusammenhange. Denn diese

1) Ich möchte jedoch nicht unterlassen, schon an dieser Stelle hervorzuheben, dafs meine erste Maschine, welche der Berliner Akademie vorgezeigt wurde, nicht diejenige war, welche ich zuerst in diesen Annalen beschrieb. Jene war in mancher Beziehung unvollkommen und namentlich dadurch complicirter, dafs in ihr das Schnurrad gleichzeitig als Reibzeugmaschine benutzt zur Erregung und Speisung einer grofsen Zahl von Belegungen diente.

Stellung ist ausschliefslich der intensiven Wirkung günstig und sie ist es allein, welche Hr. Bleekrode mit anderen Maschinen vergleicht, während die quantitative Wirkung, welche sich nicht so unmittelbar vergleichen läfst, bei derselben Stellung nur eine verhälnifsmäfsig geringe Gröfse erreichen kann, weil der Ladungsstrom vollständig für den Nutzeffect verschwindet. Ich habe daher niemals eine solche Stellung empfehlen können, weil ich bei dem in Rede stehenden Apparate immer ganz besonders die quantitative Wirkung im Auge hatte, und alle früheren Angaben, welche ich über die Funkenlänge machte, beziehen sich selbstverständlich auf die normale Stellung der Conductoren. Hr. Bleekrode handelte natürlich in gutem Glauben, als er die vorzüglichen Wirkungen seiner Maschinen hervorhob, denn er wundert sich gleichzeitig über die intensive sowohl, als die quantitative Leistung. Ihm fehlte jedoch der Maafsstab, da er nur Versuche mit Ebonitscheiben und nur in der bestimmten abnormen Stellung der Conductoren anstellte. Nach seinen Angaben über die quantitive Wirkung aber mufs diese eine ganz aufserordentlich schwache gewesen seyn, da nach meiner Ansicht eine Maschine von der bezeichneten Gröfse in einer Minute nicht blofs zwei grofse Leydener Flaschen (und, wie ich aus der grofsen Schlagweite schliefse, noch dazu in kettenartiger Verbindung), sondern eine ganze Batterie bis zur äufsersten Schlagweite laden müfste. Hätte Hr. Bleekrode, was vielleicht garnicht in seiner Absicht lag, wirklich vergleichende Versuche zwischen Glas- und Ebonitscheiben anstellen wollen, so hätte er beide Stoffe (selbstverständlich eine gute Glassorte vorausgesetst) bei derselben Maschine, bei derselben Stellung der Conductoren und überhaupt bei sonst genau gleichen Verhältnissen kurz nach einander in ihren verschiedenen Leistungen prüfen müssen.

Obwohl nun nach dem Gesagten die Angaben des Hrn. Bleekrode über die Vorzüge der Ebonitsmasse nicht für entscheidend gelten konnten, so war es doch immerhin

möglich, daſs er ein besonders günstiges Material zur Verfügung gehabt, und daſs sich mit solchem bessere Resultate erzielen lieſsen, als Andre bisher mit besagter Masse erzielen konnten.

Hr. Borchardt hat, wie mir derselbe mitgetheilt, seine Ebonitmasse für die Scheiben und Erregungsplatten der Influenzmaschinen, seit einer langen Reihe von Jahren fast ausschlieſslich aus Hannover und Hamburg bezogen und zwar dort von der sogenannten Gummi-Kamm-Compagnie (Striehlstraſse), hier von der Firma H. C. Meyer jun. und der Newyork-Hamburger Gummiwaaren-Compagnie. Diese Firmen liefern Mischungen verschiedener Güte, welche sie mit den Buchstaben *A*, *B*, *C* usw. zu bezeichnen pflegen, und welche im Preise sowohl, als in ihren elektrischen Eigenschaften mehr oder weniger von einander differiren. Da die Bezeichnung der Mischungen wohl nicht bei allen Firmen eine analoge, diejenige aber, welche am stärksten geschwefelt, für den vorliegenden Zweck unter allen Umständen die beste ist, so ist es am sichersten, bei einer etwaigen Bestellung diesen Punkt besonders hervorzuheben. Durch den starken Schwefelgehalt wird die Masse indessen spröder, muſs daher vorsichtiger bearbeitet und behandelt werden und dürfte sich auch deswegen für andere Stücke, welche eine gröſsere Elasticität beanspruchen, weniger eignen. Die Masse wird von den Fabriken, soweit es für den vorliegenden Fall in Betracht kommt, in kleineren und gröſseren, aber nur viereckigen Platten abgegeben und stellt sich pro Kilo auf 6 bis 8 Mark. Auf Verlangen werden zwar auch runde Scheiben zu einem höheren Preise geliefert, doch sind diese als Scheiben für Influenzmaschinen nicht gut zu benutzen, weil solche, wenn sie genau laufen sollen, besser nachträglich, nachdem sie bereits mit einer mittleren Oeffnung versehen sind, sey es auf der Drehbank, sey es mit Hülfe einer besonderen Vorrichtung, rund geschnitten werden. Das Letztere geschieht mittelst eines Stichels oder eines stichelartigen Werkzeuges, welches die Platte sanft be-

rührend, und gewissermaafsen nur schabend, ganz allmählig eine immer tiefere Furche zieht. Bei dünnen Platten jedoch ist hierbei die äufserste Vorsicht nöthig, da die spröde Masse leicht einspringt und dann nicht mehr zu verwerthen ist. Uebrigens sind auch die gelieferten Platten nicht immer von solcher Geradheit, dafs man sie umittelbar zu laufenden Scheiben benutzen kann. Sie müssen dann zwischen stark erhitzten und langsam wieder abkühlenden Planscheiben von Gufseisen gerade gestreckt werden. Hierdurch verlieren sie jedoch einen Theil ihrer Politur und sie pflegen sich auch im Verlaufe der Zeit, namentlich in warmer Luft wieder einwenig zu krümmen, wenn sie auch ganz unbenutzt bleiben. Die Fabriken liefern Platten von jeder beliebigen Stärke. Zu Erregungsplatten sind die dünnsten, zu rotirenden Scheiben solche von 1½ bis 2½, zu festen solche von 2½ bis 3½^{m} die geeignetsten, doch kommt hierbei natürlich wesentlich die Gröfse der Maschine in Betracht.

Hr. Bleekrode hatte seine Ebonitmasse von Ott und Immelen in Schaffhausen bezogen, und da Hr. Borchardt noch einmal eine Reihe vergleichender Versuche anstellen wollte, so wandte er sich an dieselbe Bezugsquelle mit der Bitte, ihm genau dieselbe Masse liefern zu wollen. Die bezogene Masse war indessen nicht unerheblich theurer, als diejenige der oben genannten Fabriken (möglicher Weise, weil die fragliche Firma kein Fabrik-, sondern vielleicht ein Commissionsgeschäft ist), ohne indessen, wie ich gleich im Voraus bemerken will, in ihren Eigenschaften irgend wie vorzüglicher zu seyn.

Hr. Borchardt hat mir nun vor Kurzem über das Resultat seiner Versuche berichtet und wenn meine bisherigen Erfahrungen hierdurch auch nur unwesentlich bereichert sind, so scheint mir doch die Veröffentlichung seiner Worte an dieser Stelle geboten. Derselbe schreibt:

„Ich verglich zunächst an einer kleineren Maschine die Masse der 4 verschiedenen Bezugsquellen mit einander, indem ich sie der Reihe nach möglichst gleichzeitig als

rotirende Scheibe benutzte. Die feste Scheibe war von Glas und sie blieb während dieser Versuche, wie alle übrigen Verhältnisse, soweit ich es bemerken konnte, ungeändert. Ich wiederholte die Versuche an verschiedenen Tagen und namentlich bei schwüler Witterung, wobei es sich dann ergab, daſs die erste Scheibe, wenn ich sie nach Prüfung der anderen noch einmal wieder vornahm, nicht immer ihre frühere Wirkung zeigte, voraussichtlich, weil sich der Feuchtigkeitsgehalt der Luft inzwischen schon geändert hatte. Ich pflegte in solchen Fällen die Versuche kurz nach einander in umgekehrter Reihenfolge zu wiederholen und bei abweichenden Resultaten das Mittel zu nehmen. Alle Scheiben waren polirt, stark schwefelhaltig und annähernd von gleicher Dicke; unmöglich aber war es vier Scheiben von gleicher Geradheit auszuwählen, da ich sie absichtlich nicht strecken, sondern so, wie sie von den Fabriken geliefert waren, benutzen wollte. Die Platten der Newyork-Hamburger Gummiwaaren-Compagnie aber zeichneten sich vornehmlich durch Geradheit aus, und diesem Umstande mag es daher zu verdanken seyn, daſs sie zuweilen eine bessere Wirkung zeigten. Hiervon abgesehen habe ich, sey es in der Leichtigkeit der Erregung, sey es in der Funkenlänge, sey es in der Schnelligkeit, mit welcher die einzelnen Entladungen auf einander folgten, zwischen den verschiedenen Massen keinen solchen Unterschied gefunden, daſs ich die eine vor der anderen empfehlen könnte. Nach diesen Versuchen stellte ich mir ein Scheibenpaar von 400 respective 450^{mm} Gröſse aus der Masse von Ott und Immelen her und verglich an einer mit den neuen Verbesserungen ausgerüsteten Maschine diese Scheiben mit Scheiben aus gutem unlackirtem Glase[1]). Ich muſs jedoch bemerken, daſs ich die Ebonitscheiben bei dieser Gröſse wegen ihrer gerin-

1) Hr. Borchardt meint mit den angedeuteten Verbesserungen voraussichtlich diejenigen, welche in den Berichten der Göttinger Akademie vom 15. März d. J. von mir besprochen sind, und welche auch in diesen Annalen seiner Zeit eine Stelle finden werden.

geren Geradheit und gröfseren Biegsamkeit nicht so nahe an einander rücken konnte, als es bei den Glasscheiben möglich war. Trotzdem gab es einen gewissen Feuchtigkeitszustand der Luft (das Hygrometer zeigte denselben nicht immer mit Sicherheit an), bei welchem sich die Ebonitscheiben leichter als die Glasscheiben erregen liefsen. Es gab aber auch Tage und Tageszeiten (namentlich unmittelbar vor einem Gewitter oder einer längeren Regenzeit), an welchen keine von beiden irgend eine Wirkung zeigen wollten. Im Ganzen jedoch mufs zugegeben werden, dafs sich bei grofser Feuchtigkeit Ebonitscheiben (so lange sie neu sind) etwas leichter erregen lassen. Ist eine Glasscheibe aber einmal erregt, so scheint sie, selbst in feuchter Luft, kräftiger zu wirken. Bei geringerer Feuchtigkeit war dies unverkennbar; Funkenlänge und Entladungszahl waren um $\frac{1}{5}$, und in trockner Luft um $\frac{1}{4}$ gröfser, als Ebonitscheiben sie zu liefern vermochten, und niemals habe ich mit den letzteren das sonstige Maximum der Schlagweite von 250 bis 260^{mm} auch nur annähernd erreichen können[1]). Dagegen mufs wieder zugegeben werden, dafs Ebonitscheiben (so lange sie neu sind) sowohl in feuchter, als in trockner Luft länger elektrisch bleiben, obwohl ich auch Glasscheiben in trockner Luft häufig noch nach 12 Stunden ohne weitere Erregung wirksam fand. Eine Erwärmung der Scheiben habe ich nicht zu wiederholen gewagt, nachdem ich schon früher häufig in Erfahrung gebracht, dafs sich die Ebonitmasse bei solcher Gelegen-

1) Ich möchte den Worten des Hrn. Borchardt hier eine kleine Bemerkung hinzufügen. Hr. Bleekrode giebt nämlich dasselbe Maximum der Schlagweite von 260^{mm} an, aber er bemerkt zugleich, dafs seine Maschine solches nur mit ungleichen Elektroden und im erwärmten Zustande liefere, während Hr. Borchardt, wie ich aus Erfahrung weifs, seine Schlagweite nur zwischen gleichen Elektroden und ohne jede Erwärmung der Scheiben bestimmt. Ferner waren die Scheiben des Hrn. Bleekrode um etwa 50^{mm} gröfser, und er hatte seinen Hauptconductoren, worauf ich bereits aufmerksam machte, eine namentlich für die intensive Wirkung besonders günstige Stellung gegeben.

heit leicht dauernd verzieht und ich nun des bessern Vergleichs halber auch die Glasscheiben nicht erwärmen durfte, obwohl dies sonst, wie ja längst bekannt, mit Hülfe einer vor die rotirende Scheibe gestellten Flamme ohne Nachtheil und mit gutem Erfolge geschehen kann. Ebonitscheiben aber müssen nach meiner Ansicht nicht bloſs gegen strahlende Ofen- oder Sonnenwärme geschützt werden, sondern sie verziehen sich sogar, wenn man sie an warmen Sommertagen auf einer krummen Unterlage liegen läſst[1]). Das Strecken derselben aber ist mit groſsen Schwierigkeiten verknüpft, und wiederholt gestreckte Scheiben scheinen erst recht gegen Temperaturveränderung empfindlich. Versuche mit älteren oder viel benutzten Scheiben habe ich neuerdings nicht angestellt, weiſs aber aus langjähriger Erfahrung, daſs die Ebonitmasse mit der Zeit aus verschiedenen Gründen mehr oder weniger unwirksam wird. Es mag seyn, daſs unter Umständen alsdann ein Abreiben mit kohlensaurer Magnesia nutzt; häufig erstreckt sich die Veränderung jedoch so tief in die Masse hinein, daſs hier nur die Anwendung von Sand- oder Smirgelpapier Erfolg haben kann. Hiermit geht aber die Politur verloren, welche bis zu einem gewissen Grade die elektrische Wirksamkeit zu begünstigen scheint, und es ist für den Mechaniker schwer, jene wieder auf gröſseren Flächen herzustellen, namentlich, wenn die Geradheit derselben erhalten bleiben soll."

Hrn. Borchardt's Meinung stimmt hiernach mit derjenigen des Hrn. Bleekrode in soweit überein, als gute Ebonitscheiben sich im Allgemeinen etwas leichter erregen lassen und den elektrischen Zustand länger festhalten sollen, als Glasscheiben, und ich selbst bin dieser Ansicht und habe

1) Ich möchte hier hinzufügen, daſs die elektrische Anziehung eine ganz ähnliche Wirkung äuſsert, was auch Hr. Bleekrode bereits anzudeuten scheint, und möchte daher empfehlen, die rotirende Scheibe (bei der festen ist dies leider nicht gestattet) bei längerem Gebrauche zuweilen umzukehren und nach dem Gebrauche möglichst unelektrisch zu machen.

dieselbe nie bestritten. Hr. Bleekrode meint aber, dafs die Ebonitmasse auch überhaupt eben so wirksam sey, als Glas, dafs sie sich ohne Schaden erwärmen lasse und dafs die allmählige Abnahme ihrer Wirksamkeit nicht viel zu bedeuten habe. Dies bestreitet Hr. Borchardt und ich trete seiner Ansicht bei. Aber ich habe noch einen andern Grund, weshalb ich von der Verwerfung der Glasscheiben abrathe: es ist die Undurchsichtigkeit der Ebonitmasse, welche einmal den Gebrauch der Maschine erschwert, weil man die Ausdehnung der Belegungen, die Entfernung der auf einander einwirkenden Flächen, und andere hierbei in Betracht kommende Factoren nicht so leicht übersieht, dann auch namentlich der Erklärung des Apparats in Schulen, für welche er doch namentlich dienen soll, hinderlich ist. Ich möchte mir daher einen Vorschlag erlauben, welcher gewissermaafsen beide Ansichten vertritt. Man pflegt bei der Bestellung der Maschine zwei Scheibenpaare zu verlangen, für den Fall, dafs das eine einmal Schaden leiden sollte. Statt des zweiten Paares lasse man sich bei solcher Gelegenheit ein Paar Ebonitscheiben schicken, welche natürlich auch eben so gut nachträglich zu jeder Maschine geliefert werden können. Man kann dann je nach Bedürfnifs die einen oder die andern Scheiben hineinstellen und sich so am besten durch eigne Anschauung von den Vortheilen oder Nachtheilen derselben überzeugen. Ich zweifle nicht, dafs dann, wie bei der Reibzeugmaschine, so auch bei der Influenzmaschine das Glas allmählig den Sieg davon tragen wird.

Die von mir aufgestellte Ansicht wird übrigens keineswegs von Hrn. Borchardt und mir allein vertreten. Hr. Prof. Poggendorff hat, soviel ich weifs, längst die ihm zu vergleichenden Versuchen dienenden Ebonitscheiben bei Seite gestellt. Hr. C. A. Grüel, bekanntlich ein erfahrener Practiker auf dem Gebiete der Elektricität, spricht sich in einem an mich gerichteten Schreiben genau in demselben Sinne aus. Rühmkorff in Paris, welchem kurz nach Erfindung der Maschine ein kleines Modell mit

Ebonitscheiben zugeschickt wurde, hat es meines Wissens niemals für gut befunden, die letzteren zu adoptiren. Hr. Prof. Riefs und Hr. Prof. Kundt sind bei der Neuconstruirung der Maschine sogar noch weiter gegangen; sie haben die Ebonitmasse nicht nur für die Scheiben, sondern auch für die Träger der Conductoren verworfen, und ich selbst würde mich ihrer Ansicht anschliefsen, wenn ich nicht die Leitungsfähigkeit des Materials an dieser Stelle für weniger bedenklich hielte, und wenn nicht die Ebonitmasse durch die Leichtigkeit ihrer Bearbeitung in massiven Stücken vor dem Glase einen besondern Vortheil gewährte.

VII. *Bemerkung über die in der galvanischen Kette stattfindende Vertheilung des positiven Metalles an zwei Säuren; von Dr. Fr. Fuchs,*

Assistent am physikal. Institut in Strafsburg.

Geht der galvanische Strom durch ein Element, in welchem das positive Metall von einer Mischung zweier Säuren umgeben ist, so findet bei der elektrolytischen Auflösung ohne Zweifel eine Vertheilung desselben an die Anionen der Säuren statt. In der offenen Kette dagegen ist bei völlig gleichartiger Metalloberfläche nur die Tendenz zu einer gewissen Vertheilung vorhanden. Es schien mir, dafs sich die Bestimmung derselben in einfacher Weise auf die Ermittlung von Unterschieden elektromotorischer Kräfte zurückführen liefse. Der Erfolg hat den Erwartungen nicht entsprochen; einige Bemerkungen über den Gegenstand dürften gleichwohl am Platze seyn, da wahrscheinlicher Weise auf dem hier betretenen Wege noch Aufschlüsse zu gewinnen sind.

Es seyen drei nach dem Typus des Daniell'schen gebaute Elemente gegeben. In sämmtlichen befinde sich das Kupfer in einer Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd. Das Zink stehe wohl amalgamirt bei dem ersten Elemente in Schwefelsäure, bei dem zweiten in Essigsäure, bei dem dritten in einer Mischung der Säuren zu gleichen Aequivalenten. Nach den von Helmholtz dargelegten Principien sind die elektromotorischen Kräfte der Elemente proportional dem Quantum von Energie, welche an den elektromotorisch wirksamen Stellen bei Durchgang einer gegebenen Elektricitätsmenge verbraucht wird.

Es seyen demnach E_1, E_2, E_3 die Potentialdifferenzen der Elemente in der genannten Reihenfolge. Es sey beim ersten Elemente A_1, beim zweiten A_2 die nach Wärmeeinheiten gemessene Verminderung potentieller Energie, welche im chemischen Processe während der elektrolytischen Auflösung eines Aeqivalentes Zink stattfindet. Ferner sey w der gleichzeitig an der metallischen Contactstelle Zink-Kupfer eintretende Wärmeconsum. Es sey endlich beim dritten Elemente x_1 der mit der Schwefelsäure, $x_2 = 1 - x_1$ der mit der Essigsäure in Verbindung tretende Bruchtheil eines elektrochemischen Aequivalentes Zink. Die nach einer willkürlichen Einheit gemessenen elektromotorischen Kräfte E_1, E_2 und E_3 werden alsdann durch die folgenden Gleichungen bestimmt, worin k eine Constante bedeutet.

$$k \,.\, E_1 = A_1 + w$$
$$k \,.\, E_2 = A_2 + w$$
$$k \,.\, E_3 = x_1 \,.\, A_1 + (1 - x_1)\, A_2 + w.$$

Substituirt man die Werthe für A_1 und A_2 aus den beiden ersten Gleichungen in der letzteren, so erhält man

$$x_1 = \frac{E_3 - E_2}{E_1 - E_2}$$
$$x_2 = 1 - x_1 = \frac{E_1 - E_3}{E_1 - E_2}.$$

Da bei der Mischung zweier Säuren die Concentration einer jeden derselben geändert wird, so sind die Formeln nur gültig unter der Bedingung, dafs der Energieunterschied

der Anfangs- und Endglieder des elektrochemischen Processes in gewissen Gränzen von dem Wassergehalte der Säuren unabhängig sey, eine Forderung der im Allgemeinen eher schwache als starke Concentrationen genügen werden.

Schreibt man die Formel

$$x_1 = \frac{n(E_3 - E_2)}{n(E_1 - E_2)},$$

so bedeutet der Zähler den Potentialunterschied an den Kupferpolen zweier mit den Zinkpolen verbundenen Säulen von n Elementen E_3 einerseits und n Elementen E_2 anderseits. Eine entsprechende Bedeutung hat der Nenner. Sofern demnach überhaupt ein Unterschied der elektromotorischen Kräfte existirt, kann derselbe durch Opposition genügend grofser Säulen in den Bereich des Mefsbaren gerückt werden und nur in dem Falle, dafs die Formel unter der angeführten Bedingung ihrer Anwendbarkeit die unbestimmte Form $x_1 = \frac{0}{0}$ annimmt, ist die Messung principiell unmöglich.

In einer Versuchsreihe wurden je 5 Elemente der beschriebenen Art (Schwefelsäure, Essigsäure, Mischung zu gleichen Aequivalenten) in der durch die Formeln vorgeschriebenen Weise opponirt und der Potentialunterschied der freien Pole mittelst des Thomson'schen Quadrantelektrometers bestimmt. Bei einer Concentration von 1 Aeq. Säure auf 20 Aeq. Wasser lagen die zu messenden Gröfsen, also $5(E_1 - E_3)$ u. s. w. im Bereiche von etwa $\frac{1}{12}$ bis $\frac{1}{3}$ eines Normaldaniell.

In allen Fällen waren die nach den gewonnenen Zahlen berechneten Werthe x_1 und x_2 ächte, sich nahe zu Eins ergänzende Brüche. Gleichwohl konnten dieselben nicht als die wahren Vertheilungsconstanten betrachtet werden. Denn erstens hatte sowohl bei stärkeren als bei schwächeren Concentrationen eine Aenderung im Wassergehalte der Schwefelsäure-Elemente einen beträchtlichen Einflufs auf das Resultat und zweitens zeigten auch die unter scheinbar identischen Bedingungen gewonnenen Zahlen erhebliche Abweichungen. Das letztere rührte nicht von Ungleich-

heiten der Metalle, sondern wahrscheinlich von der nicht ganz zu vermeidenden Auflösung und Wasserstoffbeladung des Zinkes her.

Nur Eins liefs sich mit Sicherheit constatiren. Wurden zwei Säulen opponirt, von denen die erste in einem gegebenen Volumen dieselbe Menge Schwefelsäure wie die zweite, aufserdem aber noch eine Quantität Essigsäure enthielt, so erwies sich *cet. par.* die Potentialdifferenz der ersten immer etwas kleiner als die der zweiten. Die Herabsetzung der elektromotorischen Kraft durch Gegenwart der Essigsäure, ohne Verminderung der Concentration der Schwefelsäure, läfst wenigstens die Thatsache, dafs überhaupt eine Vertheilung des Zinks an die beiden Säuren eintritt, zweifellos erkennen.

Zu numerischen Bestimmungen dürfte sich das beschriebene Verfahren jedoch nur bei Opposition vielgliedriger Säulen mit sehr stark verdünnten und nicht allzu verschieden leitenden Säuren eignen.

VIII. *Ueber Bewegungserscheinungen an elektrisirten Quecksilberoberflächen;* *von* ***Hermann Herwig.***

Mit noch fortzusetzenden Versuchen über den Einflufs einer kräftigen positiven oder negativen Elektrisirung auf die Verdunstung von Flüssigkeiten beschäftigt, stellte ich gelegentlich auch starke elektrische Ladungen an Quecksilberflächen her und fand dabei interessante Bewegungserscheinungen, die meines Wissens noch nicht beschrieben worden sind. Eine weitere Verfolgung der Sache mir vorbehaltend, möchte ich für jetzt nur eine vorläufige Mittheilung darüber machen.

Wenn man eine flache, mit Quecksilber gefüllte Schale, gleichviel ob von Porcellau oder Platin, isolirt aufstellt und an irgend einen Punkt des Quecksilbers eine metallische Verbindung mit dem einen Pole einer Holtz'schen Maschine führt, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet ist, so entstehen an der Quecksilberoberfläche sofort lebhafte wellenartige Bewegungen, sobald zwischen den getrennten Polen Entladungen übergehen. Bei kreisförmiger Schale und fortdauerndem Spiele der Maschine bekommt man um den Schalenmittelpunkt gelagert prächtige concentrische Ringe von stehenden Bergen und Thälern. Bei rechteckiger Contur der Schale erhält man statt der Ringe rechtwinklig sich kreuzende Streifen. Die Ringe, resp. Streifen treten enger zusammen, wenn die Entladungen der Maschine häufiger erfolgen, also bei verringerter Schlagweite der Pole und namentlich, wenn man an Stelle der Funkenentladung durch Fortnahme des Condensators wesentlich die Büschelentladung treten läfst. Schon hieraus ist klar, dafs die Ladungen der Quecksilberfläche, die ja nach dem Rhythmus der anderseits zwischen den Polen erfolgenden Entladungen ihre Culminationen durchmachen, wie gleichmäfsige Stöfse auf diese ganze Fläche wirken und ihre Theilchen auseinandertreiben. Die Zahl der Stöfse ist so durch die Zahl der Entladungen gegeben.

Die Kraft der Stöfse ist dagegen durch die Gröfse des Potentials der freien Elektricität an der Quecksilberoberfläche bedingt. Dafür sprechen ohne weiteres folgende Versuche. Führt man Verbindungen von beiden Polen der Maschine an Quecksilbermassen in zwei getrennten Schalen, so erhält man an beiden die Wellenbewegungen. Nähert man jetzt dem Quecksilber der einen Schale einen ableitenden Draht, so wird die Gröfse der Niveauänderungen dort geringer und hört beim Eintauchen des Drahtes, wobei also die Quecksilbermasse einfach in den metallischen Stromesweg eingefügt wird, auf, sichtbar zu seyn; dagegen fangen die Bewegungen in der andern nicht abgeleiteten

Schale an, um so stärker sich zu zeigen. An letzterer ist eben bei Ableitung der ersten Schale und bei gleicher Wirkung der Maschine das Potential auf einen höhern Werth gestiegen.

Ebenso sind natürlich jedesmal dann, wenn man durch geänderte Schlagweite etc. dieselbe Elektricitätsmenge sich in selteneren, aber reicheren Quantitäten entladen läfst, die Wellen zwar weiter auseinandertretend, aber auch in den Tiefendimensionen entwickelter.

Wenn man endlich eine mit Quecksilber gefüllte Porcellanschale in eine etwas weitere, gleichfalls mit Quecksilber gefüllte Schale setzt und letztere ableitet, so erhält man beim Elektrisiren auch in Folge dieser Condensationseinrichtung verstärkte Bewegungen in der inneren Schale.

Aus allem geht also hervor, dafs man es hier mit Abstofsungen der gleichnamig elektrisirten Quecksilbertheilchen unter einander zu thun hat; das Quecksilber selbst wird dabei nicht irgend wie verändert

Dasselbe gilt nun auch für die nachstehenden in das Gebiet der Capillarerscheinungen gehörigen Versuche, die ich anstellte, um in directer Weise das Wirken der elektrischen Kräfte gegenüber den Cohäsionskräften an der flüssigen Oberfläche zu constatiren; auch bei diesen ist die Ladung mit freier Elektricität das Entscheidende. Dadurch treten diese Versuche in einen principiellen Unterschied zu den mannigfaltigen bekannten Erscheinungen am Quecksilber, die mit den elektrolytischen Wirkungen eines Stromes zusammenhängen.

Ich führe kurz die folgenden Versuche an:

Ein Quecksilbertropfen auf einer Glasplatte plattet sich sofort ab, wenn er kräftig elektrisirt wird.

Die Depression des Quecksilbers in einem capillaren Glasröhrchen vermindert sich erheblich beim Elektrisiren (durch Zuleitung eines Drahtes in einen weiteren mit dem Capillarröhrchen communicirenden Schenkel).

In einem nach oben sich erweiternden konischen Glasröhrchen, worin bei schräger Stellung Quecksilber gegen

die Schwere sich hält, wird es beim Elektrisiren sofort zum Herabfallen gebracht.

Zwischen zwei geneigten Glasplatten, deren Zwischenraum mit einem weiteren Glasschenkel communicirt, erleidet die capillare Depressionscurve des Quecksilbers beim Elektrisiren eine dem vorigen entsprechende Veränderung.

In Bezug auf diese gleichfalls mit der Holtz'schen Maschine angestellten Capillarversuche ist noch zweierlei hinzuzufügen.

Einmal spielt hier der Uebertritt der Elektricität auf die Glasflächen offenbar eine bedeutende Rolle. Die übergetretene Elektricität haftet dort fest und zeichnet die betreffenden Glasstellen (vielleicht auch durch wirkliche Oberflächenveränderung) gegen andre aus. Man bekommt demnach, wenn man aufhört das Quecksilber zu elektrisiren, häufig nicht ohne weiteres wieder die früheren Zustände hergestellt. So bleibt z. B. vielfach das Quecksilber in den Capillarröhrchen (namentlich nach positiver Elektrisirung) dauernd höher stehen u. s. f. Ueber diesen Punkt sind noch eingehendere Untersuchungen nöthig.

Zweitens hat sich, soweit meine bisherigen Beobachtungen reichen, bei den Capillarversuchen, namentlich in den Capillarröhrchen, eine *stärkere Wirkung der positiven Elektricität* gezeigt. Gerade die Versuche mit den Capillarröhrchen sind ja diejenigen, die die genauesten Vergleiche zulassen, und habe ich hier mehrfach zwei aus einem Stück geschnittene ganz gleiche Röhrchen zugleich am positiven und negativen Pole benutzt und dabei stets entschiedene Mehrwirkung des positiven Poles der Holtz'schen Maschine gefunden. Vielleicht mufs man hierbei an die von HHrn. Wiedemann und Rühlmann [1]) nachgewiesene Thatsache denken, dafs nämlich bei der Holtz'schen Maschine die Elektricität am positiven Pole eines gröfseren Potentials zur Entladung bedarf, als am negativen Pole.

Darmstadt den 2. August 1876.

1) Diese Annalen Bd. 145, p. 384.

IX. *Ueber das galvanische Verhalten des Goldes und eine neue Art Nobili'scher Ringe;*
von J. Schiel.

Dafs ein die positive Elektrode einiger galvanischen Elemente bildender, in eine Sauerstoffsäure tauchender Golddraht beim Schliefsen des Stromes geröthet wird, ist, wenn ich nicht irre, alles was über die galvanische Oxydirbarkeit des Goldes bei Gegenwart von *Sauerstoffsäuren* bekannt ist; es ist dies indessen weit entfernt die Gränze dieser Oxydirbarkeit zu seyn. Ersetzt man den Draht durch ein Plättchen von reinem Gold und bedient sich einer mit dem mehrfachen Volum Wasser verdünnten Schwefelsäure, so zeigt die Platinkathode schon einige Secunden nach Schliefsung des Stromkreises einen dunkeln Anflug von Gold; die Flüssigkeit ist schwach gelb gefärbt und setzt auch bei Entfernung der Elektroden ein zartes dunkles Pulver ab, das nach dem Waschen und Trocknen beim Reiben mit Achat oder Stahl leicht Goldglanz annimmt. Der Vorgang findet in ähnlicher Weise und nur viel langsamer statt, wenn man anstatt der verdünnten Säure blos angesäuertes Wasser oder mit ungefähr dem anderthalbfachen Wasser verdünnte Essigsäure anwendet. Ungleich energischer ist die Wirkung, wenn die Anode aus Schwammgold besteht, das man sich leicht durch langsames Einfliefsenlassen einer Lösung von reinem Goldchlorid in eine *in grofsem Ueberschufs vorhandene siedende* Lösung einer reducirenden Substanz, am besten Oxalsäure, darstellen kann. Um eine Schwammgoldanode herzustellen, hat man nur eine Portion Schwammgold in die zu dem Versuch dienende etwas flache Abdampfschale zu bringen und mit einem Platindraht zu berühren, der mit der Anode verbunden ist. In verdünnter Schwefelsäure wird eine solche Schwammgoldanode sogleich stark angegriffen, die ihr gegenüberstehende Kathode beschlägt sogleich mit

einem dunkeln Niederschlag von Gold und sendet eine dunkle Wolke durch die Flüssigheit, die in kurzer Zeit dadurch undurchsichtig wird und das eben erwähnte zarte schwarzblaue Pulver ziemlich reichlich absetzt. Die geringe Cohärenz, welche der gewaschene und getrocknete schwarzblaue Niederschlag von Gold beim Zusammendrücken zeigt, läfst vermuthen, dafs ihm etwas Oxyd oder Oxydul beigemischt ist.

Von grofsem Interesse ist die Bildung galvanischer Ringe auf einer reinen Goldfläche. Legt man ein polirtes Plättchen von absolut reinem Gold[1]) in eine kleine Porcellanschale oder ein Uhrglas, setzt auf dessen Mitte einen zugespitzten Platindraht, der bis auf die freie Spitze mit Lack oder Gutta überzogen und mit der positiven Elektrode von 4 bis 8 galvanischen Elementen verbunden ist, legt mit Hülfe einer geeigneten Haltevorrichtung einen zweiten ringförmig gebogenen Platindraht einige Millimeter höher um das Plättchen herum, füllt das Uhrglas mit destillirtem, mit einigen Tropfen Schwefel- oder besser Salpetersäure angesäuertem Wasser, verbindet den zweiten Platindraht mit der Kathode und schliefst dadurch den Stromkreis, so nimmt das Goldplättchen nach einigen Minuten eine röthliche Färbung an. Unterbricht man den Strom nach 6 bis 10 Minuten, wäscht und trocknet das Plättchen, so zeigt es eine Anzahl noch etwas blasser concentrischer Ringe, die aber im directen Sonnenlicht schon nach einigen Stunden, im gestreuten Lichte innerhalb 8 bis 10 Tagen eine Färbung annehmen, deren Schönheit und Lebhaftigkeit, namentlich im letzteren Fall, nichts zu wünschen lassen. Im Verlauf von 6 bis 8 Wochen sind die Farben gröfstentheils in ein dunkles Blauviolett übergegangen. Enthält das Gold die kleinste Menge Silber, so werden die Ringe weniger schön und schneller dunkelviolett. Am schönsten und selbstverständlichsten ist gewöhnlich der centrale Ring; er enthält bei Anwendung von

1) Die Plättchen, deren ich mich bei diesen Versuchen bediene, haben einen Durchmesser von ungefähr drei Centim. bei 3 Gr. Gewicht.

Salpetersäure das ganze Spectrum, während die andern Ringe fast nur aus roth (purpur) und grün bestehen. Bei diesem Färbeprocefs scheint der das Plättchen anfangs nur oberflächlich oxydirende elektrolytische Sauerstoff allmählig in die Tiefe zu dringen, was sich aufser in den Farbeerscheinungen auch darin zeigt, dafs der mittlere Theil der Oberfläche des Plättchens vollkommen glänzend bleibt, wenn dasselbe unmittelbar nach der galvanischen Behandlung geglüht wird, während die ganze Fläche mehr oder weniger matt erscheint, wenn das Plättchen erst geglüht wird, nachdem sich die gesättigten und dunkleren Farben gebildet haben; ja es läfst sich sogar die oxydirte Schicht mit Hülfe eines kleinen Elfenbein- oder Goldspatels grofsentheils hinwegnehmen, so dafs eine metallische Goldfläche zum Vorschein kommt. Das so gewonnene Pulver erscheint unter dem Mikroskop gleich dunkel, von welchem Theil des Plättchens es auch seyn mag; es nimmt beim Reiben selbstverständlich keinen Metallglanz an. Beim vorsichtigen Hinwegnehmen der Farbenringe mit dem Elfenbeinspatel, durch das Dünnerwerden der oxydirten Schicht also, gelingt es manchmrl eine Farbe in eine andere überzuführen, z. B. roth in grün, so dafs es den Anschein gewinnt, als läge eine grüne Schicht unter der rothen.

Auch in alkalischen Flüssigkeiten wird das Gold angegriffen, wenn auch weniger stark. Eine anderthalbstündige Einwirkung von 12 Meidinger Elementen erzeugte in einer mit kaustischem Natron alkalisch gemachten Flüssigkeit nur zwei periphere Ringe und einen centralen, grofsen, orangefarbenen Fleck. Bei Anwendung von ammoniakalischem Wasser waren einige Kohlezinkelemente der grofsen Stöhrer'schen, zu elektro-therapeutischen Zwecken dienenden Batterie erforderlich, um in etwa 15 Minuten einige ziemlich wohl ausgebildeten Ringe hervorzurufen. Ein Theil des Ammoniaks wird während der Einwirkung des Stromes in Salpetersäure übergeführt; nach längerer Dauer des Stromes reagirt die Flüssigkeit sauer und man erhält

beim Abdampfen kleine Nadeln von salpetersaurem Ammoniak.

Der Zutritt von Luft scheint bei diesem sich den Occlusionserscheinungen anreihenden Färbungsvorgang erforderlich, ein großer Ozongehalt derselben aber ohne Einfluß darauf zu seyn; in einer stark ozonificirten Luft verlief der Vorgang ganz wie in gewöhnlicher atmosphärischer Luft.

Mit einem Nicol'schen Prisma in beliebig schiefer Richtung betrachtet, zeigen die Ringfarben merkwürdige Veränderungen und Uebergänge; sie werden dunkler und intensiver oder blassen ab — Blau geht in Grün über — je nach der Stellung des Prismas. Schon 24 Stunden nach der galvanischen Behandlung des Plättchens erscheinen die Ringe unter dem Prisma in der ganzen Farbenpracht, in der sie dem unbewaffneten Auge erst nach mehren Tagen erscheinen.

Als ich bei Gelegenheit eines sich über das Oesthal spannenden ungewöhnlich schönen Regenbogens die Veränderungen der Regenbogenfarben mit den Veränderungen der oben beschriebenen Ringfarben vergleichen wollte, verschwand der Regenbogen bei einer gewissen Stellung des Prismas vollständig und das Gesichtsfeld wurde ziemlich dunkel; bei einer Drehung des Prismas von 90° erschien derselbe allmählig wieder in seiner ganzen Pracht.

Der Regenbogen ist demnach vollständig polarisirtes Licht.

Mehre seitdem beobachtete Regenbogen zeigten dasselbe Verhalten, doch scheint nur ein sehr lebhaft gefärbter Regenbogen bei der entsprechenden Stellung des Prismas ein gedunkeltes Gesichtsfeld darzubieten. Betrachtete ich das vor dem Gebirge liegende Endstück eines Regenbogens, so verschwand dasselbe bei der entsprechenden Stellung des Prismas und die Bewaldung des Berges, die vorher nur undeutlich durch den Regenbogen hindurchschimmerte, stellte sich dem Blick in gewöhnlicher Weise dar.

Baden-Baden im Herbst 1876.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47

1876. ANNALEN № 12
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLIX.

I. *Die auf dem Wasserstrahl schwebende Kugel; von Eduard Hagenbach.*

Eines der bekanntesten Wasserkunststücke ist das Schweben einer Kugel oder eines der Kugelgestalt sich nähernden Körpers auf einem Wasserstrahl; man bedient sich beim Versuch gewöhnlich einer hohlen Messingkugel, einer dünnwandigen Glaskugel oder eines ausgeblasenen Eies. Das auffallende an der Erscheinung ist, daſs der Körper nicht herunterfällt, selbst wenn geringe störende Einflüsse denselben aus seiner Lage zu bringen streben; der Körper befindet sich in einer stabilen Gleichgewichtslage, wenn es gestattet ist, diesen Ausdruck zu gebrauchen, wo ein unter äuſseren Kräften schnell rotirender Körper nicht herunterfällt. In den physikalischen Lehrbüchern findet man häufig die auf dem Wasserstrahl schwebende Kugel als Beispiel dafür angeführt, daſs der aus dem Wasserstoſs entstehende Druck dem Gewichte eines Körpers das Gleichgewicht halten kann, eine Erklärung der Stabilität des Gleichgewichtes habe ich nur bei Weisbach[1]) gefunden, und dieser schlieſst sich im Wesentlichen auch Mousson[2]) in seiner Experimentalphysik an. Mit dieser Erklärung Weisbach's kann ich mich nicht einverstanden erklären, da sie ebensowenig dem durch die Beobachtung leicht festzustellenden Vorgange als den Principien der Hydrodynamik entspricht. Bei Weisbach wird nämlich angenommen, daſs von dem Punkte

1) Weisbach, Experimental-Hydraulik, Freiberg 1855, S. 272.

2) Mousson, Physik auf Grundlage der Erfahrung. 2. Auflage. Zürich 1871. Band I, Seite 144.

des Aufschlagens das Wasser nach den beiden entgegengesetzten Seiten auseinander geht, und auf dieser Annahme beruht die ganze Erklärung. Nun kann man sich aber leicht überzeugen, daſs alles Wasser nach der Seite in die Höhe geht, auf welcher der Aufschlagspunkt excentrisch liegt, und gar kein Wasser rückwärts flieſst. Ein solches Rückgehen des Wassers wäre auch geradezu unmöglich, da es entgegen der Drehung der Kugel flieſsen müſste und auſserdem mit dem in der Richtung der Rotation um die ganze Kugel herumflieſsenden Wasser in Collision käme. Aber, selbst wenn eine Theilung des Wasserstrahls nach der Annahme von Weisbach stattfände, so müſste jedenfalls die stärker abgelenkte Wassermenge bedeutend kleiner seyn und könnte somit trotz der gröſseren Ablenkung keinen gröſseren dynamischen Druck ausüben. Auch ist nicht recht begreiflich, weshalb bei Weisbach die durch einen Pfeil angedeutete Kraft des dynamischen Wasserdruckes in der Richtung des flieſsenden Wassers und nicht senkrecht auf die Oberfläche der Kugel angenommen wird.

Bevor wir nun auf die Erklärung des Vorganges näher eintreten, wollen wir die Erscheinung als solche beschreiben; es ist dies um so nothwendiger, da wir nirgends eine richtige Abbildung derselben gefunden haben, und z. B. auch in den Prospecten der Fabrikanten, welche die Apparate zu Wasserkünsten liefern, in der Regel diese sehr hübsche Erscheinung ganz falsch dargestellt ist. Die dieser Abhandlung beigegebenen, nach der Natur aufgenommenen Zeichnungen verdanke ich Herrn Lehrer C. Völlmy.

Wir müssen hier gleich bemerken, daſs die Kugel auf zwei verschiedene Arten auf dem Strahle schweben kann; die Umstände, welche das Eintreten der einen oder der andern bestimmen, werden wir später besprechen, einstweilen wollen wir die beiden Arten gesondert beschreiben.

Die erste Art des Schwebens ist abgebildet in Fig. 1,

Taf. VI. Der Wasserstrahl trifft in dem in Tropfen aufgelösten Zustande die Kugel in einem Punkte, der etwa 50° von dem tiefsten Punkte seitlich (in der Zeichnung nach links) abliegt; nach dieser Seite, d. h. also nach links, wird das gesammte Wasser abgelenkt. Die Kugel rotirt schnell in der Richtung des Pfeils um eine horizontale Axe und läuft gewöhnlich zugleich bald schneller, bald langsamer um den Strahl herum, d. h. es findet eine zweite Rotation um eine mit der Richtung des Strahles zusammenfallende verticale Axe statt. Diese zweite Rotation findet nicht immer statt, sie tritt ebenso oft rechts herum als links herum ein; hat jedoch das Herumlaufen in dem einen Sinne begonnen, so geht es dann gewöhnlich längere Zeit in dem gleichen Sinne fort, bis die Kugel auf ein Mal, offenbar durch einen äufsern störenden Einfluſs veranlaſst, umkehrt und dann im entgegengesetzten Sinne herumläuft. Das nach links abgelenkte Wasser folgt der Kugel in der Bewegung und schieſst auf dem ganzen Wege in Tropfen aufgelöst tangential von der Kugel weg wie von einem rotirenden Schleifstein. Ein Theil geht sogar um die ganze Kugel herum und kehrt wieder an die Stelle des Aufschlagens zurück; wenn die Kugel um den Strahl herumläuft, so trifft das nach einem Umgang zurückkehrende Wasser mit dem aufschlagenden Strahl nicht zusammen, sondern geht vor demselben vorbei, um dann, bevor es wieder aufsteigt, die Kugel zu verlassen.

Die zweite Art des Schwebens ist abgebildet in Fig. 2*a* und Fig. 2*b*, Taf. VI. Hier läuft die Kugel nicht um den Strahl herum, sondern sie schwankt auf demselben und zwar auf dem glatten zusammenhängenden untern Theile desselben hin und her, indem sie abwechselungsweise von der Lage Fig. 2*a* durch die Mittellage, wo der Strahl die Kugel centrisch im untersten Punkte trifft, in die Lage Fig. 2*b* übergeht, und von dieser wieder in die erstere zurückkehrt. Dabei wird die Kugel von dem Wasser bald in dem einen, bald in dem entgegengesetz-

ten Sinne gedreht, wie dieſs die Pfeile andeuten; und dem entsprechend wird das Wasser abwechselungsweise nach der einen und nach der andern Seite geworfen.

Um nun sowohl die eine als die andere Art des Schwebens zu erklären, müssen wir vorerst betrachten, wie sich nach den hydrodynamischen Gesetzen die Kräfte gestalten, wenn ein Wasserstrahl schief auf eine Kugel stöſst, d. h. dieselbe excentrisch trifft.

Der Strahl treffe die Kugel im Punkte *A*, Fig. 3, Taf. VI. Es sey:

v die Geschwindigkeit des aufstoſsenden Wassers;
m die Masse des in der Längeneinheit des Strahles enthaltenen Wassers;
r der Radius der Kugel;
p das Gewicht der Kugel;
α die Gröſse des Bogens oder Winkels, um welchen der Punkt *A* von dem tiefsten Punkte der Kugel abliegt.

Wir zerlegen die Geschwindigkeit v in eine radiale Geschwindigkeit $v \cdot \cos\alpha$ und in eine tangentiale Geschwindigkeit $v \cdot \sin\alpha$. Die Componente mit der radialen Geschwindigkeit liefert nach den Gesetzen des hydrodynamischen Druckes einen Stoſs senkrecht auf die Kugel in der Richtung des Radius; wir bezeichnen diesen radialen Stoſs mit R und haben

$$R = m \cdot v^2 \cdot \cos\alpha.$$

Die Geschwindigkeit des senkrecht aufstoſsenden Strahles wird zum geringsten Theile vernichtet; da aber das Wasser nach allen Richtungen gleichmäſsig tangential ausweicht, so kann dadurch weiter keine Wirkung auf die Kugel ausgeübt werden.

Die Componente mit der tangentialen Geschwindigkeit gäbe, wenn sie auf die Schaufeln eines ruhenden Rades wirkte, eine in der Richtung der Tangente wirkende Kraft $m \cdot v^2 \sin\alpha$. Nun nimmt aber der Strahl die Kugel in der Richtung der Bewegung durch Reibung mit, es wirkt somit das Wasser nicht mit seiner ganzen Geschwindigkeit, sondern nur mit dem Unterschiede seiner Geschwin-

digkeit und der Geschwindigkeit der Kugeloberfläche; es wird also die tangentiale Kraft zwar dem obigen Ausdrucke proportional, aber sehr bedeutend kleiner sein; wir nennen dieselbe T und haben

$$T = \beta . m . v^2 . \sin \alpha,$$

wo β einen Coëfficienten bedeutet, der ziemlich bedeutend kleiner ist als 1.

Da das Wasser, das der Kugel folgt, nicht momentan im Punkte, wo es aufschlägt, sondern auf einer gewissen ausgedehnten Strecke mit seinem Ueberschufs von Geschwindigkeit auf die Kugel wirkt, so ist die Richtung der resultirenden Tangentialkraft nicht die Tangente im Punkte A, sondern in einem Punkte A_1, der um einen Bogen, den wir ε nennen wollen, in dem Sinne, in dem das Wasser sich bewegt, vorgeschoben ist.

Das abgelenkte Wasser folgt, wie wir schon gesehen, auf einer theils gröfseren, theils kleineren Strecke der Oberfläche der Kugel; es geschieht diefs dadurch, dafs die Adhäsion zwischen Kugel und Wasser, so wie die Cohäsion des Wassers in sich an einem fort die bewegten Wassertheilchen von der Richtung der Tangente ablenken. Diese Kraft wirkt zwischen dem Wasserstrahl und der Kugel und zieht ebensogut die Kugel nach der Richtung des Radius nach aufsen, d. h. in den Strahl hinein als die Wassertheilchen in der gleichen Richtung nach innen. Es wirkt somit an allen den Stellen, wo das Wasser der Kugel folgt, eine in der Richtung des Radius nach aufsen gehende Kraft, also eine Centrifugalkraft, auf die Kugel, deren Gröfse und Richtung wir ebenfalls zu bestimmen haben.

Wir nehmen an, der in A aufschlagende Strahl folge im Mittel der Oberfläche der Kugel bis D; wir sagen im Mittel, da das Wasser nicht alles zugleich, sondern in einzelnen Parthieen nach und nach von der Kugel wegfliegt; die Resultante der Ablenkungskräfte oder Centrifugalkräfte geht dann offenbar, wenn wir die nicht bedeutende Abnahme der Geschwindigkeit beim Fliefsen von A nach D vernachlässigen, in der Richtung BO, wenn B in der Mitte

von A und D liegt. Wir nennen den Winkel, den der von einem beliebigen zwischen A und D liegenden Elemente nach O gezogene Radius mit BO macht φ und den gröfsten Werth von φ, d. h. den Winkel BOA oder BOD: φ_1. Die Geschwindigkeit des Strahls in der Richtung der Tangente und somit auch des von der Kugel abgelenkten Wassers ist $v \,.\, \sin\alpha$, somit wirkt auf jedes Massenelement die Kraft $m \,.\, r \,.\, d\varphi \,.\, \frac{v^2 \,.\, \sin^2 d}{2} = m \,.\, v^2 \sin^2\alpha \, d\varphi$; es giebt diefs durch Integration für die in der Richtung BO wirkende Resultante der Centrifugalkraft:

$$C = 2 \,.\, m \,.\, v^2 \sin^2\alpha \,.\, \sin\varphi_1.$$

Es wirken somit auf die Kugel aufser dem Gewicht p in Folge des Wasserstofses die drei Kräfte R, T und C; wir verlegen diese Kräfte an den Schwerpunkt und zerlegen dann jede in eine horizontale und eine verticale Componente; die horizontalen Kräfte nehmen wir positiv, wenn sie die Kugel vom Strahle zu entfernen streben, also abstofsend auf die Kugel wirken, und die verticalen positiv, wenn sie nach oben gehen. Nennen wir die horizontale Resultante H und die verticale Resultante V, so ist dann:

$$\text{I.} \quad H = m \,.\, v^2 \,.\, \sin\alpha \, (\cos\alpha - \beta \,.\, \cos(\alpha + \varepsilon) - 2 \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin\varphi_1 \,.\, \sin(\alpha + \varphi_1)),$$

$$\text{II.} \quad V = -p + m \,.\, v^2 \,.\, (\cos^2\alpha + \beta \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin(\alpha + \varepsilon) - 2 \,.\, \sin^2\alpha \sin\varphi_1 \cos(\alpha + \varphi_1)).$$

Durch die Verlegung der Kräfte an den Schwerpunkt entstehen drei Drehungsmomente, die gleich sind den Producten jeder Kraft in ihrem Abstand zum Schwerpunkt. Haben wir als schwebenden Körper eine Kugel, deren Schwerpunkt im Centrum liegt, so liefert nur T ein Drehungsmoment; bezeichnen wir dasselbe mit M, so haben wir:

$$\text{III.} \quad M = T \,.\, r.$$

Die Axe dieses Drehungsmomentes ist horizontal und steht senkrecht zu der Ebene, in welcher R, T und C wirken; die Drehung geht nach der Richtung des Pfeils in Fig. 3.

Wenn nun die Kugel auf dem Strahle schweben soll, so mufs $H = o$ und $V = o$ und das Gleichgewicht in Betreff der beiden Resultanten stabil sein.

In Bezug auf die Verticalresultante V ist das Gleichgewicht immer stabil; der Ausdruck in der Klammer nämlich ist für die Gleichgewichtslage, in welcher der Körper schwebt, positiv; wenn somit von der Stelle, wo V gleich Null, die Kugel zu einem kleineren v steigt, so erhalten wir eine negative, und, wenn sie zu einem gröfseren v sinkt, so erhalten wir eine positive Kraft; die Kugel wird somit stets nach der Gleichgewichtsstelle zurückgeführt.

Was nun die Horizontalresultante H betrifft, so wird dieselbe Null für α gleich Null, d. h. wenn der Strahl die Kugel central stöfst; allein an dieser Stelle kann die Kugel nicht schweben, da das Gleichgewicht labil ist; da β kleiner als 1, so sind die beiden ersten Glieder in der Klammer zusammen genommen positiv; bei kleinem α sind sie offenbar gröfser als das negative dritte Glied, es überwiegt somit die Kraft, welche die Kugel vom Strahle abstöfst. Mit wachsendem α nimmt dann das positive Glied ab, und das negative zu, es giebt somit einen Werth α_1, welcher für α gesetzt, H ebenfalls null macht, und hier ist nun offenbar das Gleichgewicht stabil, da für Werthe von α, die kleiner sind als α_1, die Abstofsung, und für Werthe von α, die gröfser sind als α_1, die Anziehung überwiegt. Für Werthe von α, die gröfser sind als α_1, bis zu $\alpha = 90^0$ bleibt dann H negativ, d. h. für diese Werthe von α wird die Kugel in den Strahl hineingezogen.

Da diese Horizontalresultante bei der Erklärung des Schwebens eine Hauptrolle spielt, so lag es mir daran, die Richtigkeit der aufgestellten Formel und ins Besondere die auf den ersten Augenblick etwas auffallende Anziehung des Strahls durch den Versuch zu controlliren. Ich habe zu diesem Behufe einen einfachen Apparat construirt, der in Fig. 4 abgebildet ist. Er besteht aus einer runden Glas- und Messingröhre, die an einem durch die Röhre

gezogenen Faden so horizontal aufgehängt ist, dafs sie wie eine Schaukel durch eine seitlich wirkende Kraft aus der Gleichgewichtslage gebracht werden kann. Von unten spritzt ein Wasserstrahl senkrecht in die Höhe aus einer auf einem Gestell verschiebbaren Ausflufsspitze. Wirkt der Strahl von unten durch centralen Stofs auf den tiefsten Punkt der Röhre, so weicht die Röhre bald nach der einen und bald nach der andern Richtung aus, und man kann sich leicht überzeugen, dafs wir es in diesem Fall mit einem labilen Gleichgewichte zu thun haben. Trifft der Strahl die Röhre seitlich in einem Punkte, der nur wenig von dem tiefsten Punkte entfernt ist, so stöfst er die Röhre ab, und man kann die Röhre ein wenig durch diese Abstofsung auf die Seite drücken. Nimmt man dann den Werth von α etwas gröfser, so bleibt die Röhre in der senkrechten Gleichgewichtslage hängen, während der Strahl excentrirt auf dieselbe stöfst. Es zeigt diefs deutlich, dafs in diesem Fall die Röhre weder auf die Seite gestofsen noch gezogen wird, und dafs also der Strahl die Röhre in dem Punkte trifft, der um den oben mit α_1 bezeichneten Bogen vom tiefsten Punkte entfernt ist. Ich habe auf diese Weise versucht, experimentell den Werth α_1 durch Abschätzung zu bestimmen; beim Aufstofsen des klaren zusammenhängenden Strahls habe ich etwa 30°, und beim Aufstofsen des trüben in Tropfen aufgelösten Strahls etwa 50° gefunden. Die Verschiedenheit der Winkel in beiden Fällen erklärt sich leicht. Unter sonst gleichen Umständen wird nämlich die Kraft, die wir als Resultante der Centrifugalkraft bezeichnet haben, bei dem trüben Strahl sehr merklich kleiner seyn, da, wie man es auch deutlich sehen kann, ein Theil des Strahles unabgelenkt oder nur sehr wenig abgelenkt, an der Kugel vorbeigeht, während bei dem unaufgelösten Strahl die innere Cohäsion die Ablenkung auf den ganzen Strahl überträgt. Es wird also beim aufgelösten Strahl erst bei einem gröfsern α die Anziehung die Abstofsung überholen. Wirkt der Strahl aufserhalb des Bogens α_1 auf die Kugel,

so ist sehr deutlich die überwiegende Anziehung zu erkennen, die der Strahl auf die Röhre ausübt. Die Gröfse der anziehenden Kraft nimmt zu, bis α nahezu gleich 90° ist, das heifst bis der äufsere Rand des Strahles die Röhre tangirt. Man kann durch langsames Zurückziehen des Strahles die Röhre so lange aus der senkrechten Gleichgewichtslage herausziehen, bis diese Grenze erreicht ist. Wir haben dann Gleichgewicht zwischen der die Röhre in die Gleichgewichtslage zurücktreibenden Componente der Schwerkraft und den auf die gleiche Richtung projicirten Kräften des Wasserstosses. Von diesen können wir die sogenannte Tangentialkraft T weglassen, da sie nahezu in der Richtung des Aufhängefadens wirken wird. Nennen wir

- P das Gewicht der Röhre;
- l die Länge des Fadens, an dem die Röhre aufgehängt ist, d. h. den Abstand der Röhre von dem Aufhängepunkte;
- d die Gröfse, um welche die Röhre aus der Gleichgewichtlage abgelenkt gehalten wird;
- δ den Ablenkungswinkel, bestimmt durch die Gleichung $\sin\delta = \frac{d}{l}$;

so haben wir als Bedingung des Gleichgewichts für die abgelenkte Lage:

$$\frac{P.d}{l} = m \,.\, v^2 \,.\, (2 \,.\, \sin^2\alpha \,.\, \sin\varphi_1 \,.\, \sin(\alpha + \varphi_1 - \delta) - \cos\alpha \,.\, \sin(\alpha - \delta)).$$

Die Gröfsen P, d und l können direct durch den Versuch bestimmt werden; die Gröfse m ist gleich dem Querschnitte des Strahles multiplicirt mit dem Gewichte der Cubikeinheit Flüssigkeit und dividirt durch die Beschleunigung der Schwerkraft g; v ist die Geschwindigkeit des Wassers im Strahl, da wo er die Kugel trifft; aus dem in der Secunde ausgeflossenen Wasservolumen und aus dem Radius ϱ der Ausflufsspitze wird zuerst die Geschwindigkeit v_1 am Ausflufs, und dann aus v_1 und der Höhe h der Röhre über der Ausflufsöffnung v berechnet nach der Formel: $v^2 = v_1{}^2 - 2gh$.

Die Gröfsen α und φ_1 schätzen wir nach dem Augenmaafs ab und nehmen $\alpha = 80^0$ und $\varphi_1 = 13^0$, wobei zu bemerken ist, dafs φ_1 nur einen mittleren Werth bedeuten kann, da das Wasser theils über eine kürzere theils über eine längere Strecke der Oberfläche der Kugel folgt und nach und nach von ihr abspringt.

Ein Versuch ergab folgende Werthe:

P	d	l	ϱ
38,5 Gramm	1,05 Decim.	8,6 Decim.	0,0125 Decim.
	V	h	
	0,029 Liter	0,4 Decim.	

Führen wir diese Gröfsen in die obige Gleichung ein, so erhalten wir:

für die linke Seite: 4,7 Gramm
für die rechte Seite: 4,6 „

Diese für die Verhältnisse vollkommene Bestätigung der Richtigkeit der obigen Gleichung hat defshalb nur beschränkten Werth, da die Winkel α und φ_1 nur abgeschätzt worden sind, und der dadurch gegebene Spielraum dazu benützt wurde, das Resultat gut zum stimmen zu bringen. Da jedoch die für α und φ_1 gewählten Werthe nichts unnatürlich gezwungenes haben und den Versuchen entsprechen, so kann die Rechnung immerhin zeigen, dafs die von uns entwickelte Ursache für die Erklärung der Ablenkung vollkommen ausreicht.

Es ist noch zu bemerken, dafs der Winkel φ_1 nicht constant ist; er ist wie wir später sehen werden, von α abhängig und nimmt aufserdem mit vermehrter Geschwindigkeit ab. Es wächst defshalb die Ablenkung d bei gleichem l nicht ganz dem Quadrate von v proportinal, wie das die folgenden mit gleicher Ausflufsspitze und Röhre gefundenen Resultate zeigen.

v	d	$\frac{v^2}{d}$
44,9 Decim.	0,65 Decim.	3102
58,4 „	1,05 „	3248
99,0 „	2,4 „	4084

Wir kehren nun wieder zu dem Problem der Kugel zurück, und es handelt sich nun darum, die Erscheinung des Schwebens, und zwar in den beiden Formen, mit Hülfe der Gleichungen I, II und III zu erklären. Wie wir schon oben erwähnt haben, wirkt beim aufgelösten Strahl die ablenkende Centrifugalkraft merklich geringer als beim geschlossenen; wir berücksichtigen diesen Umstand dadurch, dafs wir in Gleichungen I und II beim dritten Gliede in der Klammer den Factor 2 weglassen, sobald es sich um die Wirkung des aufgelösten Strahles handelt.

Zuerst müssen wir nun sehen, welchen Aufschlufs uns die Gleichungen über die Winkel α_1 d. h. über die Lage des stabilen Gleichgewichtes geben. Sie folgen aus der Bedingung $H = o$. Um aus dieser Bedingungsgleichung α_1 zu finden, müssen wir über die Gröfsen β, ε und φ_1 bestimmte numerische Annahmen machen. Aus Gründen, die denen ähnlich sind, die man für die Rechtfertigung des geringen Nutzeffectes eines unterschlächtigen Wasserrades mit geraden Schaufeln vorführt, müssen wir β merklich kleiner als 0,5 nehmen; wir setzen dasselbe gleich 0,3. Man hätte zwar alle Ursache anzunehmen, dafs bei der Wirkung des aufgelösten Strahles β kleiner sey als bei der des zusammenhängenden, und könnte defshalb in den Klammern der Gleichungen I und II auch die zweiten Glieder für den aufgelösten Strahl etwas reduciren; da jedoch diese Glieder auf die Erklärung der wesentlichen Punkte der Erscheinung keinen sehr grofsen Einflufs haben, so nehmen wir darauf keine Rücksicht und setzen der Einfachheit halber in beiden Fällen $\beta = 0{,}3$. Was die Gröfse φ_1 betrifft, so hatten wir bei der Röhre, die am äufsersten Rande vom Strahl getroffen wurde, dieselbe gleich 13° gesetzt. In dem vorliegenden Falle, wo die Kugel viel weiter auf der untern Seite getroffen wird, und wo das Wasser durch den Stofs mit viel gröfserer Kraft an die Kugel angedrückt wird, mufs jedenfalls φ_1 sehr merklich gröfser genommen werden; auch kann man durch die Beobachtung der Er-

scheinung sich deutlich überzeugen, daſs in diesem Falle das Wasser auf einer bedeutend längern Strecke der dasselbe ablenkenden Oberfläche entlang läuft. Wenn wir somit annehmen, daſs im Mittel das Wasser auf einem Bogen von 80° die Kugel begleite und somit die Hälfte des Bogens $\varphi_1 = 40^0$ setzen, so werden wir der Wirklichkeit so ziemlich nahe seyn. Die Gröſse ε, die keinen sehr bedeutenden Einfluſs auf den wesentlichen Charakter der Gleichungen ausübt, setzen wir gleich 10°. Wenn wir nun diese Werthe annehmen, d. h. $\beta = 0,3$, $\varphi_1 = 40^0$, $\varepsilon = 10^0$, so finden wir für den Fall, daſs der zusammenhängende Strahl auf die Kugel wirkt, aus der Gleichung $H = o$ sehr nahezu $\alpha = 30^0$ und für den Fall, daſs der aufgelöste Strahl auf die Kugel wirkt, und wir also den Factor 2 beim dritten Glied in der Klammer weglassen, $\alpha_1 = 50^0$. Es stimmt dies mit den Winkeln, die wir als Lage des stabilen Gleichgswichts beim Experimentiren mit der Röhre abgeschätzt haben. Auch die Erscheinungen der schwebenden Kugel entsprechen, soweit während der Bewegung derselben sich Winkel abschätzen lassen, den berechneten Zahlen.

Wir haben nun ferner die Frage zu beantworten, weſshalb wir auf dem glatten Strahl ein Hin- und Herschwanken und auf dem aufgelösten ein excentrisches Stehenbleiben oder Herumlaufen haben.

Wenn man die Kugel mit der Hand seitlich in den Strahl einführt, so ist zuerst bei der Berührung des Randes der Kugel durch den Strahl $\alpha = 90^0$; von da an findet, wie man auch spürt, eine Anziehung statt, und diese ertheilt der Kugel, wenn man sie losläſst, eine Geschwindigkeit in den Strahl hinein. Unter allen Umständen wird die hineingezogene Kugel über die Stelle des stabilen Gleichgewichts, wo $\alpha = \alpha_1$, hinaus kommen; hingegen ist es die Frage, ob sie auch noch über die Stelle des labilen Gleichgewichts, d. h. über die Mittelstellung, wo α gleich Null ist, gelangt. Tritt dies nicht ein, so wird die Kugel um die stabile Gleichgewichtslage einige

Male hin- und herschwanken und sehr bald in Folge des Reibungswiderstandes in dieser stabilen Gleichgewichtslage zur Ruhe kommen. Anders verhält es sich, wenn durch die Anziehung der Kugel eine so große Geschwindigkeit ertheilt wird, daſs sie auch noch über die Stelle des labilen Gleichgewichtes hinaus gelangt; es wird dann die Kugel auf die andere Seite des Strahles gehen, auch auf dieser Seite die Lage des stabilen Gleichgewichts passiren und mit abnehmender Geschwindigkeit bis dahin gelangen, wo $\alpha = -90^0$, wo also die Kugel mit dem entgegengesetzten Rande den Strahl berührt, um dann von da in gleicher Weise wieder zurückzukehren. In Folge des Reibungswiderstandes wird auch in diesem Falle sehr bald der Ausschlag vermindert werden und das Hin- und Herschwanken zwischen kleinern Amplituden stattfinden; aber aus einem leicht ersichtlichen Grunde kommt dieſs Mal die Kugel nicht in einer stabilen Gleichgewichtslage zur Ruhe, sondern sie setzt ihre Schwankungen nach den beiden Seiten fort. Beim Durchgang durch die labile Gleichgewichtslage nämlich kehrt sich der Sinn des Drehungsmomentes um, allein, da die Kugel eine Rotationsgeschwindigkeit hat, so wird sie nicht momentan eine entgegengesetzte Drehung annehmen, es wird somit auch der abgelenkte Strahl, d. h. das der Oberfläche der Kugel nachfliessende Wasser nicht im Momente des Durchgangs durch die Mittelstellung, sondern erst etwas später sich wenden, um in umgekehrtem Sinne die Kugel zu umflieſsen. Da nun, wie wir gesehen haben, die Kraft, welche die Kugel in den Strahl hineinzieht, von dem abgelenkten oder der Kugeloberfläche entlang flieſsenden Wasser herrührt, so wird auch diese Kraft nicht in der Mittellage den Sinn ändern, sondern darüber hinaus wirken und dadurch sowohl beim Hin- als beim Hergang länger die Bewegung beschleunigen als verzögern.

Die Frage, ob die Kugel in der stabilen Gleichgewichtslage Stellung nimmt, oder hin- und herschwankt und dabei in einem fort durch die verschiedenen Gleich-

gewichtslagen hindurch geht, hängt somit nach den gemachten Erörterungen davon ab, ob die Geschwindigkeit, mit welcher dieselbe in der stabilen Gleichgewichtslage anlangt, sie auch noch über die labile Gleichgewichtslage hinweg bringt oder nicht. Auch über diesen Punkt kann uns die aufgestellte Gleichung Rechenschaft geben.

Geht nämlich die Kugel in horizontaler Richtung von der Randstellung, wo $\alpha = 90^0$ bis zu der Mittelstellung, wo $\alpha = o$, so wird in dem ersten Abschnitte der Bewegung von $\alpha = 90^0$ bis $\alpha = \alpha_1$, d. h. so lange H negativ oder anziehend ist, und die Bewegung im Sinne der wirkenden Kraft stattfindet, eine positive Arbeit geleistet; in dem zweiten Abschnitte der Bewegung hingegen von $\alpha = \alpha_1$ bis $\alpha = o$, d. h. so lange H positiv oder abstoſsend ist und die Bewegung entgegengesetzt dem Sinne der wirkenden Kraft stattfindet, eine negative Arbeit.

Die positive Arbeit für den ersten Abschnitt der Bewegung ist gleich:

$$\frac{g \cdot r}{p} \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha_1} H \cdot \cos \alpha \, d \alpha;$$

die negative Arbeit für den zweiten Abschnitt der Bewegung ist gleich:

$$\frac{g \cdot r}{p} \cdot \int_{\alpha_1}^{0} H \cdot \cos \alpha \, d \alpha.$$

Ist nun der zweite Werth positiv genommen kleiner als der erste, so wird die Kugel mit ihrer in der stabilen Gleichgewichtslage erlangten Geschwindigkeit im Stande seyn, über die labile Gleichgewichtslage, d. h. über die Mittellage, wo $\alpha = o$, hinauszugelangen; es geschieht dieſs, wie man durch die Ausführung der Rechnung sich überzeugen kann, beim zusammenhängenden Strahl. Ist jedoch der zweite Werth positiv genommen gröſser als der erste, so wird die im ersten Bewegungsabschnitt erlangte leben-

dige Kraft der Kugel nicht im Stande seyn die Arbeit des zweiten Abschnittes zu überwinden; die Ausführung der Rechnung zeigt ebenfalls, daſs dies bei dem aufgelösten Strahle der Fall ist.

Wir haben nun des Weitern noch zu sehen, in wie fern die Gleichung $V = o$ oder

$$p = m\,v^2 \,.\, (\cos^2\alpha + \beta \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin(\alpha + \varepsilon) \\ - 2 \,.\, \sin^2\alpha \,.\, \sin\varphi_1 \,.\, \cos(\alpha + \varphi_1))$$

mit der Geschwindigkeit des Strahles in der Höhe stimme, auf welcher die Kugel schwebend gehalten wird.

Eine Kugel von 10,7 Grm. schwebte 12 Decim. hoch über der Oeffnung der Ausfluſsspitze auf einem aufgelösten Strahle, welcher in 27 Secunden einen Liter lieferte. Bestimmen wir aus den beiden letzten Gröſsen und dem früher angegebenen Radius der Ausfluſsspitze den Werth $m \,.\, v^2$, setzen wir ferner entsprechend unseren früheren Annahmen $\alpha = 50^0$, $\beta = 0{,}3$, $\varepsilon = 10^0$ und $\varphi_1 = 40^0$ und lassen wir den Factor 2 beim dritten Gliede in der Klammer weg, da es sich um den aufgelösten Strahl handelt, so finden wir für den Ausdruck auf der rechten Seite 10,2 Grm., was wohl hinlänglich genau mit dem Gewichte von 10,7 Grm. stimmt.

Der Versuch ergab ferner, daſs die gleiche Kugel von 10,7 Gramm Gewicht auf dem zusammenhängenden Strahl 2 Decimeter hoch schwebte, wenn der Strahl in 39,5 Secunden einen Liter lieferte. Da hier die Kugel vom Strahl nicht stets da, wo $\alpha = \alpha_1$, excentrisch getroffen wird, sondern da die Kugel auf dem Strahl hin und her schwankt und das α veränderlich ist, so müssen wir für α einen mittleren Werth einführen. Da es sehr umständlich wäre, diesen mittleren Werth aus dem Gesetze der Schwankung abzuleiten, so begnügen wir uns mit der allgemeinen Betrachtung, daſs die Kugel mit verhältniſsmäſsig nicht sehr groſser Geschwindigkeit durch die Mittellage, wo der volle centrale Stoſs wirkt, hindurchgeht, und daſs somit der Mittelwerth merklich kleiner seyn wird als α_1,

das bei dem zusammenhängenden Strahl gleich 30° ist. Setzen wir $\alpha = 18°$, so wird der Ausdruck rechts gleich 10,1 Grm., was wohl auch innerhalb der bei solchen Versuchen zulässigen Gränzen als Bestätigung der Formel dienen kann.

Aus dem Vorhergehenden ist nun auch erklärlich, weſshalb es nöthig ist, den Druck, resp. die Ausfluſsgeschwindigkeit zu vermindern, wenn man von der Erscheinung des Herumlaufens auf dem aufgelösten Strahl zu der Erscheinung des Hin- und Herschwankens auf dem glatten Strahl übergehen will. Zuweilen gelingt es durch langsames Schlieſsen oder Oeffnen des Zufluſshahns die eine Art des Schwebens in die andere übergehen zu lassen, ohne daſs die Kugel herunterfällt.

Wir haben nun schlieſslich noch die Drehungen der Kugel etwas ins Auge zu fassen.

Man kann hier vorerst die Frage aufwerfen, ob die Drehung als solche zur Erklärung der Erscheinung des Schwebens nöthig sey. Schon die Versuche, die wir mit der aufgehängten Röhre angestellt haben, zeigen, daſs die Anziehung durch den Strahl auch da sehr deutlich eintritt, wo keine Drehung stattfindet. Auch bei dem Schweben auf dem Strahl kann das zuweilen geschehen, wenn der Schwerpunkt des schwebenden Körpers nicht zugleich der Krümmungsmittelpunkt für die Oberfläche ist. In diesem Falle liefern nämlich die Kräfte R und C ebenfalls Drehungsmomente um die gleiche horizontale Axe wie T, und es kann sich dann treffen, daſs die Gesammtresultante der Drehungsmomente gleich Null ist und in Bezug auf die Drehung ein Gleichgewicht, wenn auch gewöhnlich nur ein labiles, eintritt. Es geschieht dieſs zuweilen, wenn man ein ausgeblasenes Ei auf dem Strahle tanzen läſst, es klebt dann dasselbe gleichsam am Strahl in excentrischer Lage. Es ist dieſs jedoch eine Erscheinung, die immer nur ganz kurz andauert, auch nicht leicht absichtlich hervorgerufen werden kann, sondern wahrscheinlich ihr Eintreten dem zufälligen Zusammenwirken mehrerer günstigen

Bedingungen verdankt. Am besten und einfachsten kann man zeigen, daſs die Drehung der Kugel zur Erklärung der Erscheinung nicht nothwendig ist, wenn man eine Kugel mit einem Häkchen nimmt und dieselbe durch einen längern horizontalen Faden an ein seitlich gestelltes Stativ anbindet; bei diesem Versuch, der mit einem Strahl von etwas starkem Querschnitt und nicht sehr groſser Geschwindigkeit gut gelingt, ist aus der Spannung des Fadens auch sehr deutlich die Kraft ersichtlich, mit welcher die Kugel in den Strahl hineingezogen wird.

Haben wir als schwebenden Körper eine freie Kugel, bei welcher der Schwerpunkt mit dem Krümmungsmittelpunkt der gesammten Oberfläche zusammenfällt, so wird sie sich immer drehen; und zwar beim Herumlaufen auf dem aufgelösten Strahl stets im gleichen Sinn, bei dem Hin- und Herschwanken auf dem glatten Strahl abwechslungsweise in dem einen und dem entgegengesetzten Sinne. Was nun jedoch noch zu erklären bleibt, ist das Herumlaufen oder die zweite Rotation um die verticale Axe. Wie schon bei der Beschreibung der Erscheinung bemerkt worden ist, tritt dieses Herumlaufen nicht immer ein. Bisweilen rotirt die Kugel einige Zeit nur um die horizontale Axe und bleibt excentrisch am Strahl an der gleichen Stelle; wenn aber das Herumlaufen ein Mal begonnen hat, so geht es längere Zeit in dem gleichen Sinne fort. Der erste Anstoſs zum Herumlaufen wird offenbar durch eine zufällig von auſsen dazu tretende Ursache gegeben; es wird dieſs wohl in den meisten Fällen das Zurückfallen des Wassers seyn, das durch eine Luftbewegung etwas auf die Seite getrieben die Kugel einseitig trifft. Dadurch wird ein Kräftepaar entstehen um eine horizontale Axe; da nun dieses Kräftepaar auf einen schon rotirenden Körper wirkt, so bewirkt dasselbe, wie beim Glycoskop, eine Verrückung der Axe in horizontaler Ebene, resp. eine Drehung um die verticale Axe. Sobald nun aber die Kugel herumläuft, so trifft der Strahl die Kugel, die ihm entgegen kommt, schief, und das dadurch entstehende Dre-

hungsmoment hat ein fortwährendes Herumlaufen im gleichen Sinne zur Folge, das dann so lange fortdauert, bis oft plötzlich ein äufserer störender Einflufs, der ein Drehungsmoment liefert, eine Umkehrung des Sinnes beim Herumlaufen bewirkt.

Wir bemerken noch zum Schlufs, dafs nach den gegebenen Erläuterungen die Erscheinung wesentlich auf der Kraft beruht, die wir als die Resultante der Centrifugalkraft bezeichnet haben; diese tritt aber nur ein, wenn die Kugel den Strahl ablenkt, d. h. wenn die Adhäsion zwischen Kugel und Strahl richtig wirkt. Es fällt deshalb die Kugel sogleich herunter, wenn das Wasser stark lufthaltig oder wenn die Kugel befettet ist; man thut deshalb gut die Kugel vor dem Versuch mit Oxalsäure zu entfetten.

II. *Ueber Fluorescenz; von E. Lommel.*

I. Naphthalinroth.

In einer früheren Arbeit über Fluorescenz[1]) hatte ich gefunden, dafs beim *Naphthalinroth (Rose de Magdala) jeder absorptionsfähige homogene Lichtstrahl den ganzen Strahlencomplex des Fluorescenzlichts hervorruft, gleichviel, ob der erregende Lichtstrahl hinsichtlich seiner Brechbarkeit oberhalb oder unterhalb der oberen Gränze des Fluorescenzspectrums liegt*, und dafs demnach das sogenannte Stokes'sche Gesetz für das Naphthalinroth nicht gültig ist. Diesem Satze wurde von Hagenbach[2]) und später von Lubarsch[3]) widersprochen, und dagegen die ausnahmslose Gültigkeit des Stokes'schen Gesetzes, dafs das erre-

1) Diese Annal. Bd. CXLIII, S. 26. Carl's Repertorium Bd. VII, S. 65.
2) Diese Annal. Bd. CXLVI, S. 65.
3) Diese Annal. Bd. CLIII, S. 420.

gende Licht hinsichtlich seiner Brechbarkeit stets die obere Gränze des erregten bilde, behauptet. Die Untersuchung einiger neuer Fluorescenzerscheinungen, deren Ergebnisse ich weiter unten mittheilen werde, gab mir Veranlassung, das Naphthalinroth einer erneuten sorgfältigen Prüfung zu unterwerfen. Dabei fand ich meine früheren Angaben vollkommen bestätigt, und halte sie daher ihrem ganzen Umfange nach aufrecht. Der negative Befund der genannten Forscher erklärt sich aus der Mangelhaftigkeit der von ihnen angewendeten Methoden. Zur Widerlegung der erhobenen Einwände ist die ausführliche Mittheilung der Versuche nothwendig, welche um so mehr gestattet seyn mag, als sich daran die Erörterung der von mir auch für die folgenden Untersuchungen adoptirten, sowie die Kritik der bisher angewendeten Methoden am naturgemäſsesten anknüpfen läſst.

1. *Versuche mit Natriumlicht.* Eine nicht zu verdünnte alkoholische Lösung von Naphthaalinroth, in einer cylindrischen Flasche von weiſsem Glase befindlich, wird durch das Licht eines Bunsen'schen Brenners, in dessen Flamme nahe über dem Schlote eine Sodaperle eingeschoben ist, in folgender Weise beleuchtet: Zwischen Flamme und Flasche sind dicht hinter einander zwei Linsen von je 16 Cm. Brennweite und 75 Mm. Durchmesser aufgestellt, die eine von der Flamme, die andere von der Flasche je um ihre Brennweite entfernt, so daſs auf der Flaschenwand ein umgekehrtes gleichgroſses Bild der Flamme entworfen wird. Dieses Bild, welches nicht scharf begränzt zu seyn braucht, wird etwas seitlich auf der dem Beobachter zugekehrten Wölbung der Vorderhälfte der Flaschenwand aufgefangen, und das Fluorescenzlicht von hier aus mittelst eines Steinheil'schen Spectroskops beobachtet, dessen Spalt so nahe als möglich an die Flasche herangerückt und dessen Bunsen'sche Scala mittelst eines Spiegels durch die nämliche Natriumflamme beleuchtet ist, auſser welcher sich im verdunkelten Zimmer keine andere Lichtquelle befindet. Das Spectrum des Fluores-

cenzlichtes ist alsdann sichtbar von Roth (35) bis Gelbgrün (55), erstreckt sich also nach der brechbareren Seite noch beträchtlich über die vermöge des an der Flaschenwand zerstreuten Lichtes gleichzeitig schwach sichtbare *D*-Linie (50) hinaus.

Nun fragt es sich, ob das beobachtete Fluorescenzspectrum und speciell der brechbarere Theil (50—55) desselben von dem *D*-Licht, oder, wie Hagenbach meint, von andern Lichtbestandtheilen der Natriumflamme herrührt.

Es unterliegt zwar keinem Zweifel, daſs auch das Licht der leeren Bunsen'schen Flamme die Fluorescenz des Naphthalinroths erregt, und man kann diese sehr schwache Fluorescenz auch in der That mit nahe gehaltenem bloſsem Auge wahrnehmen; sie ist jedoch zu schwach, um im Spectroskop sichtbar zu seyn. Rückt man nämlich, während man in das Spectroskop blickt die Sodaperle aus der Flamme, so verschwindet das Fluorescenzspectrum völlig. Die bei Anwesenheit der Sodaperle beobachtete ziemlich starke Fluorescenz kann daher nicht von dem Lichte der Kohlenwasserstoffflamme selbst herrühren. —

Es ist nicht zu vermeiden, daſs das die Sodaperle enthaltende Oehr des Platindrahtes mehr oder weniger stark in's Glühen geräth. Bei unserer Einrichtung nun würde das Licht des glühenden Platindrahtes, selbst wenn man es ungehindert auf das Linsenpaar fallen lieſse, zu der beobachteten Fluorescenz nichts beitragen, da es sich am obern Ende des auf der Flasche entworfenen Flammenbildes zu einem Bilde des Platinöhrs vereinigt, während das Spectroskop auf den untern Theil des Bildes, welcher dem obern Theil der Flamme entspricht, gerichtet ist Bei den Versuchen kam übrigens das Bild der Sodaperle überhaupt nicht zu Stande, da der untere Theil der Flamme durch einen Schirm für die Linsen völlig verdeckt war. Sollte aber dennoch das Glühlicht des Platindrahtes, etwa dadurch, daſs es diffus zurückgeworfen auf

Umwegen zur Flasche gelangte, die Fluorescenz 50—55 hervorgerufen haben, so müfste ein *reiner* Platindraht, welcher bei der gleichen Anordnung des Versuchs an dieselbe Stelle der sonst leeren Flamme gebracht wird, denselben Erfolg haben; das Gesichtsfeld des Spectroskops bleibt aber in diesem Fall, ebenso wie bei Anwendung der leeren Flamme allein, völlig dunkel. Wird andrerseits die Natriumflamme ohne Platindraht dadurch hergestellt, dafs man auf die Mündung des Brenners einen mit Kochsalzlösung getränkten hohlen Kohlencylinder aufschiebt, so zeigt sich die Fluorescenz ebenso wie bei Anwendung einer Sodaperle. Aus allen diesen Versuchen geht hervor, dafs die beobachtete Fluorescenz nicht von dem Glühlichte des Platindrahts herrührt [1]).

Das Spectrum des Natriums besteht nicht blofs aus der Doppellinie *D*, sondern aufserdem noch aus einem schwachen continuirlichen Spectrum, welches, zu dem Spectrum der Bunsen'schen Flamme hinzugefügt, die beobachtete Fluorescenz vielleicht hervorrufen könnte. Um auch diesen möglichen Einwand zu widerlegen, wurde in einem dunkeln Pappschirm eine Oeffnung ungefähr von der Höhe und Breite der Bunsen'schen Flamme ausgeschnitten, und durch ein weifses mit Stearin getränktes Papierblatt verschlossen. Hinter diesem Schirm wurde eine Kerzenflamme aufgestellt und deren Entfernung so regulirt, dafs das Spectrum der beleuchteten Papierfläche, durch das Vergleichsprisma gesehen, noch etwas heller erschien als das continuirliche Spectrum der vom Spalte ebenso weit wie das Papierblatt entfernten Natriumflamme. Das Bild der beleuchteten Papierfläche wurde ganz ebenso wie vorher auf der Flaschenwand entworfen. Die Fluor-

1) Aehnliche Vorsichtsmaafsregeln und Controlversuche waren auch bei meiner früheren Arbeit nicht unterlassen worden, ohne dafs ich dieselben als gar zu naheliegend ausdrücklich zu erwähnen für nöthig hielt. Da aber auf die Annahme ihrer Unterlassung Einwände gegründet worden sind, so sehe ich mich genöthigt, dieselben jetzt ausführlich zu besprechen.

escenz, die es erregte, obgleich dem bloſsen Auge in der Nähe erkennbar, war zu schwach, um durch das Spectroskop wahrgenommen zu werden. Daraus folgt, daſs das noch schwächere continuirliche Spectrum der Natriumflamme die beobachtete Fluorescenz nicht hervorgerufen haben kann.

Hagenbach macht für seine Ansicht auch den Umstand geltend, daſs das durch Natriumlicht erregte Fluorescenzlicht rothgelb ist im Vergleich mit dem, welches das weiſse Licht erzeugt. Daſs diese Erscheinung nur in der Schwäche der Fluorescenz begründet ist, erkennt man sogleich, wenn man das Sonnenspectrum auf die Oberfläche der Flüssigkeit projicirt; *überall, wo die Fluorescenz schwach ist, namentlich im Blau, Violett und Ultraviolett, gewahrt man dieselbe röthliche Färbung wie vor der Linie D*; nur die hellste Partie von *D* bis *b* zeigt das leuchtende Orangegelb[1]). Diese Erscheinung erklärt sich meiner Ansicht nach auf folgende Weise. Je geringer die Absorptionsfähigkeit einer homogenen Lichtgattung und demnach ihr Vermögen Fluorescenz hervorzurufen ist, desto gröſser ist das Verhältniſs des aus dem Innern der Substanz kommenden Fluorescenzlichtes zu dem von der Oberfläche ausgestrahlten. Das aus dem Innern dringende Fluorescenzlicht ist aber durch Absorption modificirt, und zwar ist es, da das Naphthalinroth die brechbareren Strahlen seines eigenen Fluorescenzlichtes energisch absorbirt, mehr röthlich gefärbt.

Nach Widerlegung aller möglichen Einwände bleibt also der Satz bestehen: *Das D-Licht der Natriumflamme* (50) *erregt beim Naphthalinroth nicht nur die weniger brechbaren Strahlen des Fluorescenzlichts* (von 35 bis 50), *sondern auch die brechbareren* (von 50 bis 55).

2. *Versuche mit rothem Glas.* Im dunkeln Zimmer war die Oeffnung des Heliostaten durch eine Schicht von vier Platten rothen Kupferüberfangglases verschlossen.

1) Die analoge Erscheinung beobachtet man ebenfalls sehr ausgeprägt an dem weiter unten zu besprechenden *Eosin*.

Die Flasche mit der Flüssigkeit, stand in einem würfelförmigen geschwärzten Kasten von 50 Cm. Kantenlänge, der nach einer Seite offen und daselbst mit schwarzen Vorhängen versehen ist. Inmitten einer Vorderwand befindet sich eine Röhre von 9 Cm. Durchmesser und 16 Cm. Länge, welche ebenfalls mit einem rothen Glase verschlossen war, so daſs das 6,5 Cm. dicke Bündel Sonnenstrahlen, ehe es in den Kasten gelangte, durch eine Schicht von *fünf* rothen Gläsern gehen muſste. Dieses Lichtbündel wurde durch eine innerhalb des Kastens aufgestellte Linse von 16 Cm. Brennweite und 75 Mm. Durchmesser auf der Flaschenwand concentrirt, und der kleine fluorescirende Lichtfleck durch das Spectroskop beobachtet, dessen Spaltrohr durch die dichtgeschlossenen Vorhänge in den Kasten bis nahe an die Flaschenwand hineinragte; die Scala war beleuchtet durch eine in dunklem Gehäuse, dessen seitliche Oeffnung ebenfalls durch rothes Glas verschlossen war, brennende Gasflamme. Der brechbarere Theil des Fluorescenzspectrums war sehr schön mit grünlicher Färbung bis 55 sichtbar, während im Spectrum des erregenden Lichts, selbst wenn man die ganze verfügbare Lichtmenge mittelst der Linse auf dem Spalte des Spectroskops concentrirte, die Absorption bei 45 begann und bei 47 vollständig wurde.

Da die Strahlen vor 47 die Fluorescenz des Naphthalinroths nur schwach erregen, so ist, um dieselbe sichtbar zu machen, eine beträchtliche Intensität des erregenden Lichtes nothwendig, was eben durch die beschriebene Anordnung erreicht wurde. Wenn Hagenbach selbst mit zwei rothen Gläsern das Fluorescenzlicht nicht zu sehen vermochte, so kann das nur darin seinen Grund haben, daſs er eine zu geringe Lichtmenge einwirken lieſs, und den Spalt des Spectroskops der fluorescirenden Flüssigkeit nicht hinlänglich nahe brachte. Mit zwei rothen Gläsern, welche die brechbareren Strahlen erst von *D* an völlig absorbiren, erscheint das Fluorescenzlicht bei

Anwendung unserer Beobachtungsmethode geradezu glänzend und erstreckt sich sogar bis 56.

Der einzig mögliche, oder vielmehr fast unmögliche, Einwand, welcher gegen die Beweiskraft dieses Versuchs erhoben werden könnte, wäre etwa der folgende. Es könnte durch die Schicht von fünf rothen Gläsern doch noch etwas grünes und blaues Licht durchgegangen seyn, welches bei der angewendeten starken Concentration, obgleich auch so dem Auge unsichtbar, den brechbareren Theil des Fluorescenzspectrums hervorgerufen hätte. Um auch diesen Einwand zu beseitigen, wurde das durch die vier Gläser durchgegangene Licht mittelst Spalt, Linse und Prisma zu einem Spectrum ausgebreitet, dessen allein sichtbarer rother Theil auf die mit dem fünften rothen Glase bedeckte Oeffnung des Kastens fiel; der unsichtbare brechbarere Theil des Spectrums, welcher jene verdächtigen grünen und blauen Strahlen hätte enthalten müssen, wurde von der Stelle an, wo die Absorption vollständig wurde, durch einen dunkeln Schirm aufgefangen, und das in den Kasten eingedrungene Licht, welches sicher nur Strahlen vor 47 enthielt, durch die Linse wie vorhin auf der Flüssigkeit concentrirt. Das Fluorescenzlicht war, obwohl wegen der viel geringeren Menge des erregenden Lichtes ungleich schwächer als vorher, für das an die Dunkelheit gewöhnte Auge gleichwohl noch bis 55 deutlich erkennbar.

Es steht demnach fest, daſs *orangerothes Licht* (vor 47) *beim Naphthalinroth auch den brechbareren grüngelben Theil des Fluorescenzlichts* (bis 55) *zu erregen im Stande ist.*

3. *Versuche mit homogenen Spectralfarben.* Die vordere Oeffnung des dunkeln Kastens wurde durch einen Schirm verschlossen, in welchem ein verticaler Spalt von $\frac{1}{2}^{\text{mm}}$ Breite in horizontaler Richtung verschoben werden konnte. In der Ebene dieses Schirms wurde ein scharfes horizontales Sonnenspectrum entworfen. Das homogene Licht, welches durch den Spalt in den Kasten gelangte, wurde durch eine in demselben aufgestellte Linse von 16^{cm}

Brennweite auf der Flaschenwand concentrirt und der kleine fluorescirende Lichtfleck durch das Spectroskop beobachtet. Die Stellung der Flasche wird so regulirt, daſs auſser dem Fluorescenzlicht nur noch das an der Flaschenwand zerstreute, nicht aber das regelmäſsig reflectirte Licht in das Spectroskop dringen kann. Dieses zerstreute Licht vermag die Beobachtung in keiner Weise zu beeinträchtigen, da es homogen ist und daher nur einen schmalen Streif im Spectrum einnimmt; ja es muſs sogar willkommen geheiſsen werden, da es dem Beobachter das erregende Licht gleichzeitig mit dem erregten Fluorescenzlicht vor Augen führt. Um jedoch das erregende Licht noch besonders zu controliren, war auf die Flaschenwand ein weiſses Papierstückchen geklebt, welches durch eine geringe Drehung der Flasche um ihre verticale Axe an die Stelle des Lichtflecks gebracht werden konnte und nun das einfallende Licht durch diffuse Zurückwerfung mit groſser Lichtstärke in das Spectroskop gelangen lieſs. Sowohl vor als nach jeder Beobachtung des Fluorescenzlichts wurde auf diese Weise die Stelle der Scala abgelesen, welche dem erregenden Lichte entsprach; diese beiden Ablesungen waren stets einander gleich, da der Uhrwerk-Heliostat das Spectrum unverrückt an derselben Stelle festhielt. Der Spalt des Spectroskops war so weit geöffnet, daſs sein scharfbegränztes homogenes Bild etwa halb so breit erschien als der Zwischenraum zweier benachbarten Theilstriche der Scala, und zur Bezeichnung des erregenden Lichtes wurde stets derjenige Theilstrich notirt, welcher der brechbareren Seite dieses Spaltbildes entsprach. Von den Beobachtungen, welche sich von Theilstrich zu Theilstrich durch das ganze Spectrum erstreckten, will ich nur diejenigen mittheilen, welche in den kritischen Theil des Spectrums fallen.

Erregendes Licht.	Fluorescenzlicht.	
39		nichts,
40		nichts,
41	35 — 55	äufserst schwach,
42	35 — 55	sehr schwach,
43	35 — 55	schwach,
44	34 — 56	stärker,
45	34 — 56	stärker,
46	33 — 57	noch stärker,
47	33 — 57	noch stärker,
48	33 — 57	sehr hell,
49	33 — 57	sehr hell,
50	33 — 57	sehr hell,
51	33 — 57	glänzend hell,
52	33 — 57	glänzend hell
u. s. w.		

Mit concentrirtem weifsen Sonnenlicht erregt ist das Fluorescenzspectrum noch schwach bis 60 sichtbar, und beginnt schon schwach etwa bei 28. Diese lichtschwächsten Partien waren bei der viel weniger starken Erregung durch homogenes Licht begreiflicherweise nicht sichtbar, sondern das Spectrum erschien *von beiden Enden her* um so mehr verkürzt, je geringer die Erregungsfähigkeit der einwirkenden Strahlenbündel war. Namentlich sey hervorgehoben, dafs auch die schwach erregenden blauen Strahlen das Fluorescenzspectrum nur in derselben Ausdehnung sehen lassen wie die rothen bei 44 und 45. Unter Berücksichtigung dieser Umstände sehen wir uns durch vorstehende Beobachtungen jedenfalls zu dem Schlusse berechtigt, *dafs jeder erregungsfähige homogene Lichtstrahl beim Naphthalinroth sämmtliche Strahlenarten des Fluorescenzlichtes hervorruft, sowohl diejenigen, welche eine gröfsere oder gleiche, als diejenigen, welche eine kleinere Wellenlänge als er selbst besitzen.*

Das Sonnenspectrum wurde zuerst auf folgende Art entworfen. Das Sonnenlicht fiel durch den an der Heliostat-Oeffnung angebrachten 2^{mm} breiten verticalen Spalt

auf eine $2^m,40$ entfernte achromatische Linse von 857^{mm} Brennweite; dicht hinter derselben stand ein Merz'sches Flintglasprisma, $1^m,30$ von der Oeffnung des Kastens entfernt. Der kleine Lichtfleck, welchen die innerhalb des Kastens aufgestellte Linse auf der Flaschenwand entwirft, ist nichts anderes als das verkleinerte reelle Bild des Prismas, in welchem sich alle vom Prisma aus in den Kasten gedrungenen Strahlen sammeln. Da der die Kastenöffnung bedeckende Spaltschirm sich an der Stelle befindet, wo das scharfe Spectrum entsteht, so kann von dem durch das Prisma gebrochenen Licht nur jene homogene Partie zum Lichtfleck gelangen, welche der jeweiligen Stellung des Spaltes innerhalb des Spectrums entspricht. Aufserdem läfst sich aber nicht vermeiden, dafs das Prisma, obgleich seine matten Flächen sorgfältig geschwärzt sind, auch eine geringe Menge diffusen weifsen Lichtes ausstrahlt, von welchem ein Antheil ebenfalls durch den Spalt dringt und sich in dem kleinen Lichtfleck sammelt; betrachtet man daher den letzteren, indem man ihn auf dem Papierstückchen auffängt, durch das Spectroskop, so gewahrt man aufser der sehr hellen dem homogenen Lichte zugehörigen schmalen Lichtlinie noch ein sehr schwaches continuirliches Spectrum, welches herrührt von jenem diffusen weifsen Licht. Es könnte daher eingewendet werden, dafs der wahrgenommene brechbarere Theil des Fluorescenzspectrums von diesem diffusen weifsen Licht hervorgerufen sey. Dafs dem jedoch nicht so ist, dafür liegt der Beweis in den angeführten Versuchen selbst. Das diffuse Licht ist nämlich in ganz gleicher Weise vorhanden, gleichviel welche Farbe des Spectrums man einwirken läfst; wäre also der brechbarere Theil des Fluorescenzlichts dem diffusen Licht zuzuschreiben, so müfste er bei 40, 39 oder noch weiter gegen das rothe Ende des Spectrums ebenso gut wahrzunehmen seyn wie bei 48, 50 usw.; da aber bei Einwirkung der rothen Strahlen unterhalb 40 gar kein Fluorescenzlicht gesehen wird, so mufs geschlossen werden, dafs jenes diffuse weifse

Licht bei unserer Versuchsanordnung nicht stark genug ist, um eine im Spectroskop wahrnehmbare Fluorescenz zu erregen.

Um gleichwohl auch dieses vom Prisma diffundirte weiſse Licht zu beseitigen, wurde auf dem Wege des einfallenden Lichts, ungefähr 1^{m} vom Spalte am Heliostaten entfernt, ein zweiter, ebenfalls 2^{mm} breiter Spalt und dicht hinter demselben ein Prisma mit gerader Durchsicht aufgestellt, welches auf der Oberfläche der achromatischen Linse ein allerdings nicht ganz reines Spectrum entwarf. Ein dicht vor dieser Linse angebrachter dunkler Schirm mit einem 5^{mm} breiten Spalte lieſs nur einen begränzten Theil dieses Spectrums durch die Linse auf das hinter derselben stehende Flintprisma gelangen, welches nun auf der Spaltebene des Kastens ein ganz reines partielles Spectrum erzeugte. Das in den Kasten eingedrungene Licht, auf dem Papierstückchen concentrirt und durch das Spectroskop betrachtet, erwies sich jetzt als völlig homogen. Zwar sandte das Flintprisma auch jetzt noch diffuses Licht aus; dasselbe konnte aber nur dem begrenzten Theile des Spectrums angehören, mit welchem das Prisma beleuchtet war, und wurde seiner Lichtschwäche wegen im Spectroskope nicht wahrgenommen. Bei der Untersuchung der Wirkung der rothen und orangefarbenen Strahlen lieſs man z. B. nur die Strahlen vor *D* auf das Flintprisma gelangen, so daſs auch das ohne Zweifel vorhandene, aber gewiſs nur in unmerklichem Grade wirksame diffuse Licht dem kritischen Theile des Spectrums zugehörte. *Die Resultate waren bei dieser neuen Versuchsanordnung dieselben, welche oben bereits angegeben sind.*

Diese letztere ebenso einfache als unmittelbare Beobachtungsmethode wurde auch bei den später zu besprechenden Untersuchungen angewendet und durchaus zweckentsprechend gefunden. Sie besitzt den ganz *wesentlichen* Vorzug, daſs der Spalt des Spectroskops, von dessen Spaltfläche die das Vergleichsprisma tragende Vorrichtung abgeschraubt wird, der fluorescirenden Flüssigkeit sehr

nahe gebracht werden kann. Eine möglichst grofse Annäherung ist aber nicht blofs der gröfseren Lichtstärke wegen erwünscht, sondern, wenn es sich um die Bestimmung der obern Gränze des Fluorescenzspectrums handelt, hauptsächlich aus dem Grunde, *weil das Verhältnifs des aus dem Innern der Substanz kommenden Fluorescenzlichts zu dem von der Oberfläche ausstrahlenden um so gröfser ausfällt, je weiter man den Spalt des Spectroskops von der fluorescirenden Substanz entfernt.* Das aus dem Innern dringende Fluorescenzlicht ist aber durch Absorption seiner brechbareren Strahlen beraubt, und läfst daher, wenn es sich in erheblicher Menge dem oberflächlichen Lichte beimischt, das Fluorescenzspectrum an seiner brechbareren Seite verkürzt erscheinen, ein Umstand, der sich bei den schwächer erregenden Strahlen in noch erhöhtem Maafse geltend macht, da, wie oben bereits bemerkt wurde, jenes Verhältnifs auch um so gröfser wird, je geringer die Absorptionsfähigkeit der einfallenden Strahlen ist.

Bei Hagenbach's erster Methode[1]), — das erregende Licht wird durch einen Spiegel auf die freie Flüssigkeitsoberfläche und das Fluorescenzlicht durch einen zweiten Spiegel auf den Spalt des Collimators gelenkt —, ist eine genügende Annäherung des Spaltes an die fluorescirende Flüssigkeit gar nicht möglich. Die damit erlangten Resultate sind daher von dem Einflusse der Absorption nicht frei, und können somit bei Entscheidung der Frage, um die es sich hier handelt, nicht in's Gewicht fallen.

Auch die Methode des Hrn. Lubarsch, — Beobachtung mit fluorescirendem Ocular —, kann in der vorliegenden Frage nicht als ausschlaggebend anerkannt werden. Denn das an der Vorderfläche des Diaphragma's entwickelte Fluorescenzlicht mufs, ehe es zum Auge gelangt, durch eine Schicht der Flüssigkeit hindurchgehen; beim Naphthalinroth aber werden die brechbareren Strahlen des Fluorescenzlichts, wie Hr. Lubarsch richtig angiebt, selbst bei grofser Verdünnung noch merklich ab-

1) Diese Annal. Bd. CXLVI, S. 67.

sorbirt. Deswegen gestattet diese Methode überhaupt nur mit sehr verdünnten Lösungen zu arbeiten; mit wachsender Verdünnung wird aber nicht nur die Absorption, sondern gleichzeitig auch die Intensität des Fluorescenzlichts, wenn auch nicht in gleichem Maaſse, herabgesetzt. Bei unserer Methode dagegen empfiehlt es sich, diejenige Concentration zu wählen, bei welcher die Intensität des Fluorescenzlichts im Maximum ist.

Hinsichtlich unserer Methode muſs noch ein Umstand erwähnt werden, der zu Bedenken Anlaſs geben könnte: nämlich die Fluorescenz des Glases der Flasche. Dieselbe könnte jedoch überhaupt nur für die dunkelblauen und violetten Strahlen, welche allein diese Fluorescenz zu erregen im Stande sind, in Betracht kommen, und man überzeugt sich leicht, daſs sie auch hier unmerklich bleibt. Bei Anwendung von concentrirtem weiſsem Sonnenlicht dagegen wird die Fluorescenz der Glaswand allerdings wahrnehmbar; in diesem Falle, welcher übrigens mit der hier besprochenen Methode in keinem unmittelbaren Zusammenhang steht, bringt man die Flüssigkeit in einen kleinen Trog mit Bergkrystallwänden.

4. *Versuche nach Hagenbach's zweiter Methode.* Der oben beschriebene Kasten wurde mit seiner offenen Seite nach oben gekehrt und die hintere Wand, welche als Schieber construirt war, entfernt. Ein reines Spectrum wird ganz wie vorhin entworfen, und fällt auf den verticalen Spalt an der Vorderfläche des Kastens. Innerhalb des letzteren ist eine Linse und hinter ihr ein total reflectirendes Prisma mit horizontalen Kanten aufgestellt, welches das aus der Linse tretende Licht nach abwärts wirft, so daſs auf der Oberfläche der in einem flachen Gefäſse befindlichen Flüssigkeit ein scharfes Bild des homogen beleuchteten Spaltes entsteht. Das Gefäſs steht auf einer mit drei Stellschrauben versehenen Holzplatte; in derselben liegt auf Glasklötzchen ein Lineal aus mattgeschliffenem Milchglas, welches durch Handhabung der

Stellschrauben genau in die Ebene des Flüssigkeitsspiegels gebracht wird, und zwar so, dafs sein einer Rand das schmale Spaltbild senkrecht halbirt. Dieser Lichtstreifen, welcher zur Hälfte aus dem von der Milchglasplatte aufgefangenen erregenden Licht, zur andern Hälfte aus Fluorescenzlicht besteht, wird nun durch ein in der Hand gehaltenes Prisma mit gerader Durchsicht, dessen brechende Kante zu dem Lichtstreifen parallel ist, betrachtet. Der Kopf des Beobachters, welcher sich von der Hinterseite des Kastens her in diesen hereinbeugt, wird mit einem an den obern Rändern des Kastens befestigten schwarzen Tuch umhüllt, um alles fremde Licht abzuhalten. Durch das Prisma sieht man nun den schmalen Streifen des erregenden homogenen Lichts und darunter das Spectrum des Fluorescenzlichts. Wählt man als erregendes Licht Orange nahe vor *D*, etwa den Theilstrichen 48 bis 50 der Bunsen'schen Scala entsprechend, *so sieht man das Fluorescenzspectrum auch nach der brechbareren Seite hin merklich über den schmalen Streifen des erregenden Lichtes hinausragen*, wobei die *grünlichgelbe* Farbe dieses brechbareren Theils im Contraste mit dem reinen Orange des erregenden Lichts besonders auffällt und die Wahrnehmung desselben erleichtert. Bei Anwendung der schwächer erregenden Strahlen vor 48 vermochte ich allerdings den brechbareren Theil des Fluorescenzlichtes nicht mehr wahrzunehmen; *derselbe war aber ebenso wenig sichtbar, wenn die gleichfalls schwach erregenden blauen Strahlen wirkten.* Die Ursache dieser Unsichtbarkeit ist dieselbe, welche die schwach fluorescirenden Partien des auf die Flüssigkeit projicirten Spectrums röthlich erscheinen läfst (s. oben S. 518). Dafs in beiden Fällen die brechbareren Strahlen gleichwohl vorhanden sind, davon überzeugt man sich durch ein Browning'sches Taschenspectroskop, dessen Spalt man der fluorescirenden Flüssigkeit möglichst nahe bringt. Der Hauptfehler dieser zweiten Methode Hagenbach's liegt in der Anwendung des freien Prisma's, welches der fluorescirenden Flüssigkeit nicht genü-

gend nahe gebracht werden kann, sondern mindestens um die Weite des deutlichen Sehens von ihr entfernt bleibt. Bei einer relativ so bedeutenden Entfernung erlangt aber das aus dem Innern der Flüssigkeit dringende und seiner brechbareren Strahlen durch Absorption beraubte Fluorescenzlicht einen zu grofsen Einflufs neben dem von der Oberfläche ausstrahlenden, und zwar einen, um so gröfseren, je geringer die erregende Kraft der einfallenden Strahlen ist. Wenn diese Methode beim Naphthalinroth dennoch wenigstens für stärker erregende Strahlen zum Ziele führte, so ist diefs wie ich glaube dem Zusammentreffen zweier günstiger Umstände zuzuschreiben; es ist nämlich erstens die Fluorescenz des Naphthalinroths aufsergewöhnlich stark und zweitens befinden sich die kritischen Strahlen an einer Stelle des Spectrums, wo für unser Auge ein rascher Farbenwechsel von Orange durch Gelb in Gelbgrün stattfindet. Mit andern Substanzen, bei welchen diese Verhältnisse nicht so günstig liegen, habe ich mittelst dieser Methode kein Resultat erhalten können, auf welches sich ein sicherer Schlufs hätte gründen lassen.

Auch die Methode des derivirten Spectrums, welche sich gleichfalls eines freien Prismas bedient, ist aus denselben Gründen so wenig wie die eben besprochene zu feineren Untersuchungen tauglich.

II. Chlorophyll.

Schon in meiner früheren Eingangs citirten Arbeit hatte ich durch Versuche mit dem elektrischen Flammenbogen, in welchem ein Lithiumsalz zum Verdampfen gebracht wurde, es mindestens wahrscheinlich gemacht, dafs auch die Fluorescenz des Chlorophylls dem Stokes'schen Gesetz nicht unterworfen sey. Versuche mit reinen Spectralfarben, nach der oben (I. 3.) beschriebenen Methode ausgeführt, haben dieses Resultat bestätigt, indem sie zeigten, *dafs jeder wirksame Strahl, und namentlich jeder Strahl zwischen B und C, das ganze von B bis C reichende Fluorescenzspectrum hervorruft.*

III. Eosin.

(Tetrabromfluoresceinkalium.)

Das im Handel vorkommende Eosin bildet im festen Zustande ein röthliches Pulver vermischt mit Krystallblättchen, die in goldgrüner Oberflächenfarbe schimmern. Die wässrige oder alkoholische Lösung läfst im concentrirten Zustande nur das äufserste Roth durch und ist daher beinahe undurchsichtig; bei mittlerer Concentration erscheint sie schön granat- oder morgenroth, bei grofser Verdünnung rosenroth. In Fig. 1, Taf. VII ist die Absorption bei verschiedener Dicke der Schicht oder bei verschiedenen Concentrationsgraden in üblicher Weise dargestellt; die Zahlen links geben die jeweilige Dicke der Schicht, ihre Cuben die zugehörige Concentration an, wobei der Gehalt einer Lösung von solcher Verdünnung, dafs sie bei 1 Ctm. Dicke nur noch den stärksten Absorptionsstreifen sehen liefs, als Einheit diente. Bei starker Concentration beginnt die Absorption schwach schon bei *C* (34), wird vollständig bei 39 und löscht von da an das ganze übrige Spectrum aus. Bei mittlerer Concentration zeigt sich ein breiter dunkler Streifen von 68—81, welcher, bei 68 schwach beginnend, zwischen 72 und 79 vollkommen schwarz ist; unmittelbar hinter *F* (90—95) befindet sich ein zweiter weniger dunkler Streifen: in dem Zwischenraum zwischen diesen zwei Streifen ist die Absorption noch ziemlich stark, so dafs beide bei wachsender Concentration in ein einziges breites Band zusammenfliefsen. Blau und Indigo werden nur schwach absorbirt, erst bei *G* beginnt die Absorption wieder stärker zu werden und erhebt sich bei *H* zu einem dritten Maximum. In ganz verdünnter Lösung bleibt nur noch der erste dunkle Streifen zwischen 73 und 79 als schattenartiges Band übrig, dessen dunkelste Stelle etwa bei 76 liegt.

Die Eosinlösung fluorescirt sehr stark mit schön erbsengrüner Farbe. Projicirt man, mit Quarz-Linse und

-Prisma, das Sonnenspectrum auf die Oberfläche der Flüssigkeit, so sieht man die Fluorescenz unmittelbar hinter *D* beginnen und sich über das ganze übrige Spectrum bis weit ins Ultraviolett erstrecken. Die drei Maxima der Fluorescenz entsprechen genau denjenigen der Absorption; sie stehen erbsengrün auf bräunlichgrünem Grunde; alle schwächer fluorescirenden Regionen des Spectrums (50—65, Blau, Indigo, Ultraviolett) zeigen nämlich diesen letzteren Farbenton.

Das Spectrum des Fluorescenzlichts (Fig. 2, Taf. VII, die Intensitätsverhältnisse, wie sie sich dem Auge darstellen, sind in leicht verständlicher Weise durch eine Curve wiederzugeben versucht), enthält Roth, Orange, Gelb und Grün, und erstreckt sich von 28 bis 77. Durch einen zwischen 53 und 59 liegenden sehr schwachen dunklen Streifen wird es in zwei Theile getheilt, von denen der eine bei 46, der andere bedeutend lichtstärkere bei 65 seine hellste Stelle hat. Die Fluorescenz des Eosins befolgt die Stokes'sche Regel *nicht*. Die Untersuchung mit reinen Spectralfarben nach der oben (I. 3) beschriebenen Methode ergab nämlich: *dafs jeder wirksame Strahl das ganze Fluorescenzspectrum, sowohl die weniger als die stärker brechbaren Strahlen, hervorruft*. Das Eosin ist zum Nachweis dieser Thatsache noch geeigneter als das Naphthalinroth, weil das Spectrum des Fluorescenzlichts einen breiteren Bezirk umfafst, und daher bei Anwendung des am wenigsten brechbaren erregenden Lichts nach der brechbareren Seite hin beträchtlich über dieses hinausragt.

IV. Chamaeleinroth.

Von Hrn. Dr. V. Griefsmayer, Privatdocent am Polytechnikum in München, erhielt ich zwei Substanzen, welche derselbe vor mehr als zehn Jahren im analytisch-chemischen Laboratorium der polytechnischen Schule in Zürich durch Erhitzen von salzsaurem Anilin mit Azobenzol in zugeschmolzener Glasröhre dargestellt hatte, jedoch in Folge eines Unfalls in so geringer Menge, dafs ihre

elementare Zusammensetzung nicht sicher ermittelt werden konnte. Die eine Substanz besteht aus beinahe schwarzen, kupferroth glänzenden krystallinischen Körnchen und giebt mit Akohol eine dunkelblaue Lösung; die andere, aus violettschwarzen Körnchen bestehend, löst sich in Alkohol und Aether mit schön violettrother Farbe. Nach Hrn. Griefsmayer's Ansicht ist der erstere Körper Azotriphenylblau ($C_{18}H_{15}N_3$), der letztere Hydrazotriphenylroth ($C_{18}H_{17}N_3$). Da der blaue Körper durch Wasserstoffaufnahme in den rothen übergeht, und aus letzterem durch verschiedene chemische Agentien wieder anders gefärbte Producte abgeleitet werden können, so schlägt Hr. Griefsmayer für die Gruppe dieser Stoffe den Trivialnamen „Chamaelein" vor; wir wollen demgemäfs den ersteren Körper Chamaeleinblau, den letzteren Chamaeleinroth nennen, und zunächst die optischen Eigenschaften des Chamaeleinroths kennen lernen.

Das Absorptionsspectrum (Fig. 3, Taf. VII) der ätherischen Lösung des Chamaeleinroths zeigt bei mäfsiger Concentration drei dunkle Streifen im grünen Theile des Spectrums, den stärksten im Gelbgrün (Maximum bei 57), einen schwächeren im Grün bei *E* (Maximum bei 72) und einen noch schwächeren im Blaugrün vor *F* (Maximum bei 88); der erste Streifen ist nach der weniger brechbaren Seite hin von einem gleichmäfsig dunklen schattenartigen Bande, welches etwas vor *D* beginnt, gesäumt. Bei wachsender Concentration verschmelzen die beiden ersten dunklen Streifen zu einem breiten schwarzen Band, zu welchem sich auch bald der dritte gesellt, so dafs alsdann das Grün völlig ausgelöscht, und nur Roth, Blau und Violett übrig gelassen ist. In sehr concentrirter Lösung verschwinden auch die beiden letzteren Farben, und nur das Roth vor *C* wird durchgelassen.

Mit weifsem Lichte erregt fluorescirt diese Flüssigkeit schön orangegelb, jedoch weder so lichtstark noch so gesättigt wie das Naphthalinroth. Läfst man die erregen-

34*

den Strahlen durch ein blaues Glas gehen, so erscheint das Fluorescenzlicht lehmgelb.

Im Spectrum, das mit Quarzapparaten auf die Flüssigkeit projicirt wird, beginnt die Fluorescenz etwas hinter *C*, etwa bei 40, und reicht ziemlich weit ins Ultraviolett; drei Maxima der Fluorescenz, den Absorptionsmaximis entsprechend, treten deutlich hervor, das stärkste hinter *D*, das nächsthelle zwischen *E* und *b*, das schwächste vor *F*. Etwa von *b* an zeigt die Fluorescenz einen schmutzig lehmfarbenen Farbenton, mit Ausnahme des Maximums vor *F* welches wieder mit reinerem Gelb aus dem schmutzig gefärbten Grunde hervortritt.

Das vollständige Spectrum des Fluorescenzlichts (Fig. 4, Taf. VII) besteht aus zwei durch einen fast ganz dunkeln Zwischenraum (von 58 bis 63) getrennten Theilen. Der weitaus hellere erste Theil umfaſst Roth, Orange, Gelb und Grüngelb, reicht von 30 bis 58, und ist durch ein dunkleres Band, welches von 43 bis 51 geht und bei 44 am dunkelsten ist, wieder in eine rothe und eine gelbe Partie geschieden; der weniger lichtstarke brechbarere Theil des Fluorescenzspectrums beginnt bei 63, erstreckt sich durch Grün, Blau und Indigo etwa bis 120, und ist zwischen 70 und 90 am hellsten.

Diese beiden Theile des Fluorescenzspectrums verhalten sich dem erregenden Lichte gegenüber ganz verschieden; *der zweite brechbarere Theil gehorcht nämlich der Stokes'schen Regel, der erstere weniger brechbar dagegen gehorcht ihr nicht.*

Läſst man nämlich (nach der oben I. 3 beschriebenen Methode) die einzelnen homogenen Strahlen eines reinen lichtstarken Spectrums, von den brechbarsten angefangen, der Reihe nach einwirken, so beobachtet man, daſs das Fluorescenzspectrum, so lange sich das erregende Licht im Bereiche seines zweiten Theiles bewegt, die obere scharf abgeschnittene Gränze des jeweiligen Fluorescenzspectrums bildet; das Fluorescenzlicht wird hier durch das erregende Licht gleichsam zurückgeschoben. *Sobald aber das erregende*

homogene Licht in den Bereich des ersten Theils des Fluorescenzspectrums eintritt, hört das Zurückschieben auf; jeder homogene Strahl zwischen 41 *und* 58 *erregt den ganzen ersten Theil des Fluorescenzspectrums von* 30 *bis* 58.

V. Chamaeleinblau.

Die dunkelblaue Lösung zeigt drei Maxima der Absorption (Fig. 5, Taf. VII), ein starkes im Gelb bei 56, ein schwächeres im Roth bei 45, und ein noch schwächeres nur schwierig erkennbares im Grün vor *E* bei 69. Bei mittlerer Concentration erscheint der brechbarere Theil des Roth, das Orange, Gelb und Grün ausgelöscht, während das äufserste Roth einerseits, und Blau und Violett andererseits fast unversehrt bleiben.

Die Flüssigkeit fluorescirt schwach mit schmutzig fleischröthlicher Farbe; das auf sie projicirte Spectrum zeigt im Blau, Violett und Ultraviolett sehr schwache Fluorescenz, erst vor *F* ist dieselbe mit röthlich brauner Farbe deutlich; drei Maxima entsprechen denjenigen der Absorption: das erste (45) ist roth gefärbt, das zweite stärkste (56) orangeroth, das dritte (69) bräunlich gelb, auf röthlich braunem Grunde.

Das vollständige durch weifses Sonnenlicht erregte Fluorescenzspectrum (Fig. 6, Taf. VII) beginnt schwach bei 23, deutlich bei 30 und zerfällt in drei Theile, einen rothen, einen gelben, und einen aus Grün, Blau und Violett bestehenden, welche durch zwei dunklere Zwischenräume, deren Minima resp. bei 45 und 60 liegen, von einander getrennt sind. Die rothe Region ist am hellsten zwischen 35 und 42, die gelbe Region, von den dreien die lichtstärkste, ist sehr hell von 51 bis 57 und hat ihr Maximum bei 54; die dritte Region hat ihre hellste Stelle im Grün zwischen 70 und 76, und erstreckt sich ins Violett bis 150.

Die erste und dritte Region dieses Fluorescenzspectrums unterwerfen sich der Stokes'schen Regel, *die mittlere Region aber nicht.* Läfst man nämlich die reinen Spectralfarben, vom äufsersten Violett angefangen, der Reihe

nach einwirken, so wird die dritte Region zurückgeschoben, das Zurückweichen hört aber auf, sobald das erregende Licht in den Bereich der zweiten Region eintritt, denn *jeder Strahl von* 60 *bis* 45 *erregt die beiden ersten Theile des Fluorescenzspectrums in ihrer ganzen Erstreckung von* 30 *bis* 57; vor 45 aber ist nur noch rothes Fluorescenzlicht wahrnehmbar und hier beginnt das Zurückschieben wieder, indem jeder dieser rothen Strahlen nur denjenigen Theil des Fluorescenzspectrums hervorruft, der weniger brechbar ist als er selbst.

VI. Chamaeleingrün.

Durch Auflösen des festen Chamaeleinroths in verdünnter Schwefelsäure erhielt ich eine schön blaugrüne Flüssigkeit, welche prachtvoll karminroth fluorescirt. Neben dem Chlorophyll bis jetzt die einzige mir bekannte grüne Substanz mit rother Fluorescenz, übertrifft das Chamaeleingrün jenes an Schönheit und Leuchtkraft des Fluorescenzlichts, welches selbst in einer äufserst verdünnten beinahe wasserhellen Lösung noch mit auffallender Lichtstärke wahrgenommen wird.

Das Absorptionsspectrum (Fig. 7, Taf. VII) ist ausgezeichnet durch drei dunkle Streifen, im Roth, im Gelb und im Grün, von denen der erste und weitaus kräftigste sein Maximum bei 39 hat, der zweite schwächere bei 52, der dritte noch schwächere bei 68; die Minima der Absorption zwischen diesen Streifen liegen etwa bei 47 und 62. Am schwächsten ist die Absorption im Grün und Blaugrün (Minimum zwischen 70 und 80), erhebt sich aber wieder gegen das violette Ende des Spectrums.

Entwirft man ein Sonnenspectrum auf der Flüssigkeit, so sieht man die Fluorescenz etwas hinter *B* beginnen; drei helle Streifen, den drei Absorptionsstreifen entsprechend, leuchten roth mit abnehmender Lichtstärke. Hinter dem dritten Streifen wird die Fluorescenz sehr schwach; auch ist sie hier nicht mehr roth, sondern grünlichgrau; sie wird alsdann, indem sie den grünlichgrauen

Farbenton, jedoch immer mehr ins Graue ziehend, beibehält, im Blau wieder stärker, erreicht ein Maximum bei *H*, und erstreckt sich noch weit ins Ultraviolett.

Das vollständige Spectrum (Fig. 8, Taf. VII) des mit weiſsem Sonnenlicht erregten Fluorescenzlichts besteht aus zwei Theilen, welche durch einen von 42 bis 49 reichenden fast vollkommen dunkeln Zwischenraum von einander getrennt sind; der erste rothe Theil, von 28 bis 42, ist weitaus der hellste und hat sein Maximum etwa bei 37; der zweite viel lichtschwächere Theil erstreckt sich von 49 bis ans violette Ende (165) und zeigt von 55 bis 90 seine gröſste und auf dieser ganzen Strecke ziemlich gleichmäſsige Lichtstärke. Erregt man mit Licht, welches durch ein rothes Glas gegangen ist, so erhält man bloſs den ersten rothen Theil des Fluorescenzspectrums, während der zweite gänzlich fehlt. Bei Anwendung eines blauen Kobaltglases dagegen erscheint das Fluorescenzlicht nicht mehr roth, sondern schmutzig braungelb; sein Spectrum besteht zwar jetzt aus jenen nämlichen beiden Theilen, aber der zweite aus Gelb, Grün, Blau und Violett bestehende Theil ist nun lichtstärker als der rothe.

Die Untersuchung mit den einzelnen Spectralfarben ergab, *daſs der zweite Theil des Fluorescenzspectrums durch das erregende Licht zurückgeschoben wird, der erste dagegen nicht. Jeder rothe Strahl zwischen* 30 *und* 42 *erregt nämlich den ganzen rothen Theil des Fluorescenzspectrums von* 30 *bis* 42.

Fassen wir schlieſslich die Ergebnisse vorstehender Untersuchungen zusammen, so gelangen wir zu folgenden Sätzen:

1) *Es giebt zwei Arten von Fluorescenz.*

Bei der ersten Art ruft jeder erregungsfähige homogene Lichtstrahl, der vermöge seiner Brechbarkeit innerhalb der Grenzen des Fluorescenzspectrums oder eines bestimmten Gebietes desselben fällt, nicht bloſs Strahlen von gröſserer und gleichgroſser, sondern auch solche von kürzerer Wel-

lenlänge hervor, und zwar letztere, soweit sie dem betreffenden Gebiete angehören.

Bei der zweiten Art ruft jeder erregungsfähige homogene Lichtstrahl nur diejenigen Strahlen des Fluorescenzspectrums hervor, welche eine gröfsere oder mindestens gleichgrofse Wellenlänge besitzen als er selbst.

2) *Es giebt Körper, welchen nur die erste Art der Fluorescenz eigen ist; bei ihnen wird durch jeden erregungsfähigen homogenen Lichtstrahl stets das ganze Fluorescenzspectrum wachgerufen. Dieselben sind demnach der Stokes'schen Regel nicht unterworfen.* Dahin gehören das Naphthalinroth, das Chlorophyll und das Eosin.

3) *Es giebt Körper, welche nur die zweite Art der Fluorescenz besitzen, und welche demnach in der ganzen Ausdehnung ihres Fluorescenzspectrums der Stokes'schen Regel gehorchen.* Hierher scheint die Mehrzahl der bisher untersuchten fluorescirenden Substanzen gezählt werden zu müssen.

4) *Es giebt Körper, welche beide Arten von Fluorescenz besitzen, so dafs einem gewissen Gebiete ihres Fluorescenzspectrums die erste Art, den übrigen Theilen die zweite Art der Fluorescenz eigen ist. Dieselben gehorchen also nur theilweise der Stokes'schen Regel.* Dahin gehört das Chamaeleinroth, das Chamaeleinblau und das Chamaeleingrün.

Erlangen, im Juli 1876.

III. *Elektromagnetische Eigenschaften ungeschlossener elektrischer Ströme; von N. Schiller.*

(Schlufs von Seite 473.)

§ 3. Berechnung und Beobachtung der zu erwartenden Ablenkung des Ringmagnets.

Der Ring wurde mit einem Haken und einem Spiegel versehen und in einem geschlossenen Kasten aus Messing mittelst mehrerer 2 Meter langen Coconfäden und einer ebenso langen mit Stanniol belegten gläsernen Röhre aufgehängt. Der dickwandige Kasten hatte die Form eines Cubus, dessen Seitenlänge betrug 80^{mm}. Das Spiegelchen wurde durch einen anderen kleineren Kasten aus Messing umschlossen, der von oben an den gröfseren angeschliffen wurde und um eine verticale Axe sich drehen konnte. Eine der verticalen Seiten des kleineren Kastens wurde ausgeschnitten und durch eine Glasplatte ersetzt, um die Drehung des Spiegels beobachten zu können. Die beiden Kästen und die Belegung der Röhre wurden mittelst einer Gasleitung mit der Erde verbunden. Auf diese Weise wurden alle störende elektrostatische Einwirkungen auf die in den Kasten und der Röhre eingeschlossenen Theile des Apparates beseitigt.

Obgleich beim Umwickeln des Ringes mit dem primären Draht die möglichste Sorgfältigkeit beobachtet wurde und die Drahtwindungen möglichst regelmäfsig und senkrecht gegen die Ringebene gelegt wurden, bemerkte man nichts destoweniger nach dem Wegnehmen des Drahtes, dafs der Endmagnetismus auf den freihängenden Ring einwirkte, was nicht der Fall seyn müfste, wenn die Axe des inducirten magnetischen Moments mit dem mittleren Kreise des Ringes überall zusammenfiele. Es war defshalb nothwendig durch eine Reihe von Versuchen den Aufhängepunkt des Ringes so zu wählen, dafs der letztere in sei-

ner Gleichgewichtslage senkrecht gegen den magnetischen Meridian zu hängen käme, was auch erreicht wurde.

Bezeichnet man durch G das Drehungsmoment des Ringes um eine verticale Axe, wenn derselbe unter der Wirkung der Directionskräfte, welche ihn in seiner Ruhelage festhalten, steht, so wird die Bewegungsgleichung des Ringes, indem derselbe sehr kleine Schwingungen um seine Gleichgewichtslage ausübt:

$$\frac{d^2 \alpha}{d t^2} = G \alpha,$$

wo α den Ablenkungswinkel bezeichnet. Nennt man ferner durch t — die Schwingungsdauer des Ringes und durch T — sein Trägheitsmoment um die entsprechende Axe, so ist

$$G = \frac{\pi^2 T}{t}.$$

Wird nun das Stromende dem Ringe gegenüber so gestellt wie es im ersten Paragraph beschrieben wurde, und wird der Ring in Folge dessen um einen Winkel α von seiner Gleichgewichtslage abgelenkt, so findet folgende Gleichgewichtsbedingung statt:

$$\mathfrak{M} = G \alpha,$$

wobei die sehr kleine Aenderung der Gröfse $\mathfrak{M}$ für einen sehr kleinen Winkel α vernachlässigt wird.

Man erhält also

$$\alpha = \frac{\mathfrak{M}}{G}.$$

Die Schwingungsdauer des Ringes betrug 90,6 Sec. Sein Trägheitsmoment um die verticale Axe, welcher durch den Aufhängepunkt ging, wurde nach der Formel berechnet:

$$T = \frac{P}{v} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{R_1}^{R_2} d R \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} d z \, (r^2 \sin^2 \varphi + z^2) \, r,$$

wo P die Masse des Ringes bezeichnet, v — seinen Volumeninhalt und die Bedeutung der Integrationsgränzen aus

den im vorigen Paragraph angegebenen Dimensionen des Ringes sich ergiebt. So erhielt man

$$T = P\left(\frac{R^2{}_1 + R^2{}_2}{4} + \frac{h^2}{12}\right) = 10^{-2} \times 3{,}583 \text{ Grm.} \times \text{Met.}^2,$$

woraus folgte:

$$G = 10^{-5} \times 4{,}790 \text{ Grm. Met.}^2 \text{ Sec.}^{-2}$$

Eine scharfe Spitze aus gehärtetem Messing wurde mit einem der Pole einer Holtz'schen Elektrisirmaschine verbunden und diente als Stromende. Die Spitze wurde in der Form eines rechtwinkligen Hakens gebogen und dicht an den Kasten gestellt, in dem der Ring hing; dabei wurde gewöhnlich zwischen dem Kasten und dem Haken eine Glasplatte (4□Fuſs) gestellt, die stumpfe Seite des Hakens gegen die Platte gelehnt und die Spitze von derselben abgewendet. Der Abstand der Spitze von dem Schwerpunkt des Ringes betrug circa 50^{mm}, und dieselbe wurde so gestellt, daſs sie in die Ebene des Ringes seinem Rande gegenüber zu stehen kam. Die Drahtleitung, welche die Spitze mit der Elektrisirmaschine verband, wurde in eine gläserne Röhre eingeschlossen. Der zur Spitze hinzuflieſsende Strom wurde, bei möglichst regelmäſsiger und schneller Drehung der Elektrisirmaschine, mittelst eines Galvanometers mit gut isolirten Drahtwindungen gemessen. Die Anschläge desselben wurden mit denen des absoluten Galvanometers verglichen. Auf diese Weise ergab sich die Stärke des ungeschlossenen Stromes im Mittel gleich

$$10^{-7} \times 2{,}764 \text{ Met.}^{\frac{3}{2}} \text{ Gr.}^{\frac{1}{2}} \text{ Sec.}^{-1}$$

Setzt man schlieſslich in den Formeln des letzten Paragraphs

$$\cos\theta_1 = \cos\theta_2 = 0, \quad p^{(m)} = a^m, \quad p^{(o)} = 1 + \frac{1}{3}\frac{\delta^2}{a^2},$$

so erhält man

$$\Theta = 1{,}1371,$$

woraus folgt:

$$\mathfrak{M} = 10^{-7} \times 1{,}813 \text{ Gr. Met.}^2 \text{ Sec.}^{-2}$$

und

$$\alpha = \frac{\mathfrak{M}}{G} = 0{,}003787\ ^{1)}.$$

Dieser Winkel wurde durch ein Fernrohr mittelst Spiegelablesung abgemessen. Der Abstand der Skale vom Spiegel betrug 3000 Skalentheile; also müfste die zu erwartende in Skalentheilen ausgedrückte Ablenkung seyn

$$2 \times 3000 \times \alpha = 22{,}7 \text{ Skalentheile.}$$

In Folge zahlreicher Versuchsreihen darf man aber mit Sicherheit behaupten, dafs in *Wirklichkeit keine merkliche Ablenkung wahrgenommen werden konnte.*

Die im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuche wurden im Moskauer physikalischen Universitätslaboratorium ausgeführt; dem Leiter desselben Hrn. Prof. Stoletow, seinem Assistenten Hrn. Dr. R. Colley bin ich verpflichtet meinen innigsten Dank auszusprechen für die liberale Zuvorkommenheit, mit welcher diese Herren alle nöthigen Apparate und das Lokal des Laboratoriums mir zur Verfügung stellten.

§ 4. Der Fall eines zwischen den Polen eines Elektromagnets drehbaren Condensators.

Stelle man sich einen Condensator vor, der horizontal über einem der Pole eines vertical gestellten Solenoids aufgehängt ist; der Condensator sey um die durch seinen Mittelpunkt gehende und mit der Axe des Solenoids zusammfallende Linie drehbar; die Belegungen des Condensators seyen mittelst eines Leitungsdrahtes verbunden, welcher mit der Rotationsaxe zusammenfällt und in genügender Entfernung von den Solenoidspolen geschlossen wird.

Ein oscillirender Strom gehe durch den Condensator und mit der Aenderung seiner Richtung werde die des Stromes im Solenoid auch geändert. Dann kann man drei

1) In meiner von Hrn. Prof. Helmholtz der Berl. Akad. mitgetheilten kurzen Notiz sind durch einen Rechnungsfehler etwas andere Zahlenwerthe für Θ, $\mathfrak{M}$ und α angegeben.

Voraussetzungen von der Wirkung des Solenoids auf den Condensator machen.

1) Ist das Potenzialgesetz für ungeschlossene Leiter anwendbar, so mufs das Solenoid keine Wirkung auf den Condensator ausüben, welches zwei Stromenden vorstellt. In der That ist P das Potenzial des Solenoids auf den Strom im Condensator und $d\varphi$ ein unendlich kleiner Drehungswinkel des letzteren, so ist $\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 0$, und folglich das entsprechende Drehungsmoment auch gleich Null, weil P um die Drehungsaxe symmetrisch ist.

2) Gilt das Ampère'sche Gesetz für ungeschlossene Ströme, so mufs der Condensator durch den Solenoid gedreht werden. Das Drehungsmoment wird dabei demjenigen gleich und entgegengesetzt seyn, welches das Solenoid auf die fehlenden Elemente eines durch den Isolator des Condensators zwischen seinen Belegungen gehenden Stromes von einer gleichmäfsig vertheilten Stromdichtigkeit ausüben würde.

3) Wenn die erwähnten fehlenden Elemente wirklich existirten, d. h. wenn die Aenderung der diëlektrischen Polarisation, welche unter dem Einflusse der Ladungen und Entladungen des Condensators entsteht, in elektrodynamischer Beziehung einem durch den Isolator gehenden Strome aequivalent wäre, so würde das Stromsystem des Condensators einen geschlossenen Stromkreis vorstellen, für welchen die beiden Gesetze, das Helmholtz'sche und das Ampère'sche, identisch werden. Unter dieser Voraussetzung würde also das Solenoid keine Drehung auf den Condensator ausüben.

Die erste Voraussetzung konnte nach den in dem vorigen Paragraphen angeführten Versuchen nicht stattfinden. Es blieb also unter den beiden anderen zu entscheiden.

Zahlreiche Versuche, die Experimente so herzustellen, um die zu erwartende Drehung vorauszuberechnen und dann beobachten zu können, führten zur Ueberzeugung von der Unmöglichkeit, wegen der Kleinheit der zu

erwartenden Ablenkungen die Frage auf diese Weise zu lösen.

Sollte aber das Solenoid dem Ampère'schen Gesetze gemäfs den Condensator drehen, so müfste er in dem Leitungsdrahte, zwischen den Belegungen desselben, Ströme induciren, im Falle dem Condensator von aufsen eine Drehung mitgetheilt würde. Ist $\mathfrak{M}$ das Drehungsmoment des Solenoids auf den Condensatorleiter und ω die Winkelgeschwindigkeit des Condensators, so ergiebt sich die im letzteren inducirte elektromotorische Kraft:

$$E = -\mathfrak{M} . \omega.$$

Man ziehe fingirte Stromlinien durch den Isolator des Condensators senkrecht gegen die Belegungen desselben. Es sey S der Flächeninhalt einer der Belegungen, dS ein Element desselben, i die Intensität des durch den Leitungsdraht, zwischen den Belegungen, gehenden Stromes. Dann wird die Intensität des fingirten Stromes in einem unendlich dünnen, zwischen zwei gegenüberliegenden Elemente der Belegungen gedachten Cylinder $\frac{i\,dS}{S}$; die Richtung dieses Stromes ist dieselbe, wie in den übrigen Theilen des Stromkreises.

Man ziehe nun die z-Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystems (Fig. 6, Taf. IV) durch den Mittelpunkt des Condensators und lege die x- und y-Axen in die Ebene des letzteren. Sind X und Y die Componenten nach den entsprechenden Axen der Kraft, welche der Solenoid auf eines der fingirten Stromelemente ausübt, so wird das durch diese Kräfte bedingte Drehungsmoment des Condensators

$$\mathfrak{M}' = \Sigma (Xy - Xx) = -\mathfrak{M},$$

wobei die Summirung über alle Elemente des letzteren auszubreiten ist. Man bezeichne durch Δz den Abstand zwischen den Belegungen des Condensators und durch P das Potenzial des Solenoids auf die magnetische Masseneinheit, welche in jedem der Punkte (x, y, z) vorgestellt werden mufs. Dann kommt man bekanntlich zu den fol-

genden Ausdrücken für X und Y, indem man aus dem Ampère'schen Elementargesetze ausgeht:

$$X = \left(\frac{\partial P}{\partial z} \Delta y - \frac{\partial P}{\partial y} \Delta z\right) \frac{ds}{S} i,$$

$$Y = \left(\frac{\partial P}{\partial x} \Delta z - \frac{\partial P}{\partial z} \Delta x\right) \frac{ds}{S} i,$$

wo Δx, Δy, Δz die Projectionen eines Stromelements auf die Coordinatenaxen bezeichnen. Da aber $\Delta x = \Delta y = 0$, so erhält man

$$\mathfrak{M}' = -\frac{i \Delta z}{S} \sum \left(y \frac{\partial P}{\partial y} + x \frac{\partial P}{\partial x}\right) p\, S.$$

Setzt man jetzt

$$x = r \cos \varphi, \qquad y = r \sin \varphi,$$

so erhält man, da P wegen der Symmetrie von φ unabhängig ist:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{dP}{dr} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \cdot \frac{dP}{dr}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{dP}{dr} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} \cdot \frac{dP}{dr},$$

woraus folgt

$$\mathfrak{M}' = -\frac{i \Delta z}{S} \sum r \cdot \frac{dP}{dr} d\,S.$$

Bezeichnet man durch A den Radius des Condensators und erinnert sich, dafs

$$d\,S = r\, d\varphi\, dr,$$

so erhält man

$$\mathfrak{M}' = -\frac{i \Delta z}{S} \int_0^{2\pi} \int_0^{A} \frac{dP}{dr} r^2\, d\varphi\, dr$$

$$= -\frac{i \Delta z}{S} \left\{ 2\pi A^2 P_{(A)} - 4\pi \int_0^{A} P\, r\, dr \right\},$$

wo $P_{(A)}$ den Werth von P am Rande des Condensators bezeichnet.

Denkt man sich die Ebene des Solenoidalendes mit einer gleichmäfsig vertheilten magnetischen Masse bedeckt, von

der Dichtigkeit $\mu = J\nu$, wo J die Stromstärke des Solenoids und ν die Anzahl der Stromwindungen auf der Längeneinheit des letzteren bezeichnen und nennt man durch a den Radius des Solenoids, so hat man den im § 1 angeführten Ausdruck:

$$P = \mu \cdot \frac{\pi a^2}{\varrho} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{a^2}{\varrho^2} Q_2(\theta) + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \frac{a^4}{\varrho^4} Q_4(\theta) - \ldots \right\},$$

wobei, indem man durch b den Abstand des Solenoids vom Condensator bezeichnet:

$$\varrho^2 = A^2 + b^2 \quad \text{und} \quad \cos\theta = \frac{b}{\sqrt{A^2 + b^2}}.$$

Ferner drückt das Integral

$$2\pi \int_0^A P r\, d r = \int_0^{2\pi} \int_0^A P r\, d\varphi\, d r = \int P d S$$

das Potenzial des Solenoidalendes auf eine gleichmäſsig vertheilte magnetische Masse, von der Dichtigkeit $\mu' = 1$ aus, d. h. das Potenzial auf das Ende eines zweiten Solenoids, welches in der Form eines Cylinders gedacht werden muſs, dessen Basis der Condensator bildet. Bezeichnet man durch J' die Stromintensität in jenem fingirten Solenoid und durch ν' die Anzahl der Stromwindungen auf der Längeneinheit des letzteren, so hat man

$$J' \nu' = \mu' = 1.$$

Man wähle nun zwei Stromwindungen, welche dem einem und dem anderen Solenoid gehören, bezeichne durch Π ihr Potenzial auf einander und durch ζ ihren gegenseitigen Abstand. Man verlängere ζ um eine unendlich kleine Strecke $d\zeta$ von den beiden Enden, dann würde auf die Länge $d\zeta$ die Anzahl $\nu\, d\zeta$ der Stromwindungen des einen Solenoids und die Anzahl $\nu' d\zeta$ des anderen kommen. Schlieſslich ergiebt sich das Potenzial zweier Solenoide auf einander:

$$\int P d S = -\nu \nu' \int_b^\infty \int_\zeta^\infty \Pi\, d\zeta\, d\zeta,$$

wobei man voraussetzt, dafs die beiden anderen Enden des Solenoids ins Unendliche entfernt sind, und das negative Vorzeichen davon kommt, dafs die beiden Zuwächse von ζ in entgegengesetzten Richtungen gerechnet werden.

Bezeichnet man durch ds das Längenelement der einen der erwähnten Stromwindungen, durch ds' das der anderen, durch ϱ den gegenseitigen Abstand der Elemente und durch ψ den Winkel zwischen denselben, so hat man bekanntlich:

$$\Pi = -JJ' \sum \frac{\cos\psi}{\varrho}\, ds\, ds',$$

wobei die Summirung über alle Elemente der beiden Stromwindungen auszubreiten ist. Da nun

$$\varrho_2 = A^2 + a^2 + \zeta^2 - 2Aa\cos\psi,$$

so ergiebt es sich:

$$\Pi = -JJ' \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi . A\, d\psi . a\, d\varphi}{\sqrt{A^2 + a^2 + \zeta^2 - 2Aa\cos\psi}}$$

$$= -2\pi\, A\, a\, J J' \int_0^{2\pi} \frac{\cos\psi\, d\psi}{\sqrt{A^2 + a^2 + \zeta^2 - 2Aa\cos\psi}}$$

und folglich, indem man sich erinnert, dafs $J'v' = 1$ und $Jv = \mu$:

$$\int P\, ds = 2\pi\, A\, a\, \mu \int_0^{2\pi} \cos\psi\, d\psi \int_b^{\infty}\int_{\zeta}^{\infty} \frac{d\zeta\, d\zeta}{\sqrt{A^2 + a^2 + \zeta^2 - 2Aa\cos\psi}}.$$

Dieses Integral wird durch vollständige elliptische Integrale erster, zweiter und dritter Gattung ausgedrückt und nämlich in der Form:

$$\frac{\int P\, ds}{2\pi\beta^2 a\mu} = \left(1 - \frac{\alpha^4}{4\beta^2}\right) \frac{4b}{\sqrt{\alpha^2 + b^2}} \left[\Pi'(n, k) - F'_{(k)}\right]$$
$$+ \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha^2 + b^2}}{b} F'_{(k)}$$
$$+ \left\{ \frac{b}{\sqrt{\alpha^2 + b^2}} \cdot \frac{1}{k^2} - \frac{8}{3} \frac{\sqrt{\alpha^2 + b^2}}{b} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{2}\right) \right\} \left[F'_{(k)} - E'_{(k)}\right]$$
$$- 2\pi \left\{ \frac{\alpha^2}{4\beta^2} - \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\beta} \sqrt{\frac{a^2}{4\beta} - 1} \right\},$$

wo

$$\alpha^2 = (A + a)^2 \quad \text{und} \quad \beta^2 = A\alpha,$$

$$k^2 = \frac{4\beta^2}{\alpha^2 + b^2} \quad \text{und} \quad n = -\frac{4\beta^2}{\alpha^2}.$$

Die im folgenden Paragraph angegebenen Zahlenwerthe zeigen aufserdem, dafs für den betrachteten Fall

$$1 > -n > k^2,$$

wobei bekanntlich folgende Beziehung zwischen den vollständigen elliptischen Integralen stattfindet:

$$\frac{k_1{}^2 \sin\theta \cos\theta}{\varDelta(k_1, \theta)} \Big[\Pi'(n, k) - F'(k)\Big] = \frac{\pi}{2} + F'(k)\, F(k_1, \theta) - E'(k)\, E(k_1, \theta) - F(k)\, E(k_1, \theta),$$

wo

$$\varDelta(k_1, \theta) = \sqrt{1 - k_1{}^2 \sin^2\theta},$$

$$k^2 + k_1{}^2 = 1 \quad \text{und} \quad \sin^2\theta = \frac{1+n}{k_1{}^2}.$$

Man stelle sich statt des Solenoids einen cylindrischen Elektromagnet von demselben Querschnitt, wie der Solenoid vor; nenne durch M die Intensität der Magnetisirung des Magnets, durch dl ein Längenelement seiner Axe.

Wird der Elektromagnet mittelst regelmäfsigen Stromwindungen magnetisirt, so ist jeder Durchschnitt desselben einem Strome aequivalent, der durch den Umlauf des Durchschnitts geht und eine solche Intensität hat, dafs

$$\lambda J = \lambda M\, d\, l.$$

Die Anzahl solcher Ströme auf der Längeneinheit des Elektromagnets ist $\nu = \frac{1}{d\,l}$; folglich

$$\mu = J\nu = M.$$

Man hat also alle Elemente für Berechnung der Gröfse von der zu erwartenden elektromotorischen Kraft $E = -\mathfrak{M} = \mathfrak{M}'$.

Wirkte diese elektromotorische Kraft auf den Condensator, so würde ein Strom i durch den Leitungsdraht zwischen den Belegungen des Condensator fliefsen und den letzteren laden oder entladen; die dadurch entstehende

Potenzialdifferenz an der Belegung würde aut den Strom i in einer mit der Kraft E entgegengesetzten Richtung einwirken. Bezeichnet man durch ω die erwähnte Potenzialdifferenz und durch w den Widerstand des Leitungsdrahts, so hat man, indem man die Induction des Drahtes auf sich selbst vernachlässigt:

$$w\,i = E - \omega$$

und

$$i = c\,\frac{d\,\omega}{d\,t},$$

wo c die Capacität des Condensators und dt ein Zeitelement bezeichnen. Daraus folgt nun

$$i = E\left(1 - e^{-\frac{1}{c\,w}\,t}\right).$$

Man ersieht also, daſs ω schnell mit der Zeit dem Werthe von E sich nähern muſs, was schon nach einigen Zeiteinheiten fast vollständig eintritt. In der That ist w, in elektromagnetischen Einheiten gemessen, eine Gröſse von derselben Ordnung, wie die Lichtgeschwindigkeit; dagegen stellt c eine Länge vor, die durch das Quadrat einer Geschwindigkeit dividirt wird, welche 28,5 Mal gröſser als die Lichtgeschwindigkeit ist; folglich ist der Coëfficient $\frac{1}{c\,w}$ von derselben Ordnung wie die Lichtgeschwindigkeit.

Man nehme nun an, daſs der Isolator auch leitend sey und bezeichne durch w' den Widerstand desselben und durch i' die entsprechende Stromintensität. Dann müssen folgende Beziehungen stattfinden:

$$w'\,i' = \omega - E, \quad w\,i = E - \omega$$

$$i - i' = c\,\frac{d\,\omega}{d\,t},$$

woraus folgt

$$\omega = E\left(1 - e^{-\left(\frac{1}{c\,w} - \frac{1}{c\,w'}\right)\,t}\right).$$

Da aber w' bedeutend gröſser als w ist, so muſs auch in diesem Falle ω seinem Gränzwerthe sehr schnell sich nähern.

§ 5. **Beschreibung des Apparats und der Versuche mit dem rotirenden Condensator.**

Für diesen Versuch wurde ein grofser elektromagnetischer Apparat benutzt, welcher gewöhnlich zum Demonstriren der diamagnetischen Erscheinungen und der Drehung der Polarisationsebene der Lichtstrahlen durch den Strom diente.

Die beigefügte Fig. 5, Taf. IV stellt schematisch den Elektromagnet mit dem drehbaren Condensator vor. Zwei runde eiserne Cylinder sind auf eisernen Stützen befestigt und mittelst Stellschrauben auf der eisernen Platte (*PP*) festgehalten. Eine runde cylindrische Oeffnung ist durch die gemeinschaftliche Axe der beiden Cylinder durchbohrt. Die letzten sind mit mehreren Schichten eines isolirten, für den magnetisirenden Strom bestimmten Drahtes umwickelt. An beiden Seiten des Apparats sind mittelst der Druckschrauben (*vv*) zwei Halter von Messing (*hh*) angebracht und darauf mittelst der gespitzten Enden der Schrauben (*ss*) die Axe des Condensator (*cc*) befestigt. Die Halter (*hh*) sind mittelst Horngummi von den eisernen Stützen des Elektromagnets und von den Druckschrauben (*vv*) isolirt. Die Axe des Condensators besteht aus zwei runden kupfernen Stangen, deren jede in metallischer Verbindung mit einer der Condensatorsbelegungen sich befindet. Die Art der Verbindung der beiden Hälften der Axe mit dem Condensator und mit einander ist auf der Fig. 6, Taf. IV vorgestellt. An die dem Condensator zugewendeten Enden der Axe sind zwei metallische Scheiben (*ss*) angebracht, welche fest den Belegungen anliegen. Die äufseren Seiten der Scheiben sind mit Kautschuk bekleidet. Drei Oeffnungen sind durch Kautschuk, metallische Scheiben und Isolator des Condensators geführt. Die mit Schrauben endenden metallischen Stiele (*vv*) gehen durch die Oeffnungen und sind mittelst Kautschuk von den Wandungen derselben isolirt. Die Schraubenmütter (*mm*) sind an die Enden der Stiele angeschraubt und halten alle Theile fest zusammen.

Ein Rad mit Rinne (r) Fig. 5, Taf. IV ist am Ende der Axe befestigt und kann mittelst einer Schleife mit dem drehenden Apparat verbunden werden. Schlieſslich liegen zwei mit Klemmschrauben versehene Federn (ff) der Axe an und können mit einem Galvanometer verbunden werden, dessen Ausschläge die Ladung des Condensators messen.

Eine schnelle Drehung wurde dem Condensator mittelst des Rollensystems einer Holtz'schen Elektrisirmaschine mitgetheilt. Die Drehungsgeschwindigkeit des Condensators betrug circa 15 Umdrehungen in einer Sekunde; daraus ergab sich die Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega = 2\pi . 15.$$

Man darf nun den beschriebenen Apparat mit sehr groſser Annäherung als zwei Enden eines gebogenen Solenoids betrachten, oder, was dasselbe ist, als Enden zweier ins Unendliche gehenden Solenoide. Die im vorigen Paragraph ausgeführten Formeln dürfen also auf den betrachteten Fall angewendet werden.

Der Apparat hatte folgende Dimensionen:

der Radius des Condensators	$A = 0.150^m$
die Stärke des Condensators	$\Delta z = 0.002^m$
der Radius des eisernen Cylinders . . .	$a_1 = 0.042^m$
der Radius der Oeffnung innerhalb des Cylind.	$a_2 = 0.015^m$
der Abstand des Condensators von einem der Pole des Elektromagnets	$b = 0.020^m$

Da man im betreffenden Falle keinen massiven Cylinder hat, so muſs man die Formeln des vorigen Paragraphs einmal für den Radius des Cylinders $= a_1$ und ein anderes Mal für den Radius $= a_2$ berechnen und den zweiten Werth vom ersten abziehen. Man erhält auf diese Weise

$$2\pi A^2 (P_1 - P_2) = 0{,}0045624^m,$$

wo P_1 und P_2 die Werthe von P für die Radien a_1 und a_2 bezeichnen.

Ferner ergiebt es sich

$$4\pi \int_0^A (P_1 - P_2)\, r\, dr = 0{,}0078595^m$$

und schliefslich

$$\mathfrak{M}' = -\mathfrak{M} = 0{,}93253 \times 10^{-6\,\mathrm{m}}.$$

Da man zwei Pole an beiden Seiten des Condensators hat, so ergiebt sich die Gröfse der inducirten elektromotorischen Kraft doppelt so grofs, wie die im vorigen Paragraph berechnete, und nämlich

$$E = -2\,\mathfrak{M}\,\omega = 0'01758^{\mathrm{m}}.$$

Die elektromagnetische Wirkung der Drahtwindungen wird dabei vernachlässigt; dieselbe müfste aber jedenfalls die zu erwartende elektromotorische Kraft vergröfsern.

Was die Gröfse von M betrifft, so kann man annehmen, dafs im betrachteten Falle dieselbe ihr Maximum erreichte[1]). Aus den Versuchen von Stoletow[2]) ersieht man, dass diese Gröfse mit der Stärke des magnetisirenden Stroms zunimmt und bis auf 12000 Gr.$^{\frac{1}{2}}$ Met.$^{-\frac{1}{2}}$ Sec.$^{-1}$ steigen kann. Man nehme an

$$M = 10000.$$

Dann ergiebt es sich

$$E = 175{,}8,$$

oder indem man die elektromotorische Kraft D eines Daniell gleich $10^5 \times 1{,}026$ annimmt:

$$E = 0{,}001714\,D.$$

Die von dieser Kraft bedingten Ladungen wurden mittelst eines empfindlichen Edelmann'schen Galvanometers (ein etwas abgeändertes Wiedemann'sches Galvanometer) beobachtet. Das letzte wurde mit einem astasirenden Magnet

1) Die Zulässigkeit der erwähnten Voraussetzung ersieht man aus folgender annähernder Betrachtung. Bezeichnet man durch k den Neumann'schen Magnetisirungscoëfficient und durch R die Magnetisirungskraft, so hat man bekanntlich $M = kR$. Innerhalb des Solenoids ist $R = 4\pi J \nu$. Der Apparat hatte auf der Cylinderlänge von 0,2 Met. 8 Schichten der Drahtwindungen und 45 Windungen in jeder Schichte. Folglich ist dabei die Anzahl der Windungen auf einer Längeneinheit $\nu = 1800$. Die Stromstärke J war gleich circa 0,0225 Gr.$^{\frac{1}{2}}$ Met.$^{\frac{1}{2}}$ Sec.$^{-1}$, woraus folgt $R = 509$. Aus den Versuchen von Stoletow ergiebt sich der Werth von M für $R = 307{,}3$ gröfser als 12000.

2) Diese Annalen Bd. 144.

und mit zwei Rollen, jede von 6000 Windungen dünnen Drahtes, versehen.

Der Elektromagnet wurde so aufgestellt, daſs das Schlieſsen des magnetisirenden Stroms eine Ablenkung des Galvanometers von 15 bis auf 16 Scalentheile hervorbrachte.

Der Condensator wurde aus Glas gemacht, besaſs eine sehr groſse Capacität und ähnliche Eigenschaften, wie nicht leitende Flüssigkeiten, welche eine Polarisation der Elektroden hervorbringen.

Um den zu erwartenden Ausschlag des Galvanometers zu ermitteln, welchen die Entladung des bis auf einen Potenzialunterschied *E* geladenen Condensators hervorbringen muſste, wurde der letzte mittelst eines Commutators mit den Polen eines Daniells verbunden und nach Ablauf verschiedener Zeiten durch Umdrehen des Commutators mit einem Galvanometer verbunden. Der Widerstand der beiden Rollen des Galvanometers betrug 5098 Siemens. Die Ausschläge, welche die Entladungen des von einem Daniell geladenen Condensators hervorbrachten, waren so stark, daſs man, um dieselben beobachten zu können, eine Ableitung von 100 Siemens zwischen den Drahtenden des Galvanometers einschalten muſste. Je nach der Dauer der Ladung waren die Entladungsströme verschieden und zwar bei der Ladungsdauer von

$1^{\text{Sec.}}$, $15^{\text{Sec.}}$, $60^{\text{Sec.}}$

betrugen die entsprechenden Ausschläge

50, 200, 350 Scalentheile.

Auſserdem kehrte der Magnet des Galvanometers nach der entsprechenden Entladungselongation in seine Ruhelage nicht sogleich zurück, sondern blieb eine Zeit lang bis auf eine neue kleinere Elongation abgelehnt und dann kam er nach $30^{\text{Sec.}}$ bis $5^{\text{Min.}}$, je nach der Dauer der Ladung, allmählich zum früheren Ruhestand wieder zurück.

Würde nun der Condensator in schnelle Rotation gebracht werden und der Strom des Elektromagnets eine Zeit lang geschlossen seyn, so müſste das Galvanometer (jetzt ohne der

oben erwähnten Ableitung) nach Unterbrechen des Stromes einen Ausschlag von 4,4, 17,5, 30,6, je nach dem Zeitintervall zwischen dem Schliefsen und Unterbrechen, zeigen.

Die Beobachtungen wurden eigentlich auf folgende Weise ausgeführt: Es wurde zunächst der magnetisirende Strom wiederholt umgekehrt und die entsprechenden Ausschläge des Galvanometers beobachtet. Daraus ergab sich ein durch blofse Wirkung des Elektromagnets bedingter Elongationsbogen etwa von 33—35 Scalentheile. Darauf wurde der Condensator in schnelle Drehung versetzt und der Strom nach jeden 15$^{\text{Sec.}}$ wiederholt umgekehrt; der zuletzt beobachtete Elongationsbogen müfste um 35 Scalentheile gröfser oder kleiner seyn, als der vorher beobachtete, je nach dem Sinn der Drehung. Er blieb aber immer derselbe.

Es entsteht also keine Ladung des Condensator, und die Folgerungen aus dem Ampère'schen Gesetz erweisen sich als unstichhaltig.

Es bleibt nur eine Voraussetzung übrig: dafs keine ungeschlossene Ströme wirklich existiren und dafs die diëlektrische Polarisation elektromagnetische Eigenschaften besitze.

Die Versuche mit dem rotirenden Condensator wurden im physikalischen Laboratorium der Universität zu Kiew ausgeführt.

Anmerkung. Die Wahrscheinlichkeit der letzten Voraussetzung bestätigt der von Hrn. R. Colley und mir im Bd. VII der chemischen und physikalischen Gesellschaft zu Petersburg veröffentlichte Versuch über die elektromagnetische Wirkung einer flüssigen Spirale [1]).

Es wurde nämlich gezeigt, dafs eine Flüssigkeit, welche in demjenigen Zustande sich befindet, der durch die Polarisation der in die Flüssigkeit eingetauchten Elektroden bedingt wird, dieselben elektromagnetischen Fernewirkungen ausübt, wie ein durch den Strom durchflossener Leiter. Ist also die Polarisation der Elektroden, bei welcher kein wirklicher Strom durch die Flüssigkeit geht, mit der Ladung eines Condensators von sehr grofser Capacität identisch, wie es von Helmholtz vorausgesetzt wird (diese Annal. Bd. 150), so mufs die zwischen den

1) Auch diese Annal. Bd. CXV.

Elektroden sich befindende Flüssigkeit in einem Zustande seyn, der dem der diëlektrischen Polarisation identisch ist. Die elektromagnetischen Fernwirkungen einer flüssigen Spirale, durch welche kein wirklicher Strom hindurchgeht und welche nur im Zustande sich ändernder diëlektrischer Polarisation sich befindet, weisen somit auf diejenigen Eigenschaften des Isolators hin, deren Existenz ich durch die vorgelegte Arbeit zu bestätigen versuchte.

Kiew, Ostern 1876.

IV. *Der Thermomultiplicator als meteorologische Geräthschaft; von Dr. Heinrich Buff.*

Der Thermomultiplicator ist bekanntlich schon seit einigen Jahren unter die Hülfsmittel zur Bestimmung der Temperatur des Himmels aufgenommen worden. Mit einem hohen Grade der Empfindlichkeit verbindet dieses Instrument den grofsen Vortheil, dafs seine Anzeigen, mehr als es bei anderen thermometrischen Vorrichtungen der Fall ist, sich unabhängig von den wechselnden Temperatureinflüssen der näheren Umgebung erhalten lassen. Resultate von besonderer Bedeutung für die Meteorologie scheinen gleichwohl bis dahin auf diesem Wege nicht erzielt worden zu seyn. Es ist diefs um so auffallender, weil die thermoelektrische Säule eine Eigenthümlichkeit besitzt, durch deren Benutzung sie erlaubt, das thermometrische Geräthe des Meteorologen wesentlich zu ergänzen und zu vervollständigen. Sie bietet nämlich ein Hülfsmittel die noch unveränderten, d. h. noch nicht in fühlbare Wärme umgesetzten Wärmestrahlen der Sonne, wenigsten zum grofsen Theile von denjenigen zu trennen, welche die Luft und die darin schwebenden Körper in Folge ihrer besonderen Beschaffenheit und augenblicklichen Temperaturhöhe aussenden. Sie verschafft uns dadurch die Möglichkeit die Einwirkung und näherungsweise vielleicht selbst das

Mengenverhältniſs der ersteren zu beliebigen Zeitpunkten, auch an solchen Stellen nachzuweisen, zu welchen die Sonnenstrahlen unmittelbar nicht gelangen können.

Wenn man den konischen Reflector der Thermosäule nach Sonnenuntergang gegen irgend welche Stelle des Himmels richtet, so zeigt sich, jedenfalls in der groſsen Mehrzahl der Fälle, eine negative, d. h. Abkühlung derjenigen Fläche der Säule, die dem Himmel zugekehrt ist, andeutende Ablenkung der Galvanometer-Nadel. Während der Abwesenheit der Sonne strahlt also die geschwärzte Fläche eine gröſsere Wärmemenge gegen den Himmel als sie selbst wieder empfängt.

Schiebt man eine Glasscheibe vor den Reflector, dergestalt, daſs die einfallenden Strahlen, um zur Fläche der Säule zu gelangen, das Glas durchdringen müssen, so kehrt die Nadel in ihre Nulllage zurück und bleibt in dieser Stellung, wenn nicht die Glasscheibe eine Abkühlung unter die Temperatur der umgebenden Luft erfährt. Letzteres kann bei klarem Himmel eintreten, und wird dann durch eine geringe Abweichung der Magnetnadel nach der negativen Seite erkannt.

Die Glasscheibe wird also bei nächtlicher Weile ein vollkommener Schirm sowohl gegen die aus der Atmosphäre gegen die Säule einfallenden, wie gegen die von der Säule nach auſsen gerichteten Wärmestrahlen.

Auch bei Tage bildet das Glas einen athermanen Schirm gegen die aus der Luft, als einer Körpermasse von bestimmter Temperatur, zuflieſsenden Wärmestrahlen, denn alle diese Strahlen, in Folge der niederen Temperatur der Körpertheile, von welchen sie ausgehen, besitzen eine zu geringe Brechbarkeit, um von dem Glase durchgelassen werden zu können.

Gleichwohl stellt sich die Nadel des nur durch eine Glasscheibe beschirmten Thermomultiplicators bei Tage nur selten auf Null. Gewöhnlich bemerkt man eine Ablenkung, und zwar nach der positiven Seite der Scala;

also eine Erwärmung der Löthstellen über die Temperatur der umgebenden Luft.

Da nun, wie gesagt, die atmosphärischen, oder von den im Luftraum verbreiteten Stoffen, gemäfs ihrer Temperaturhöhe ausgesendeten Wärmestrahlen das Glas nicht zu durchdringen vermögen, so kann die erwähnte Erscheinung nur durch directe oder reflectirte Wärmestrahlen der Sonne hervorgebracht worden seyn.

Man beobachtet dieses Verhalten, nach welcher Richtung des Himmels der Reflector der Thermosäule eingestellt worden seyn mag; und es ergiebt sich hieraus in nothwendiger Folge, dafs der wärmende gleich dem leuchtenden Theile der Sonnenstrahlen in unserer Atmosphäre durch Reflection nach allen Richtungen zerstreut wird. Ferner geht hieraus hervor, dafs ein anscheinend nicht unbeträchtlicher Theil derjenigen Strahlen, welche zwar in die Atmosphäre eindringen, ihrer ursprünglichen Richtung nach aber an dem Erdboden vorübergehen müfsten, gleichwohl für die Erwärmung desselben nicht verloren gehen.

Bei einer Reihe unter diesem Gesichtspunkte ausgeführter vergleichender Beobachtungen war, um die Wirkung direct einfallender Sonnenstrahlen ganz auszuschliefsen, der konische Reflector der Säule gegen den nördlichen Himmel gerichtet, und zwar unter einem Winkel von 45°, bei welchem, mit Rücksicht auf die Lage des geöffneten Fensters zu derjenigen seiner Umgebungen, ein verhältnifsmäfsig grofses Segment der Himmelskugel der Säule gegenüberstand. Vor den Reflector konnte rasch eine Glasscheibe gebracht, oder wieder entfernt, oder endlich auch ein doppelter Messingschirm vorgeschoben werden.

Die unteren Löthstellen der Säule waren durch ihren cylindrischen Ansatz und durch einen doppelten Messingschirm vor dem Einflusse der Bodentemperatur geschützt; im Uebrigen frei von der Luft bespült.

Hatte man beide Doppelschirme vorgeschoben, so behauptete die Nadel ihre Nulllage, oder trat doch, wenn vorher eine Ablenkung stattgefunden hatte stets sehr bald

in dieselbe zurück. Der geringe Höhenunterschied der beiden geschwärzten Säulenflächen war also ohne merklichen Einfluſs auf das Gleichgewicht ihrer Temperaturen.

Bei vorgesetztem Glasschirm bewegt sich die Galvanometernadel immer nach der positiven Seite, von Null an in den mannigfaltigsten Schwankungen.

Die kleinsten Ablenkungen zeigten sich in diesem Falle bei klarer Luft und tiefblauem Himmel. Doch in keinem Falle, so lange noch die Sonne über dem Horizont stand, konnte ein Zurückweichen der Nadel bis auf 0° wahrgenommen werden. Erst nach Sonnenuntergang stellte sie sich auf 0° ein.

Beispielsweise folgen hier einige Beobachtungen vom 7. April d. J. Die Luft unter fortdauerndem Sonnenschein blieb den ganzen Tag über klar und durchsichtig.

	Tageszeit:	Glasschirm:	freie Strahlung:
Morgens	8^h 00′	+ 11°,0	— 50°
	9 50	19	41
	10 50	14	43
	11 25	17	43
	12 10	12	44
	1 30	20	45
	3 45	10	45
	5 15	9	46
	5 45	7	47
Nach Sonnenuntergang	7 0	0	52.

Die in der zweiten Verticalreihe hervortrenden Schwankungen im Stande der Nadel lassen sich im Allgemeinen darauf hindeuten, daſs um die Mittagszeit eine stärkere Wärmereflection stattfindet als Morgens und Abends. Einen jedenfalls nicht geringeren Einfluſs auf die Menge reflectirter Sonnenstrahlen, welche den Glasschirm zu durchdringen vermögen, äuſsert jedoch die Durchsichtigkeit der Luft. Dieſs ergiebt sich sehr deutlich aus den folgenden Beobachtungen.

Am 6. April, geringe Klarheit der Luft bei nicht ganz wolkenlosem Himmel:

Tageszeit:	Glasschirm:	freie Strahlung: schwankend	Luftbeschaffenheit:
8^h 15'	+ 38	— 1 bis — 18	zartes Gewölke,
10 00	25	— 21	allmählig in blau
10 40	15	— 35	übergehend,
11 10	19	— 32	
11 30	24	— 26	
11 45	29	— 10	
12 00	38	+ 10	Streifwolken,
12 30	15	— 27	der nördliche Himmel wieder blau,
1 30	21	— 10	
3 00	13	- 32	
6 45	0	— 48	Sonnenuntergang.
8 00	0	— 8.	

Am 9. April.

Tageszeit:	Glasschirm:	freie Strahlung:	Luftbeschaffenheit:
Morg. 10^h 00'	+ 58	+ 50	einzelne dichte Wolken ziehen vorüber,
bis	62	+ 63	
	60	+ 61	
10 15	50	— 4	Blau wird am nördlichen Himmel vorherrschend, ohne dafs doch die Wolken ganz verschwinden,
10 50	16	— 34	
11 30	28	— 23	
	25	— 15	
11 50	29	— 12	
3 50	46	+ 35	weifse Wolken,
4 30	32	+ 20	
5 30	16	— 19	Sonnenschein.

Verminderte Klarheit der Luft, auftretende Wolken vergröfsern die Ausschläge unter dem Einflusse des Glasschirms, so dafs jede, wenn auch rasch vorübergehende Aenderung der Art, alsbald ihren Einflufs auf die Nadel geltend macht.

Sehr auffallend ist der Unterschied in der Einwirkung auf die Thermosäule, so oft der Glasschirm entfernt wird. Die betreffenden Zahlen finden sich jedesmal in den dritten Spalten der Beobachtungsreihen. Sie zeigen, dass bei ganz klarer Luft die der freien Strahlung ausgesetzte Fläche sich stets abkühlt, also mehr Wärme abgiebt, als sie wieder empfängt. Doch blieb dieser Verlust nicht zu allen Tageszeiten gleich und war, so scheint es, mehr von der Reinheit der Luft als vom Stande der Sonne abhängig. In der That gehorcht die Nadel einer jeden derartigen Veränderung in der Beschaffenheit der Atmosphäre. Dunstige Luft, Gewölke verminderten jedesmal die negativen Ausschläge, während die positiven unter dem Schutze der Glashülle dadurch verstärkt wurden. Wolken bei freier Strahlung können sogar die Nadel zwingen durch ihre Nulllage nach der positiven Seite überzutreten und hier starke Ausschläge zu bewirken. Es ist diefs besonders dann der Fall, wenn der Himmel gleichförmig mit dichtem Gewölke überzogen ist. Man erhält dann bei freier Strahlung, gleichwie unter Beihülfe des Glasschirms grofse positive Ablenkungen. Dieselben vermindern sich jedoch rasch, so bald der Thermosäule gegenüber blauer Himmel zum Vorschein kommt.

Beobachtungen vom 6. Juni.

Tageszeit:	Glasschirm:	freie Strahlung:	Luftbeschaffenheit:
8h 45'	+ 55	+ 53	dichtes Gewölke,
9 15	61	61	bei trüber Luft,
9 40	62,5	61,6	
11 00	64,0	65,0	
11 45	64,0	63,0	die Wolken zertheilen sich und beginnen zu verschwinden.
12 10	24,0	— 6,0	

Am 11. Juni.

Tageszeit:	Glasschirm:	freie Strahlung:	Luftbeschaffenheit:
10h 00′	+ 47	+ 49	der ganze nördliche
	48,5	47	Himmel mit Regen-
	42,5	38	wolken überzogen,
	40,0		schwacher Regen,
11 30	31,0	26	der Regen hat aufgehört.

Bei anhaltendem Regenwetter fanden sich bis jetzt nur positive, wiewohl durchschnittlich geringe Ablenkungen der Nadel. Ein gänzliches Ausbleiben derselben und Einstellung auf Null ist nur während des Vorübergangs schwerer Gewitterwolken bemerkt worden.

Die vorstehenden Beobachtungen, so wenig umfangreich sie noch sind, gestatten doch schon jetzt eine bemerkenswerthe Folgerung bezüglich des Verhaltens der Pflanzen, je nachdem sie im Freien wachsen oder sich unter einer Glashülle befinden. Frische saftige Blätter sind kaum weniger kräftige Ausstrahler und andererseits Aufsauger der Wärme als die mit Kohlenschwarz überkleideten Flächen der thermoelektrischen Säule. Es ist daher anzunehmen, daſs sie sich in ähnlicher Weise, wie die Säule gegen die aus der Atmosphäre ihnen zugeführten Wärmestrahlen verhalten werden. Sie werden also, wenn der unmittelbaren Einwirkung der Sonnenstrahlen entzogen, bei klarer Luft, selbst bei Tage sich abkühlen. Dagegen unter dem Glasschirme erhöht sich ihre Temperatur über diejenige der umgebenden Luft.

Eine eigenthümliche Wirkung einer von der Sonne oder auch vom Gaslicht beschienenen Schneefläche auf die thermoelektrische Säule steht im engsten Zusammenhang mit den vorher beschriebenen Beobachtungen.

Ein flacher Holzkasten von ½ Meter Quadrat wurde mit Schnee gefüllt, die dadurch gebildete Schneefläche eben abgestrichen und unter etwa 45° Neigung der mit

dem conischen Reflector bewaffneten Seite einer Thermosäule gegenübergestellt.

In der Nähe, doch von der Säule durch eine undurchsichtige Scheidewand getrennt, war eine Gasflamme, mit sphärischem Hohlspiegel versehen, so aufgestellt, dafs ihre Strahlen, von dem Schneefelde zurückgeworfen, die Richtung gegen den conischen Reflector erhielten. Bei freier Strahlung entstand, wie man nicht anders erwarten wird, eine Ablenkung der Nadel im Sinne einer Abkühlung der dem Schnee dargebotenen Säulenfläche. So wie aber eine Glasscheibe zwischen die Schneefläche und die Säule geschoben wurde, begann die Nadel gegen ihre gewöhnliche Ruhelage zu schwanken und nahm nach einigen Oscillationen eine feste Stellung auf der anderen Seite ihres Theilkreises, beweisend, dafs der Thermosäule nunmehr Wärme von dem Schnee zugeführt worden war.

Radiometer.

Eine sehr bemerkenswerthe Analogie mit dem Verhalten der Thermosäule bei vorgesetztem Glasschirm zeigt das Radiometer von Crookes. Dieses interessante Werkzeug dreht sich bekanntlich unter dem Eindrucke des Tageslichtes, je nach der Tageszeit, der Luftbeschaffenheit und der Himmelsrichtung, der man es ausgesetzt hat, mit wechselnder Geschwindigkeit.

Richtet man Radiometer und Thermosäule mit vorgesetztem Glasschirm gleichzeitig nach derselben Gegend des Himmels, so bemerkt man alsbald, dafs beide Instrumente in so weit unter gleicher Abhängigkeit stehen, als rasche Umdrehungen des einen, grofsen Ablenkungen der Galvanometernadel des anderen entsprechen, als ferner eine Abnahme in der Geschwindigkeit des einen mit einem Zurückweichen der Nadel des anderen zusammenfällt; als endlich, wenn die letztere sich auf Null einstellt, das Rädchen zur Ruhe kommt.

Diese Aehnlichkeit im Verhalten beider Werkzeuge gab die Veranlassung zu einer genaueren Vergleichung

ihres Ganges. Anfangs erschien dieser Zweck dadurch leicht erreichbar, dafs beide nebeneinander an dem geöffneten Fenster aufgestellt wurden. Allein diese Versuche mufsten aufgegeben werden, weil die Nadel unter den Einwirkungen des Himmels allzu häufigen Schwankungen unterliegt, weil man über die Gröfse ihrer Ablenkungen keine Gewalt hat und weil es, bei der Lage des mir zur Verfügung stehenden Gebäudes unmöglich war, Radiometer und Säule gleichzeitig genau denselben Einflüssen von Aufsen zu unterwerfen.

Doch erreichte ich meine Absicht durch Benutzung einer argentischen Gaslampe, die hinter einer kreisförmigen 4 Ctm. weiten Oeffnung eines 3 Ctm. dicken Brettes aufgestellt war, und deren Lichtstärke leicht regulirt und während der Zeit weniger Minuten constant erhalten werden konnte.

Die durch die Oeffnung des Brettes fallenden Strahlen beleuchteten einen kegelförmigen Raum, innerhalb dessen Radiometer und Thermosäule neben einander standen, beide in ungefähr gleichem Abstande rechts und links von der Axe und in der Entfernung von 1 Meter von der Lampe.

Die Glasscheibe, grofs genug, um den conischen Reflector ringsum vor solchen Wärmestrahlen zu schützen, welche vom Glase nicht durchgelassen werden, stand zwischen zweien Doppelschirmen von Messingblech. Der dem Reflector zunächst stehende hinderte eine selbstständige Einwirkung der Glasscheibe, wenn deren Temperatur nicht mit derjenigen der Luft übereinstimmte; der Zweck des zweiten, zwischen Glas und Flamme befindlichen, bestand darin, in der Zwischenzeit von einem Versuche zum andern die durchsichtige Scheibe vor Erwärmung zu schützen. War eine solche Erwärmung gleichwohl eingetreten, so liefs sich diefs leicht dadurch erkennen, dafs nach Vorschiebung des zweiten Doppelschirms, während der erste zurückgeschlagen blieb, die Nadel nur sehr langsam in ihre

Nulllage zurücktritt. Solche Versuche wurden stets verworfen.

Um die Drehungsgeschwindigkeit des Rädchens zu messen, wurde als Ausgangspunkt der Messung ein Zeitpunkt gewählt, in welchem irgend einer der vier Flügel des Rädchens dem Auge als Linie erschien, und die Beobachtung geschlossen, wenn diese Lage zu irgend einem anderen Zeitpunkte sich genau wiederholte, entweder bei demselben oder auch einem anderen Flügel. Die in die Zwischenzeit fallende Secundenzahl wurde gezählt, während, so oft ein Flügel des Rädchens durch die Visirlinie gegangen war, die entsprechende Anzahl Secunden bemerkt wurde.

So sind beispielsweise die folgenden Versuchsreihen entstanden:

Zeit	δδ	Zeit	δδ	Zeit	δδ
11′ 17″	17	39′ 21″	20	56′ 14″	26
34	18	41	22	40	28
52	16	40′ 1″	20	57′ 7″	27
12′ 8″	15	23	22	34	27
23	17	44	21	58′ 2	28
40	17	41′ 5″	21	30	28
57	15	26	21	58	
13′ 12″	17	50	24		
29″		42′ 12			
$t = 66''$		$t = 85,''6$		$t = 109,''3$	
$\alpha = 20^0,5$		$\alpha = 14^0,3$		$\alpha = 12^0,5$	

Die Differenzen δδ bedeuten Zeiträume von $\frac{1}{4}$ Umdrehung. Sie lassen erkennen, daſs die Geschwindigkeit der Drehung während der jedesmaligen Beobachtungszeit ziemlich gleichförmig geblieben war.

Der Zeitraum einer ganzen Beobachtungsreihe, z. B. 13′ 29″ — 11′ 17″ = 2′ 12″ = 132 Secunden dividirt durch die entsprechende Anzahl ganzer Umdrehungen, gab die Umdrehungszeit t, ausgedrückt in Secunden.

Die Angaben der folgenden Tafel beschränken sich nur auf solche Geschwindigkeiten des Rädchens, bei welchen

die entsprechenden Ablenkungen α der Galvanometernadel diejenigen Gränzen nicht überschreiten, für die die beobachteten festen Ausschläge den ablenkenden Kräften proportional sind. Ich sehe jedoch keinen Grund, warum das hervortretende Gesetz nicht gleiche Geltung auch für gröſsere Rotationsgeschwindigkeiten haben sollte.

Ablenkungen α	Umdrehungszeit t	$\alpha\, t$	α berechnet
5,3	254,0	1364	5,2
20,5	66,0	1353	20,0
14,3	85,6	1224	15,4
12,5	109,3	1366	12,1
6,4	205,0	1312	6,4
21,0	60,0	1260	21,9
13,5	100,0	1350	13,2
		1318	

Bei dem angewandten Galvanometer sind die Ablenkungen der Nadel, wie schon bemerkt worden, bis zu 21_0 hin den ablenkenden Kräften proportional und können folglich als Maſs für die letzteren genommen werden. Nun ergiebt sich, daſs die Producte der Ablenkungen in die Umdrehungszeiten, wenn nicht genau zu einer constanten Zahl führen, doch einer solchen nahe kommen, daſs es unmöglich ist, eine andere Folgerung zu ziehen als diejenige: daſs *die Drehungsgeschwindigkeit des Rädchens im umgekehrten Verhältniſs steht zur Wärmewirkung der eindringenden Strahlen.* Die beobachteten kleinen Abweichungen von diesem Gesetze dürften bei Anwendung einer ganz constanten Wärmequelle wahrscheinlich gröſstentheils verschwinden.

Die Drehung des Radiometers kann hiernach nur durch eine Einwirkung der Wärmestrahlen, und zwar solchen die das Glas durchdringen, hervorgebracht seyn. Diese Folgerung wird übrigens auch durch eine Reihe anderer Thatsachen, welche im Wesentlichen schon im vorigen Jahre von Poggendorff hervorgehoben worden sind, bestätigt, und zu einer

ziemlich einfachen Erklärung der Rotationserscheinung benutzt. Die schwarzen Flächen des Rädchens werden stärker als die rein metallischen von den einfallenden Strahlen erwärmt. Im Innern der Glashülle befindet sich trotz der hohen Verdünnung immer noch eine geringe Menge Luft. Diese Luft, indem sie von der schwarzen Fläche erwärmt wird, gewinnt an Spannkraft und äuſsert folglich, gleich wie nach allen Richtungen, so auch gegen die wärmende Wandfläche ein Uebergewicht des Drucks, der bei der groſsen Beweglichkeit des Rädchens für seine Drehung hinreicht.

Diese Sätze als richtig erkannt, und mit meinen Beobachtungen combinirt, folgt daraus mit Nothwendigkeit das vorher ausgesprochene Gesetz. In der That, da die Drehung des Radiometers bei unveränderter Einwirkung der Wärme rasch eine gleichförmige Bewegung wird, so sieht man, daſs die durch die Drehung erzeugte Reibung sich jedesmal mit dem durch die Wärme hervorgebrachten Druck ins Gleichgewicht setzt.

Die Gröſse der Reibung selbst ist unabhängig von der Geschwindigkeit der Drehung, wohl aber wächst ihr Moment verhältniſsmäſsig mit der Zunahme der letzteren; so daſs z. B. doppelte Umdrehungsgeschwindigkeit noch einmal so starke Einwirkung der treibenden Kraft bezeichnet. Mit andern Worten, die Intensität der Strahlung, um die doppelte Geschwindigkeit herbeiführen zu können, muſs schon in der Hälfte der vorher gebrauchten Zeit diejenige Spannkraft erzeugen, welche der Reibung das Gleichgewicht zu halten vermag. Gerade dieses Resultat ergab sich aus den oben mitgetheilten Versuchen.

Durch die Vergleichung der Anzeigen des Radiometers mit denen des Thermomultiplicators wird demnach die Annahme einer Abhängkeit der Drehungen unmittelbar von der Stärke der Wärmestrahlung nicht nur sehr wohl gerechtfertigt, sondern ihre Richtigkeit auſser Zweifel gesetzt.

Aus allem dem folgt, daſs, wenn das Radiometer auch

unfähig ist, eine mechanische Kraft des Lichtes zu messen, ihm sein Name darum nicht weniger mit vollem Rechte gebührt. Es ist eine besondere Form des Thermometers, ausschliefslich nur für Wärmestrahlen höherer Brechbarkeit, deren wärmende Kraft der Umdrehungsgeschwindigkeit des Rädchens proportional ist.

Giessen, am 12. Juli 1876.

V. *Notiz über die Temperatur der Elektroden im Inductionsfunken; von Hermann Herwig.*

Wenn elektrische Ausgleichungen auf dem Wege der Entladung zwischen Elektroden stattfinden, so beobachtet man bekanntlich ein mehrfach verschiedenes Verhalten der Elektroden dabei. Namentlich sind es Wärmewirkungen, die hier vorwiegend einseitig auftreten und zwar je nach der Art der Entladung in dem einen oder entgegengesetzten Sinne. In dieser Richtung dachte ich den einen ausgezeichneten Fall, wo der Inductionsfunke in freier Luft überspringt, etwas näher aufklären zu können, wenn ich den Einflufs einer selbstständigen Erwärmung der einen Elektrode auf die Erscheinungen präcis feststellte. Eine solche Eigenerwärmung schafft einen gewissen Theil von dem, was die Entladung sonst bewirken mufs, schon von vorn herein und scheint demnach zur Klarlegung der Verhältnisse speciell geeignet zu seyn.

In Ausführung dieses Gedankens leitete ich die Enden der secundären Rolle eines grofsen Stöhrer'schen Inductionsapparates nach Einschaltung eines empfindlichen Spiegelgalvanometers vermittelst langer Drähte in völlig symmetrischer Weise an die beiden Hälften eines durchschnittenen Platindrahtes von 0,36 ^{mm} Durchmesser. Die beiden Platindrahthälften verliefen horizontal über einander

und kreuzten sich, durch eine kleine Luftschicht getrennt, rechtwinklig. Mit ihren freien Enden über isolirte Rollen führend wurden sie dort durch Gewichte scharf angezogen. Zwischen den anderen Enden der Drähte und den Enden der Inductionsdrähte befand sich ein einfacher aus vier gröfseren Quecksilbernäpfen zusammengesetzter Umschalter, der nach Belieben den oberen Platindraht zur positiven oder negativen Elektrode für die während einer zusammenhängenden Versuchsreihe stets gleich gerichteten Inductionsströme zu machen gestattete. Es erschien nämlich nicht räthlich, durch Umwendung des primären Stromes die (allein zu benutzenden) Oeffnungsinductionsströme innerhalb einer Versuchsreihe bald in diesem, bald im andern Sinne durch die Inductionsrolle zu führen, da hierbei leicht durch den Inductor selbst (nämlich durch die Wirkung seines Eisenkernes) kleine Verschiedenheiten in die beiden Fälle getragen werden könnten. Der obere Platindraht konnte dann weiter vermittelst zweier Quecksilbernäpfe ohne irgend welche Erschütterung in eine besondere Batterie von einigen Elementen eingeschaltet werden, mit Hülfe deren er sich bis zu dem Beginn eines ganz schwachen Rothglühens erhitzen liefs. Da es stets der obere Draht war, der auf diese Weise eine Eigenerwärmung erhielt, so kam wesentlich nur von seiner Seite und nicht auch von Seiten der trennenden Luftschicht das thermische Verhalten zur Geltung. Von vornherein sey bemerkt, dafs für die gleich zu nennenden Resultate die Richtung der zum Erhitzen benutzten Ströme sich als gleichgültig erwies.

Bei diesen Anordnungen sollte nun jedesmal der Galvanometereffect eines einzigen Oeffnungsinductionsstofses beobachtet werden, wenn einmal beide Drähte kalt waren und dann entweder der positive oder der negative Draht erhitzt wurde. Es ist klar, dafs der Galvanometereffect bei solchen eigentlichen Inductionsfunken auch noch von andern Umständen abhängt und im Allgemeinen sehr variabel ist. In dem in freier Luft übergehenden Induc-

tionsfunken wird die Ausgleichung der Elektricitäten theils durch geladene Lufttheilchen, theils durch Elektrodensubstanz vermittelt. Der letzere Punkt bringt es nun z. B. mit sich, dafs häufig in einer Reihe auf einander folgender Inductionsstöfse die späteren bereits eine durch die früheren erfolgte günstige Auflockerung der Elektroden vorfinden und defshalb gröfsere Galvanometerwirkungen zeigen. Demnach liefs sich nur aus zahlreichen, zweckmäfsig eingetheilten Versuchen eine bestimmte Aufklärung erwarten. Ich habe nun so operirt, dafs ich in zusammenhängender Reihe 10 Versuche bei kalten Drähten, dann 10 bei Glühen des positiven, 10 bei Glühen des negativen, wieder 10 bei kalten Drähten, 10 bei negativ glühenden, 10 bei positiv glühenden und endlich 10 bei kalten Drähten ausführte. Für die Versuche mit kalten Drähten war der obere bald positiv, bald negativ. Solche Reihen wurden mehrfache gemacht und so hat sich aus mehreren hundert Versuchen das Resultat der folgenden Tabelle ergeben.

Tabelle.

Distanz der Drähte	Galvanometerausschläge im Mittel bei kalten Drähten	bei positiv glühenden	bei negativ glühenden
$\frac{1}{4}$ mm	126,5	261	337
$\frac{1}{2}$ -	55,5	122,5	201,5
$\frac{3}{4}$ -	40	55,5	175
$1\frac{1}{2}$ -	5	19	82
4 -	4	15	30

Die elektromotorische Kraft der Induction war bei all diesen Versuchen in derselben Weise gegeben, da immer derselbe primäre Strom durch Wirkung eines fallenden Gewichtes in der gleichen Art geöffnet wurde. Der Zustand des Glühens ferner war stets der der beginnenden dunklen Rothgluth.

Ohne den Zahlen speciell einen zu grofsen Werth beiegen zu wollen, ist hiernach also mit Bestimmtheit zu lsagen, dafs eine lebhafte Erhitzung der einen Elektrode

gröſsere Elektricitätsmengen in Folge der Wirkung einer bestimmten elektromotorischen Kraft der Induction übergehen läſst und daſs dieses besonders hervorragend für die negative Elektrode gilt. Der erste Theil dieses Sachverhaltes lieſs sich erwarten, da sowohl das Losreiſsen von Metalltheilchen, wie der Antrieb geladener Lufttheilchen von einer an sich schon hoch erhitzten Elektrode aus leichter erfolgen muſs; er beweist übrigens auſserdem deutlich, daſs beide Elektroden an der Entladung wesentlich betheiligt sind. Von weit gröſserer Bedeutung ist jedoch der zweite Theil, wonach die negative Elektrode unter demselben günstigen Einflusse viel reichlichere Elektricitätsmengen ergiebt, als die positive. Ich muss rücksichtlich dieser Eigenthümlichkeit der negativen Elektrode zur Erläuterung und Bestätigung noch zweierlei hinzufügen. Einmal hört die oben erwähnte Veränderlichkeit, welche den Galvanometerwirkungen solcher Versuche anhaftet, wesentlich auf, wenn die negative Elektrode glüht, und zweitens ist einzig in dem Falle des Glühens der negativen Elektrode bei nahen Distanzen auch für den Schlieſsungsinductionsstrom (für welchen die glühende Elektrode eben die negative war) gelegentlich eine geringe Galvanometerwirkung zu erzielen gewesen.

Was also frühere Erfahrungen vielleicht schon wahrscheinlich genug machten, ist durch diese Versuche, wie mir scheint, in mehr directer Weise unzweifelhaft bestätigt, daſs nämlich auch *im Inductionsfunken, der in freier Luft übergeht, die negative Elektricität* (im Allgemeinen an Elektrodensubstanz und an Lufttheilchen gebunden) *leichter in Bewegung zu setzen ist.* Für die Gasentladungen der Holtz'schen Maschine haben das bekanntlich die Herren Wiedemann und Rühlmann[1]) gleichfalls nachgewiesen.

Ich möchte nun unter der hiernach wohl nicht mehr willkürlichen Annahme, daſs überhaupt immer dann, wenn es sich um ein Losreiſsen geladener Metall- oder Gas-Theilchen von den Elektroden eines Entladungsapparates

1) Diese Annal. 145, p. 384.

handelt, die negative Ladung leichter losgerissen wird[1]), darauf hinweisen, dafs dann die immer noch nicht genügend aufgeklärte einseitige thermische Wirkung solcher Entladungen leicht begreiflich ist. Man mufs nur ein für alle Mal den Gesichtspunkt festhalten, dafs die hauptsächlichste Wärmeproduction von Seiten elektrischer Kräfte stets an der Stelle hervortritt, wo die elektrische Bewegung aufgehoben wird. In dem vorliegenden Falle, wo die Elektricitäten an körperliche (Metall- und Luft-) Theilchen gebunden von den elektrischen Kräften in Bewegung gesetzt werden, vermehren die Kräfte auch schon während des Losreifsens der Theilchen in hohem Maafse deren Wärmebewegung, so dafs hier nicht ausschliefslich nach Maafsgabe der Vernichtung elektrischer Bewegung Wärmeproduction vorkommt, wie bei ganz metallischer Leitung. Aber die vorwiegende Wärmeerzeugung mufs natürlich auch hier an den Stellen stattfinden, wo die entgegengesetzt geladenen Theilchen die Elektricitäten ausgleichen, da an diesen Stellen nicht nur die Geschwindigkeiten der Theilchen selbst ihren Höhepunkt erreichen, sondern dieselben daneben noch die aufhörende specifisch elektrische Bewegung in sich aufnehmen.

Die Stellen der gröfsten Wärmeproduction scheinen nun den thatsächlichen Erfahrungen gemäfs verwickelte Beziehungen zu den Umständen der verschiedenen Entladungsversuche zu haben. Man kann jedoch kurzweg sagen, dafs sämmtliche Erfahrungen über die Rolle der beiden Elektroden der Entladungsapparate einfach nur das Folgende bedeuten dürften: Findet eine Entladung ganz discontinuirlich in kurzem Stofse statt, so zeigt die negative Elektrode die gröfste Wärmeproduction; ist dagegen die Entladung von mehr gleichmäfsigem continuirlichen Charakter, so überwiegt umgekehrt die Wärmewirkung an

1) Anmerkung: Von dem einfachen Abfliefsen schwach gespannter Elektricitäten in die Gase einer Flamme ist hier nicht die Rede. Diese elektrische Bewegung scheint keine Mitbewegung der Körpertheilchen zu beanspruchen.

der positiven Elektrode[1]). Die Haupttypen für beide Kategorien sind der Inductionsfunke in freier Luft und der Voltabogen. Es müfsten also in diesen beiden entgegengesetzten Fällen auch die elektrischen Ausgleichungen vorwiegend in der Nähe der entgegengesetzten Elektroden stattfinden. Und das giebt die obige Annahme ohne Weiteres an die Hand.

Betrachtet man zunächst eine ganz discontinuirliche Entladung, so ist dort noch in keiner Weise von den Verhältnissen eines mehr constanten Stromes die Rede, man mufs vielmehr den Bewegungsvorgang der Elektricitäten im einzelnen verfolgen. Es wirken nun nach der gemachten Annahme hier die elektrischen Kräfte zunächst bewegend auf die Elektricität der negativen Elektrode ein; erst später wird auch eine elektrische Bewegung von der positiven Elektrode ausgehen und eine Ausgleichung einer gewissen Elektricitätsmenge zwischen den Elektroden erfolgen. Indessen sind es selbstverständlicherweise bei dieser stofsweisen Entladung durchaus nicht alle von den Kräften ursprünglich gegen die Elektroden hingetriebenen Elektricitäten, die so zum Ausgleich kommen. Es bleibt vielmehr ein erheblicher Rest übrig, der wo möglich rückwärts (in dem obigen Versuchsfalle durch die Inductionsspirale) seine Ausgleichung sucht. In Bezug auf diesen Rest ist nun anzunehmen, dafs er an der negativen Elektrode in Folge der leichteren Beweglichkeit bereits theilweise losgerissen war. Damit wird es nothwendig, dafs die etwa stattfindende Rückausgleichung überhaupt in der Nähe der negativen Elektrode erfolgt, welche also die Wärmewirkung der rückwärts ausgeglichenen Elektricitäten erleidet. Weiterhin ist es aber auch sehr denkbar, dafs der durch die Unterbrechungsschicht hindurch, also in der eigentlichen Entladung, zum Ausgleich kommende Antheil näher zur negativen Elektrode hin die Ausgleichung vornimmt, wenn man der sich schwerer entladenden positiven

1) Anmerkung: Man vgl. die Angaben des Herrn Poggendorff, dies. Ann. 132, p. 132.

Elektricität damit zugleich eine erheblich gröſsere Geschwindigkeit während der Entladung zulegt, wie es die Herren Wiedemann und Rühlmann[1]) für ihre Versuche folgerten.

Versuche mit Elektrisirmaschinen, die keine eigentliche Rückausgleichung zulassen, wird man nun überhaupt durch diesen zweiten Punkt erklären. Für den Inductionsapparat dagegen kann man beide Punkte anführen; es dürfte jedoch dort allein die Rückausgleichung genügen, um bei der ausgesprochen stoſsweisen Entladung, wo stets verhältniſsmäſsig erhebliche Mengen diese Rückausgleichung durchmachen, die überwiegende Wärmewirkung an der negativen Elektrode zu erklären.

Für mehr constante, in längerem gleichmäſsigen Strom erfolgende Entladungen ist im Gegensatze zu dem Vorigen der Weg der Unterbrechungsschicht nur mehr in geringerem Grade unterbrochen und kann im Wesentlichen als ziemlich leitend angesehen werden. Bei solchen Entladungen, die natürlich stets ohne Rückausgleichungen vor sich gehen, tritt also wiederum die einfache Berechnung der Stromesarbeit eines constanten Stromes nahezu ein, jedenfalls soweit, daſs man annehmen muſs, es werde dort die gröſste Stromesarbeit geleistet, wo der gröſste Widerstand in der Leitung ist. Das würde also die Umgebung der positiven Elektrode seyn. Hier kommen groſsentheils die Vernichtungen der elektrischen Bewegungen, d. h. die Wärmewirkungen zu Stande.

Die reichlichere Zerstäubung, welche z. B. im Voltabogen die positive Elektrode gleichfalls erfährt[2]), ist dann nur als secundäre Wirkung aufzufassen, während die lebhafte Wärmeproduction die primäre Wirkung ist. Einen Einwand gegen die Auffassung, daſs die Nähe der positiven Elektrode der Hauptsitz der elektrischen Ausgleichungen sey, kann die lebhaftere Zerstäubung dieser Elektrode natürlicherweise nicht abgeben.

1) Diese Annal. 145, p. 389.

2) Vgl. meine Zahlen für Silber, diese Annal. 149, p. 521.

Wie mir scheint, erklärt also die eine Annahme der leichteren Beweglichkeit der negativen Elektricität an allen Unterbrechungsstellen einer eigentlichen Leitung ohne weiteres den polaren thermischen Charakter der Unterbrechungsstellen in den verschiedenen Fällen. Einer Muthmaſsung über den Grund dieser leichteren Beweglichkeit der negativen Elektricität (stets gebunden an Körpersubstanz) enthalte ich mich, weil damit zugleich eine Muthmaſsung über das eigentliche Wesen der Elektricität ausgesprochen werden müſste.

Darmstadt, den 14. Juni 1876.

VI. *Ueber eine Analogie des Chromoxyds mit den Oxyden der Ceritmetalle; von Alex. Wernicke.*

Nachdem durch Hillebrand's Bestimmungen[1]) der specifischen Wärme der Ceritmetalle in Uebereinstimmung mit der neuerdings aufgestellten Hypothese bewiesen wurde, daſs die Oxyde des Cers, Lanthans und Didyms als

$$Ce_2\,O_3\ La_2\,O_3\ \text{u.}\ Di_2\,O_3$$

aufzufassen sind, schien es von einigem Interesse auch weitere Analogien zwischen diesen und anderen Sesquioxyden aufzusuchen. Es ist mir gelungen, Doppelsalze von Chromoxyd und Kali darzustellen, die mit den für die Cerit- und Ytter-Gruppe charakteristischen Doppelsalzen von der Form

$$\left.\begin{matrix} R_2\,O_3 \\ 3K_2\,O \end{matrix}\right\} 6SO_3$$

analoge Zusammensetzung besitzen.

Auch in Betreff anderer Sesquioxyde erhielt ich Andeutungen, die für ein ähnliches Verhalten sprechen. An-

1) Diese Annal. 1876. Heft I.

derseits schliefsen sich diese Verbindungen an das Rhodiumsalz an

$$\left.\begin{matrix} Rh_2 O_3 \\ 3 R_2 O \end{matrix}\right\rangle 6 SO_3$$

und darin hat man einen Fingerzeig gegeben, dafs ein analoges Verhalten der Sesquioxyde in der angegebenen Weise nicht ohne Wahrscheinlichkeit ist.

Die von mir bestimmten Chromoxydverbindungen lassen sich unter der allgemeinen Formel

$$\left.\begin{matrix} Cr_2 O_3 \\ 3 R_2 O \end{matrix}\right\rangle 6 SO_3$$

zusammenfassen, wobei R durch Li, Na und Ka zu ersetzen ist.

Wahrscheinlich läfst sich auch Rb und Cs dafür einführen. Zur Darstellung dieser Salze bin ich gelangt, als ich die Producte untersuchte, welche concentrirte Schwefelsäure und chromsaures Kali bei gegenseitiger Einwirkung in hoher Temperatur liefern. Trägt man fein gepulvertes chromsaures Kali in concentrirte Schwefelsäure ein, die so weit erhitzt ist, dafs sie weifse Dämpfe ausstöfst, so setzt sich eine graugrüne äufserst fein zertheilte Masse ab.

Es findet dabei eine lebhafte Sauerstoffentwicklung statt.

Die schmutzigbraune, überstehende Flüssigkeit enthält neben freier Schwefelsäure und Chromsäure auch schwefelsaures Chromoxyd und schwefelsaures Kali. In dem Lehrbuche von Graham Otto wird angegeben, dafs unter denselben Umständen ein pfirsichblüthrothes Pulver

$$\{ Cr_2 O_3, 3 SO_3 \text{ oder } 2 Cr_2 O_3, 3 SO_3 + H_2 SO_4 \}$$

erhalten wird.

Ich habe stets nur eine graugrüne Masse erhalten können. Diese wurde durch Decantiren mit heifsem Wasser (20 bis 30 Mal) gereinigt und dann an der Luftpumpe reichlich mit heifsem Wasser ausgewaschen.

Eine qualitative Analyse ergab:

Chromoxyd, Schwefelsäure, Kali und Spuren von Chromsäure.

Die Substanz erwies sich in Wasser und in Säuren unlöslich, reagirte aber frisch befeuchtet sauer. Von kalter oder mäfsig verdünnter Aetzkalilösung wurde sie nicht angegriffen, dagegen beim Kochen mit heifser, concentrirter Kalilösung bald schwer, bald leicht zersetzt.

Es blieb dabei grünes Chromhydrooxyd zurück, das nach sorgfältigem Auswaschen keine Spuren von Schwefelsäure und Kali zeigte und sich in Salzsäure vollständig löste. Das Filtrat zeigte mehr oder weniger grofse Mengen von Chromsäure, die durch Jodkalium und Salzsäure nachgewiesen wurden.

Um die Anwesenheit der Chromsäure sicher zu stellen, wurde die Substanz mit Kalilauge in einem zugeschmolzenen Glasrohr unter einer Atmosphäre von CO_2 bei 120° bis 150° behandelt.

Es zeigten sich beträchtliche Mengen von Chromsäure. Mit reinem kohlensauren Natron liefs sich die Substanz selbst nach $1\frac{1}{2}$ stündigem Glühen vor dem Gebläse nicht aufschliefsen. Bedeckte man dieselbe aber in einem Tiegel mit Salpeter, so genügte die Flamme eines Bunsen'schen Brenners, um alles Chromoxyd in Chromsäure überzuführen.

Das Aufschliefsen war binnen 5 bis 10 Minuten vollendet.

Auf diese Weise war eine Bestimmung des Chroms als Chromoxyd möglich gemacht.

Zunächst wurde die Schmelze 5 bis 6 Mal mit ganz concentrirter Salzsäure zur Trockne verdampft, um durch etwa vorhandene Salpetersäure bei den Bestimmungen keine Fehler zu erhalten.

Aus 4 Analysen ergab sich im Mittel

SO_3	61.10 Proc.
Cr_2O_3	27.25 -
Rest	11.67 -

Der Rest entspricht angenähert dem Kaligehalte der Substanz.

Es läfst sich keine der Analyse entsprechende Zusammensetzung darthun.

Es ist also keine einfache Verbindung vorhanden. Neu dargestellte Substanz wurde portionsweise mit Wasser unter Salzsäure-Zusatz wiederholt gekocht.

Es zeigte sich jetzt eine Zusammensetzung, angenähert der Formel

$$\left.\begin{matrix} K_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 4SO_3$$

entsprechend, welche

SO_3	56,54
Cr_2O_3	26,85
K_2O	16,61

fordert.

Ich fand im Mittel

SO_3	56,83
K_2O	15,00
Cr_2O_3	26,02.

Die Kalibestimmung wurde auf folgende Weise möglich gemacht:

Die Substanz wurde beim gelinden Erhitzen auf dem Platinblech violettroth ohne Schwefelsäure zu entlassen und wurde beim Erkalten wieder graugrün. Erhitzte man weiter, so gingen Dämpfe von SO_3 fort und es blieb Chromoxyd und schwefelsaures Kali zurück.

Der Glühverlust war ziemlich constant

42,84 Proc.

Im Rückstand fanden sich in Procenten der angewandten Substanz:

Cr_2O_3	26,85 Proc.
SO_3	14,40 -
K_2O	14,05 -

Die Gesammtmenge von SO_3 war

56,83 Proc.

der Rest nach dem Glühen als

14,40 Proc.

bestimmt worden, so dafs der Glühverlust an SO_3 sich auf

42,43 Proc.

stellt. Mit diesem stimmt der ganze Glühverlust

42,84 Proc.

überein, so dafs man beim Glühen folgenden Vorgang annehmen darf:

$$\left.\begin{matrix} K_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 4SO_3 = Cr_2O_3 + 3SO_3 + K_2SO_4.$$

Der Glühverlust mufs $\frac{3}{4}$ der ganzen in der Substanz vorhandenen Schwefelsäure betragen:

Es ist

$$42{,}43 : 56{,}83 = 3 : 4{,}2.$$

Die Substanz bildet sich auf folgende Weise:

$$2K_2Cr_2O_7 + 8H_2SO_4$$
$$= 2\left.\begin{matrix} K_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 4SO_3 + 8H_2O + 3O_2.$$

Daneben bildet sich freie Chromsäure, schwefelsaures Kali und schwefelsaures Chromoxyd. Diese Substanzen werden mit niedergerissen und mit grofser Hartnäckigkeit festgehalten.

Die Verbindung

$$\left.\begin{matrix} K_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 4SO_3$$

entspricht vollständig dem entwässerten Chromalaun, der gleichfalls ein unlösliches, graugrünes Pulver ist.

Sie ist der Ausgangspunkt der folgenden Untersuchung.

Die Verbindung $\left.\begin{matrix} 3K_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 6SO_3$.

Herr Geheimrath Bunsen machte mich auf ein Verfahren aufmerksam, das er beim Aufschliefsen unlöslicher Rhodiumverbindungen angewandt hatte und das darin besteht, die Substanz lange, aber bei gelinder Hitze mit saurem schwefelsauren Kali zu behandeln.

Ich wandte ein ähnliches Verfahren auf die oben beschriebene Verbindung

$$\left.\begin{matrix} K_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 4SO_3$$

an. Es wurde zunächst ganz wasserfreies saures schwefelsaures Kali dargestellt und dieses in einem Platintiegel langsam erhitzt. Der Platintiegel stand dabei in einem mit Sand gefüllten Eisentiegel und wurde durch die Flamme eines einfachen Bunsen'schen Brenners erhitzt, bis Fluſs eingetreten war. Dann wurde soviel von dem

$$\left.\begin{matrix} K_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 4SO_3$$

hineingetragen, daſs es etwa ein Sechstheil der geschmolzenen Masse ausmachte.

So wurde die Substanz im bedeckten Tiegel 8 bis 10 Stunden bei kleingeschraubtem Brenner in Fluſs gehalten und endlich erstarren gelassen. Die Masse war frisch grün geworden und löste sich nur zum Theil im Wasser.

Es blieben kleine Krystallmassen von grüner Farbe zurück, deren einzelne Individuen fast weiſs erschienen.

Dieselben wurden mit heiſsem Wasser gewaschen und erwiesen sich gegen Säuren und kalte Aetzkalilösung indifferent.

Beim Erhitzen mit Kalilauge wurden sie zersetzt, indem sich Chromhydrooxyd abschied.

Eine qualitative Analyse ergab neben K_2O, Cr_2O_3 und SO_3 keine Chromsäure.

Bei mäſsigem Erhitzen wurden die Krystalle violettroth ohne Schwefelsäure zu entlassen und nahmen nach dem Erkalten wieder ihre grüne Farbe an.

In Glühhitze entlieſsen sie Schwefelsäure. Der Rückstand enthielt dann

$$Cr_2O_3 + K_2SO_4.$$

Um reichliches Material für die Untersuchung zu er-

halten, wurde versucht, die Substanz in einer grofsen Platinschale darzustellen, die in einem Magnesiabade stand. Die Versuche waren erfolglos, wahrscheinlich, weil sich die Magnesia zu schnell abkühlt, denn auch in einem bedeckten Platintiegel, der in Magnesia gebettet wurde, trat keine vollständige Krystallisation ein. Es wurden defshalb, wie oben angegeben, portionsweise in einem geräumigen Platintiegel Krystalle dargestellt und zusammen durch Auswaschen mit heifsem Wasser unter Zusatz von Salzsäure gereinigt.

Das Präparat wurde bei 100° getrocknet.

Ein Theil jeder Portion wurde unter dem Mikroskope geprüft, um zu sehen, ob noch amorphe Parthien zwischen den Krystallen vorhanden wären. Nur wenn nicht ganz trockene Substanzen verwendet waren, trat unvollständige Krystallisation ein.

In der reinen Substanz wurde nach Aufschlufs mit Salpeter, wie oben angegeben,

$$Cr_2O_3 \text{ und } SO_3$$

bestimmt, nachdem durch 5-maliges Eindampfen mit Salzsäure die etwa noch vorhandene Salpetersäure vertrieben worden.

Bei Bestimmung des schwefelsauren Baryts wurden die üblichen Vorsichtsmafsregeln beobachtet.

Die Analysen ergaben:

SO_3	52,50	Cr_2O_3	16,65
	52,60		16,62
	52,26		16,64
also SO_3 =	52,44	Cr_2O_3 =	16,64

im Mittel.

Es wurde ferner eine abgewogene Menge der Substanz mit mäfsig concentrirter Kalilösung in einem verschlossenen Glasrohr unter einer Atmosphäre von CO_2 etwa 2 Stunden lang auf einer Temperatur von 130—135° erhalten.

Das abgeschiedene Chromhydroxyd wurde ausgewaschen und bestimmt:

$Cr_2 O_3$ 16,62 Proc.

Im Filtrat ergab eine Bestimmung der Schwefelsäure

$S O_3$ 52,50.

Um eine Kalibestimmung zu machen, wurde eine gewogene Menge der Substanz im Platintiegel der Flamme eines gewöhnlichen Bunsen'schen Brenners ausgesetzt und in einer Atmosphäre von kohlensaurem Ammon geglüht.

Die Bestimmungen ergaben:

Glühverlust	26,25	Proc.
	26,23	„
	26,30	„
d. h. im Mittel	26,26	Proc.

Die Schmelze wurde mit Wasser ausgelaugt, das $Cr_2 O_3$ abfiltrirt, mit Salzsäure ausgewaschen, geglüht und gewogen.

Im Filtrate wurden Spuren von gebildetem Chromchlorid bestimmt.

Die Analysen ergaben:

$Cr_2 O_3$	16,58	Proc.
	16,65	„
	16,60	„
im Mittel	16,62	Proc.
$S O_3$	26,30	Proc.
	26,20	„
	26,26	„
im Mittel	26,25	Proc.
$K_2 O$	30,88	Proc.
	30,92	„
	30,95	„
im Mittel	30,91	Proc.

Demnach enthält die Substanz

$Cr O_3$	16,62	Proc.
$S O_3$	52,48	„
$K_2 O$	30,91	„

und entspricht der Formel

$$\left.\begin{matrix}Cr_2O_3\\3K_2O\end{matrix}\right\rangle 6SO_3$$

welche

$$\begin{matrix}Cr_2O_3 & 16{,}63 \text{ Proc.}\\ SO_3 & 52{,}54 \text{ „}\\ K_2O & 30{,}85 \text{ „}\end{matrix}$$

fordert.

Man hat beim Glühen folgenden Vorgang:

$$\left.\begin{matrix}Cr_2O_3\\3K_2O\end{matrix}\right\rangle 6SO_3 = Cr_2O_3 + 3SO_3 + 3K_2SO_4.$$

Der Glühverlust ist Schwefelsäure und verhält sich zu der ganzen in der Verbindung enthaltenen Schwefelsäure wie 1 : 2.

In der That ist

$$26{,}25 : 52{,}48{,}48 = 1 : 1{,}99.$$

Die Verbindung

$$\left.\begin{matrix}Cr_2O_3\\3K_2O\end{matrix}\right\rangle 6SO_3$$

ist ein schwefelsaures Chromoxydkalisalz der grünen Modification in deutlich ausgebildeten Krystallen.

Die Zusammensetzung ist demnach analog wie bei den im Eingang erwähnten Salze

$$\left.\begin{matrix}Rh_2O_3\\3R_2O\end{matrix}\right\rangle 6SO^3$$

und

$$\left.\begin{matrix}La_2O_3\\3R_2O\end{matrix}\right\rangle 6SO_3$$

Die Krystalle sind feine Nadeln, mit bloſsem Auge als einzelne Individuen erkennbar, aber sie lassen sich nur bei starker Vergröſserung untersuchen. Sie sind prismatisch gestaltet, mit sechseitiger Umgränzung. Im Mikroskope mit Polarisationsvorrichtung zeigen sie eine Orientirung längs der Prismenkanten.

Die optischen Hauptschwingungsrichtungen sind zu diesen senkrecht und parallel.

Alle Krystalle zeigten dasselbe. Selten zeigten sich Schnitte, die ungefähr senkrecht zur Zonenaxe der Säule lagen. Auf diesen trat zwischen gekreuzten Nicols beim Drehen der Platte um 180° ein Wechseln von Helligkeit und Dunkelheit ein. Ist man berechtigt diese Schnitte als Basis aufzufassen, so dürfte auch das hexagonale System für die Krystalle ausgeschlossen seyn und man hätte sie als rhombisch bestimmt.

Ueber die krystallographischen Bestimmungen der entsprechenden Salze der Ceritmetalle habe ich nirgends Aufschlufs gefunden.

Ich untersuchte defshalb auch eine Portion dieser. Nach meinen Beobachtungen zeigen sich auch diese Krystalle längs der Säulen genau orientirt und tragen in ihrem ganzen Habitus viel Aehnlichkeit mit dem Salze

$$\left.\begin{matrix} Cr_2\,O_3 \\ 3\,K_2\,O \end{matrix}\right\rangle 6\,S\,O_3$$

Die Krystalle dieser Verbindungen sind äufserst vollkommen nach der Basis spaltbar. Beim Drehen um 180° blieb eine solche Spaltfläche zwischen gekreuzten Nicols vollkommen dunkel. Ein Axenbild war aber nicht zu sehen. Diese Krystalle gehören daher wahrscheinlich dem hexagonalen System an, ebenso wie die Verbindung $\left.\begin{matrix} Cr_2\,O_3 \\ 3\,K_2\,O \end{matrix}\right\rangle 6\,S\,O_3$, obgleich das rhombische System für letztere nicht ausgeschlossen ist. Das Salz läfst sich auch direct durch Eintragen von Chromoxyd, rosafarbenen, wasserfreien, schwefelsaurem Chromoxyd oder entwässertem Chromalaun in sauerschwefelsaures Kali erhalten. Die Verbindung ist so noch leichter rein zu erhalten.

Das Bildungsgesetz des Salzes ist in jedem Falle leicht zu übersehen.

Die Verbindung $\left.\begin{matrix} 3Na_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$.

Mittelst reiner Chromsäure wurde Na_2CrO_4 dargestellt und ebenso wie das Kalisalz behandelt.

Die übrigbleibende Masse ist ein graugrünes oder schmutzigrosafarbenes Pulver.

Auf analoge Weise, wie für das Kalisalz angegeben, wurde hier die Verbindung

$$\left.\begin{matrix} 3\,Na_2O \\ Cr_2O_3 \end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$$

dargestellt.

Man kommt auch hier gut zum Ziele, wenn man Cr_2O_3 oder Cr_2O_3, $3SO_3$ in die geschmolzene Masse von saurem schwefelsaurem Kali einführt und 8—10 Stunden der Flamme aussetzt.

Die Verbindung ist verhältnifsmäfsig leichter in grofsen Krystallen darzustellen. Von dem optischen Verhalten der Krystalle läfst sich dasselbe aussagen, wie für das Kalisalz.

Eine Entscheidung, ob das hexagonale oder das rhombische System das richtige ist, läfst sich auch hier nicht treffen.

Die Formel

$$\left.\begin{matrix} Cr_2O_3 \\ 3\,Na_2O \end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$$

fordert

Cr_2O_3	18,57	Proc.
SO_3	58,67	„
Na_2O	22,76	„

Aus den von mir gemachten Analysen ergiebt sich:

Cr_2O_3	18,58	Proc.
SO_3	58,60	„
Glühverlust an SO_3	29,24	„
	29,35	„
Mittel	29,29	Proc.

Cr_2O_3	18,66 Proc.	
	18,62 „	
Mittel	18,64 Proc.	
Rest an SO_3	29,55 Proc.	
	29,30 „	
Mittel	29,43 Proc.	
Na_2O	22,64 Proc.	
	22,68 „	
Mittel	22,66 Proc.	

Man hat demnach

Cr_2O_3	18,62 Proc.
SO_3	58,69 „
Na_2O	22,66 „

Die Methoden der Analyse entsprechen vollständig dem bei dem Kalisalze angewandten Verfahren.

Die Verbindung $\left.\begin{matrix}3\,Li_2O\\Cr_2O_3\end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$.

Das saure schwefelsaure Lithium erhält man als eine weifse, äufserst hygroskopische Masse, wenn man in einer Platinschale einem Theil H_2SO_4 mit Li_2CO_3 sättigt, einem zweiten Theil von H_2SO_4 zusetzt und langsam erhitzt bis zum klaren, feurigen Flufs.

Löst man die Schmelze in Wasser, so schiefsen beim Abdampfen feine, leicht zerfliefsliche Nadeln des sauren Salzes an.

Um die Verbindung

$$\left.\begin{matrix}3\,Li_2O\\Cr_2O_3\end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$$

darzustellen, wurde direct reines Cr_2O_3 in das geschmolzene saure schwefelsaure Lithium eingetragen. Nach dem Erkalten wurde die Masse nochmals mit Schwefelsäure befeuchtet und aufs Neue in Flufs gebracht. Das saure

schwefelsaure Lithium entläſst nämlich noch leichter als die entsprechenden Kali- oder Natronsalze das Schwefelsäureanhydrid und geht in schwer schmelzbares, neutrales, schwefelsaures Lithium über.

Das Salz

$$\begin{matrix} Cr_2O_3 \\ 3\,Li_2O \end{matrix} \Big\rangle 6\,SO_3$$

bildet feine Nadeln von graugrüner Farbe, die einen Stich ins Violettrothe haben.

Sie sind sehr klein, zeigen Doppelbrechung und lassen sich nicht mit Gewiſsheit determiniren.

Sie scheinen sich aber den oben bestimmten Salzen anzuschlieſsen.

Die Formel fordert

SO_3	66,48	Proc.
Cr_2O_3	21,05	„
Li_2O	12,46	„

Es wurde bestimmt

Cr_2O_3	21,14	Proc.
SO_3	66,44	„

Der Glühverlust an

	SO_3	33,36	Proc.
Rest an	SO_3	32,93	„
	Cr_2O_3	21,23	„
	Li_2O	12,33	„

Man hat demnach:

SO_3	66,36	Proc.
Cr_2O_3	21,23	„
Li_2O	12,33	„

Um den Natrongehalt zu ermitteln, der in der Verbindung als Verunreinigung enthalten seyn konnte, wurde der Alkalirückstand mit Schwefelsäure zur Trockne verdampft, unter einem Zusatz von kohlensaurem Ammon geglüht und dann gewogen.

Ferner wurde die Schwefelsäure bestimmt und aus die-

sen Daten der Natrongehalt ermittelt. Es ergaben sich nur Spuren von Natron.

Allgemeiner Rückblick.

Unter der Form

$$\left.\begin{matrix} 3\,R_2\,O \\ Cr_2\,O_3 \end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$$

wobei R durch K, Li und Na zu ersetzen ist, treten uns Chromoxydverbindungen der grünen Modification in krystallisirtem Zustande entgegen.

Ob dieselben dem hexagonalen oder ob sie dem rhombischen System angehören, läfst sich nicht genau entscheiden. Sie haben eine mattgrüne Farbe, erscheinen aber im zerstreuten Licht oder bei Kerzenbeleuchtung saftiggrün. Beim gelinden Erhitzen werden sie vorübergehend violettroth. In anhaltender Glühhitze geben sie Schwefelsäure ab und zwar die Hälfte der vorhandenen.

Durch Kochen mit Kalilauge werden sie zersetzt, indem sich Chromhydrooxyd abscheidet.

Durch Schmelzen mit Salpeter werden sie leicht aufgeschlossen, sind aber in concentrirten und verdünnten Säuren unlöslich.

Bei fortgesetzter Behandlung mit concentrirter Salzsäure scheint jedoch theilweise eine Zerfällung in Cr_2O_3, $3\,SO_3$ und $3\,R_2SO_4$ stattzufinden.

Die Salze krystallisiren ohne Wasser in verhältnifsmäfsig hoher Temperatur. Es ist sogar ein Haupterfordernifs, dafs die angewandten Substanzen für die Darstellung ganz wasserfrei sind.

Wie für die Salze der violetten Modification im Allgemeinen zur Krystallbildung Wasser nothwendig zu seyn scheint, so scheinen für die Krystallisation der grünen Salze absolute Trockenheit und hohe Wärmegrade erforderlich zu seyn. Was man von violetten Krystallen kennt, bildet sich in niederer Temperatur. (Das Chlomchlorid gehört nicht in die Reihe dieser violetten Verbindung.)

Durch die krystallinischen Bildungen beim Zersetzen des chromsauren Chromsuperchlorids und durch die oben beschriebenen Salze dürfte angezeigt seyn, daſs auch die grüne Modification sehr wohl krystallisationsfähig ist.

Hohe Temperatur und Entfernung aller Feuchtigkeit sind hier Bedingungen.

Die Salze

$$\left.\begin{matrix} 3\,R_2\,O \\ Cr_2\,O_3 \end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$$

zeigen auch den Zusammenhang der Sesquioxyde unter einander.

In die allgemeine Formel

$$\left.\begin{matrix} 3\,R_2\,O \\ R_2\,O_3 \end{matrix}\right\rangle 6\,SO_3$$

kann man für $R_2\,O_3$, Vertreter der Lanthan- und Yttergruppe, Rhodium- und Chromoxyd einführen. Ob auch andere Sesquioxyde diese Verbindungen bilden, ist vorläufig nicht zu entscheiden.

Die entsprechenden Salze von $Fe_2\,O_3$ und $Al_2\,O_3$ scheinen in Berührung mit Wasser einer Zersetzung und theilweise auch einer Auflösung zu unterliegen. Die Beryllerde dagegen bildet eine untersuchbare, constante Verbindung.

Die Untersuchungen wurden ausgeführt im chemischen Laboratorium der Universität Heidelberg. Bei der Ausführung derselben hat mich Herr Geh. Rath Bunsen durch seinen Rath freundlichst unterstützt.

Heidelberg, Ende Juli 1876.

VII. *Zur Theorie der Condensatoren; von H. Aron.*

Herr Siemens hat in seiner Abhandlung[1]) „Ueber die elektrostatische Induction und die Verzögerung des Stromes in Flaschendrähten" Ströme untersucht, welche dadurch entstehen, daſs ein Condensator durch einen Commutator eine groſse Anzahl Mal in der Secunde auf einem Wege geladen und auf einem andern entladen wird. Hr. Siemens schaltete in einen dieser Wege ein Galvanometer ein und erhielt so constante Ablenkungen der Galvanometernadel, die er zu messenden Versuchen benutzte.

Zur Ladung des Condensators dienten eine gröſsere Anzahl galvanischer Elemente, wobei Hr. Siemens fand, daſs die Intensität des so erzeugten Stromes proportional ist mit der elektromotorischen Kraft der angewandten Kette, mit der Anzahl der in der Secunde erfolgenden Ladungen und Entladungen und mit der Capacität des Condensators. Einen Einfluſs des Widerstandes konnte Hr. Siemens nicht beobachten, da sich ein solcher selbst bei der Einschaltung eines Widerstandes von 100 Meilen Telegraphendraht nicht merklich machte.

Es ist aber ersichtlich, daſs ein solcher Einfluſs vorhanden seyn muſs, da es sonst möglich wäre, durch Vermehrung der in der Secunde erfolgenden Anzahl Ladungen und Entladungen, dem wenigstens prinzipiell nichts entgegensteht, durch die Vergröſserung des Condensators, was selbst für die praktische Ausführung keine Gränzen hat, mit Hülfe eines Elementes Ströme beliebiger Intensität zu bekommen, und so mehr flieſsende Elektricität zu erhalten, als wenn man das Element in sich selbst schlösse, was nicht wahrscheinlich ist. In wie weit nun ein Widerstand auf die betrachtete Art Ströme von Einfluſs ist, soll hier näher untersucht werden.

1) Diese Annalen, Bd. 102.

Es bezeichne i die Intensität des Stromes in elektrostatischem Maaſs, in welchem Maaſse überhaupt im Folgenden alle Gröſsen angegeben seyn sollen, und zwar soll i positiv seyn, wenn die positive Elektricität im Sinne der wachsenden Leitung flieſst, dieselbe soll bei der Ladung als wachsend von der äuſseren zur inneren Belegung angenommen werden, bei der Entladung von der inneren zur äuſseren. W sey der Widerstand der Schlieſsung, P das Potential der Schlieſsung auf sich selbst, t bedeute die Zeit und μ das Verhältniſs der elektrostatischen Einheit der Intensität zur elektromagnetischen. Es bedeute V_a den Werth des Potentials am Anfang und V_b seinen Werth am Ende der Schlieſsung, ferner sey E die elektromotorische Kraft der ungeschlossenen Kette; dieselbe sey definirt als die Summe der Potentialunterschiede, die man erhält, wenn man an den Stellen, wo das Potential Discontinuitäten hat, von dem Werthe des Potentials *vor* dieser Stelle den *hinter* derselben abzieht; man hat alsdann die Gleichung:

$$i\,W = -\frac{P}{2\mu^2}\cdot\frac{di}{dt} + V_a - V_b + E.$$

Ist Q die Elektricitätsmenge auf der Belegung am Ende der Schlieſsung, so hat man:

$$Q = C(V_b - V_a),$$

wo C die Capacität des Condensators bedeutet. Nimmt man ferner die Relation hinzu:

$$i = \frac{1}{2}\frac{dQ}{dt},$$

so wird unsere Gleichung:

$$\frac{P}{4\mu^2}\cdot\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{W}{2}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} - E = 0.$$

Das Integral dieser Gleichung ist:

$$Q = CE + Ae^{-\lambda t} + Be^{-\lambda' t}$$

wo

$$\lambda = \frac{\mu^2 W}{P}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4P}{\mu^2 W^2 C}}\right)$$

und

$$\lambda' = \frac{\mu^2 W}{P}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4P}{\mu^2 W^2 C}}\right)$$

ist.

Nimmt man die Bedingungsgleichungen hinzu, daſs für $t = 0$ $Q = Q'$ und $\frac{dQ}{dt} = 0$ seyn soll, so hat man für die Bestimmung der Constanten die Gleichungen:

$$A + B = Q' - CE$$
$$A\lambda + B\lambda' = 0,$$

woraus sich ergiebt:

$$Q = CE - \frac{CE}{\lambda' - \lambda}\left(\lambda' e^{-\lambda t} - \lambda e^{-\lambda' t}\right)$$
$$+ \frac{Q'}{\lambda' - \lambda}\left(\lambda' e^{-\lambda t} - \lambda e^{-\lambda' t}\right);$$

diese Formel gilt sowohl für die Ladung als für die Entladung.

Ich setze für E, λ, λ' und W, bei der Ladung E_1, λ_1, λ'_1, W_1, bei der Entladung E_2, λ_2, λ'_2 und W_2. Ich setze $\frac{1}{\lambda' - \lambda}\left(\lambda' e^{-\lambda t} - \lambda e^{-\lambda' t}\right) = \varphi(t)$; $\varphi(t)$ soll alsdann bei der Ladung durch $\varphi_1(t)$, bei der Entladung durch $\varphi_2(t)$ bezeichnet werden.

Es sey ferner t_1 und t_2 die Dauer eines Ladungs- resp. Entladungs-Contactes, und nun setze ich für $\varphi_1(t_1)$ und $\varphi_2(t_2)$ resp. φ_1 und φ_2.

Es erübrigt noch die nähere Bezeichnung von Q' und von Q für beide Fälle festzusetzen. Wir müssen aber dabei die verschiedenen Ladungen resp. Entladungen von einander unterscheiden, da im Allgemeinen Anfangs- und Endzustand bei denselben verschieden seyn wird. Ich will durch ungerade Indices die Ordnungszahl der Ladungen, durch gerade die der Entladungen bezeichnen, so daſs Q'_{2n-1} und Q_{2n-1} die Elektricitätsmengen bedeuten, die sich am Anfang resp. am Ende der $n-1$ten Ladung auf der inneren Belegung der Flasche befinden; Q'_{2n} und Q_{2n} bedeuten dagegen die Elektricitätsmengen, die sich am An-

fang resp. am Ende der $n$ten Entladung auf der äufseren Belegung befinden.

Mit Rücksicht auf die eben eingeführten Bezeichnungen erhalten wir nunmehr folgende vier Recursionsformeln:

1) $Q_{2n-1} = CE_1 - CE_1\varphi_1 + Q'_{2n-1}\varphi_1.$

2) $Q_{2n} = CE_2 - CE_2\varphi_2 + Q'_{2n}\varphi_2.$

3) $Q'_{2n} = - Q_{2n-1}.$

4) $Q'_{2n-1} = - Q_{2n-2}.$

Aus diesen Recursionsformeln findet man, wenn k irgend eine ganze positive Zahl $\leqq n-2$ bedeutet, folgende Gleichung:

$$Q_{2n-1} = CE_1(1-\varphi_1)(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2\ldots\ldots+\varphi^k{}_1\varphi^k{}_2)$$
$$- CE_2(1-\varphi_2)\varphi_1(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2\ldots\ldots+\varphi^k{}_1\varphi^k{}_2)$$
$$+ Q_{2n-1-2(k+1)}\varphi_1^{k+1}\varphi_2^{k+1}.$$

Setzt man $k=n-2$, so folgt:

$$Q_{2n-1} = CE(1-\varphi_1)(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2\ldots\ldots+\varphi_1^{n-2}\varphi_2^{n-2})$$
$$-CE_2(1-\varphi_2)\varphi_1(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2\ldots\ldots+\varphi_1^{n-2}\varphi_2^{n-1})$$
$$+Q_1\varphi_1^{n-1}\varphi_2^{n-1}.$$

Nimmt man der Einfachheit halber an, dafs

$$Q'_1 = 0 \text{ also } Q_1 = CE_1(1-\varphi_1)$$

ist, so folgt schliefslich:

$$Q_{2n-1}=CE_1(1-\varphi_1)(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2\ldots\ldots+\varphi_1^{n-1}\varphi_2^{n-1})$$
$$-CE_2(1-\varphi_2)\varphi_1(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2\ldots\ldots+\varphi_1^{n-2}\varphi_2^{n-2}).$$

Die ersten Fälle der Ladung interessiren uns nicht; wir wollen untersuchen, was aus den Ladungen oder Entladungen wird, wenn ihre Ordnungszahl in's Unendliche wächst; wir bekommen:

$$\lim.(Q_{2n-1})_{n=\infty}=CE_1(1-\varphi_1)(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2+\ldots\ldots)$$
$$-CE_2(1-\varphi_2)\varphi_1(1+\varphi_1\varphi_2+\varphi^2{}_1\varphi^2{}_2\ldots\ldots)$$

nun ist $\varphi(t)$ für reelle t stets kleiner als 1; um das zu beweisen, unterscheide ich zwei Fälle; erstens λ und λ' reell; alsdann hat $\varphi(t)$ seinen gröfsten Werth, wenn $t=0$ ist; da ist es aber 1, folglich ist es sonst kleiner als 1. Sind aber λ und λ' complex, so setze man:

$$\lambda=x-yi,\ \lambda'=x+yi,$$

dann folgt:

$$\varphi(t) = e^{-xt}\left(\cos(yt) + \frac{x}{y}\sin(yt)\right);$$

für $\cos(yt)$ setze man seinen gröfsten Werth, also 1; setze ich für $\sin(yt)$, yt, so habe ich auch dafür etwas Gröfseres gesetzt, da der Bogen gröfser ist als der Sinus. Es ist also:

$$\varphi t < e^{-xt}(1 + xt);$$

aber es ist:

$$e^{-xt}(1 + xt) = \frac{1 + xt}{1 + \frac{xt}{1} + \frac{x^2 t^2}{1.2} + \ldots},$$

und da x und t positiv sind, so ist das sicher kleiner als 1; daher $\varphi(t)$ erst recht kleiner als 1, und umsomehr $\varphi_1 \varphi_2$; daher ist unsere unendliche Reihe unbedingt convergent, und wir dürfen setzen:

$$1 + \varphi_1 \varphi_2 + \varphi^2_1 \varphi^2_2 + \ldots . = \frac{1}{1 - \varphi_1 \varphi_2}$$

daher bekommen wir:

$$\lim. (Q_{2n-1})_{n=\infty} = \frac{CE_1(1-\varphi_1)}{1-\varphi_1\varphi_2} - \frac{CE_2(1-\varphi_2)\varphi_1}{1-\varphi_1\varphi_2}.$$

Indem man die Indices 1 und 2 vertauscht, findet man:

$$\lim. (Q_{2n})_{n=\infty} = \frac{CE_2(1-\varphi_2)}{1-\varphi_1\varphi_2} - \frac{CE_1(1-\varphi_1)\varphi_2}{1-\varphi_1\varphi_2},$$

also tritt schliefslich ein periodischer Zustand ein, und die Elektricitätsmenge D, die sich alsdann während jeder Periode ladet oder entladet, findet man, wenn man von der Elektricitätsmenge, die sich am Ende der Ladung auf der inneren Belegung der Flasche befindet, diejenige abzieht, welche am Ende der Entladung auf derselben Belegung zurückgeblieben ist; die erstere ist $\lim. (Q_{2n-1})_{n=\infty}$, die letztere $-\lim. (Q_{2n})_{n=\infty}$ also hat man schliefslich:

$$D = \lim. (Q_{2n-1} + Q_{2n})_{n=\infty},$$

also:

$$D = \frac{C(E_1 + E_2)(1-\varphi_1)(1-\varphi_2)}{1-\varphi_1\varphi_2}.$$

Aber $E_1 + E_2$ ist unter allen Umständen die elektromotorische Kraft einer geschlossenen Kette, nämlich der Kette, die bei der äufseren Belegung anfängt, durch die Ladungsschliefsung zur inneren Belegung geht und von da durch die Entladungsschliefsung zur äufseren Belegung zurückkehrt. Nenne ich die ganze auf dieser geschlossenen Leitung liegende elektromotorische Kraft E, so habe ich:

$$D = \frac{CE(1-\varphi_1)(1-\varphi_2)}{1-\varphi_1\varphi_2}.$$

Macht die Zunge n Doppeloscillationen in der Secunde, so ist die Dauer der schliefslich eintretenden Periode $\frac{1}{n}$; und die gesammte Elektricitätsmenge, die in der Secunde durch die Leitung fliefst, ist, weil die Hälfte der freien Elektricität abfliefst, die andere Hälfte dagegen durch zufliefsende Elektricität entgegengesetzter Art neutralisirt wird:

$$J = \tfrac{1}{2} n D,$$

also:

$$J = \frac{nCE(1-\varphi_1)(1-\varphi_2)}{2(1-\varphi_1\varphi_2)}.$$

Es ist also unter allen Umständen die Intensität der elektromotorischen Kraft proportional, aber nicht der Capacität und der Anzahl der Ladungen, da n und C auch in φ_1 und φ_2 vorkommen.

Wir müssen φ_1 und φ_2 genauer betrachten; wir unterscheiden zwei Fälle: der erste Fall ist der, dafs λ und λ' sehr grofs sind, dann wird $e^{-\lambda t}$ und $e^{-\lambda' t}$ sehr bald $= o$; also wird φ_1 und φ_2 sehr klein; wir haben alsdann:

$$J = \frac{n}{2} CE.$$

Es ist das der Fall so schnell sich vollziehender Ladungen und Entladungen, dafs während der kurzen Dauer eines Contactes sich die ganze Ladung oder Entladung vollzogen hat; dabei können beide noch immer oscillatorisch abgelaufen seyn oder nicht; denn dies hängt nicht von dem absoluten Werth von λ und λ' ab, sondern davon, ob sie reell oder complex sind. Der absolute Betrag von

λ und λ' hängt nun wesentlich von dem Factor $\frac{\mu^2 W}{P}$ ab; ist derselbe sehr grofs, so werden im Allgemeinen λ und λ' auch sehr grofs sein. Um zu einem ungefähren Urtheil über den numerischen Werth von $\frac{\mu^2 W}{P}$ zu gelangen, will ich es für den Fall ausrechnen, dafs die Schliefsung ein 100^m langer Kupferdraht ist, dessen Durchmesser 1^{mm} beträgt; damit der Werth von P durch die einfache Formel des Herrn Kirchhoff, $P = 2\,l \lg \frac{l}{\alpha}$, ausgedrückt werden kann, wollen wir annehmen, dafs die Schliefsung derartig ist, dafs zwei Punkte, zwischen denen endliche Drahtlängen liegen, auch endlich von einander entfernt sind. In der angeführten Formel bedeutet l die Länge und α den Radius des Drahtes; es ergiebt sich in diesem Falle:

$$P = 0{,}24412.10^7,$$

der Widerstand dieses Drahtes beträgt nach Mathiessen's Zahlen 2,68 S. E.

Schreiben wir unsern Ausdruck $\frac{2\mu^2 W}{2P}$, so haben wir, da $2\mu^2 W$ den Widerstand in elektromagnetischem Maafs bedeutet, und eine S. E. nach Kohlrausch $0{,}9717.10^{10}$ in elektromagnetischem Maafs ist

$$\frac{\mu^2 W}{P} = \frac{2{,}68.0{,}9717.10^{10}}{2.0{,}24412.10^7} = 5340.$$

Nehmen wir an, dafs die Dauer eines Contactes $\frac{1}{500}$ Secunde beträgt, eine jedenfalls viel kleinere Zeit, als Herr Siemens oder ich bei den Versuchen hatte, — bei meinen Versuchen war die Dauer eines Contactes etwa $\frac{1}{90}$ Secunde, und ich hatte 30 solcher Contacte in einer Secunde — so ergiebt sich:

$$e^{-\frac{\mu^2 Wt}{P}} = 0{,}000023,$$

von dieser Ordnung sind die Gröfsen φ_1 und φ_2; das giebt Abweichungen von der Formel:

$$J = \frac{n}{2}\,CE,$$

die sowohl bei Herrn Siemens als bei mir weit unterhalb der Beobachtungsgrenze liegen.

In der That bewies Herr Siemens die Proportionalität der Ausschläge der Galvanometernadel mit n, mit E und mit C.

Der Fall, dafs $\frac{\mu^2 W}{P}$ klein ist, in welchem Falle wir langsam sich vollziehende positive und negative Schwankungen haben, machte sich aber in der That auch bei meinen Versuchen geltend; so z. B. habe ich gefunden, dafs wenn P durch Einschaltung der secundären Rolle eines Inductionsapparates sehr grofs gemacht wurde, unter Umständen die Einschaltung eines sehr bedeutenden Widerstandes eine Zunahme der Stromstärke zur Folge hatte; wahrscheinlich wurde also, bevor der Widerstand eingeschaltet war, die Entladung während einer negativen Schwankung unterbrochen, so dafs die Summe der durch das Galvanometer fliefsenden Elektricitätsmengen geringer war, als wenn der grofse Widerstand zwar eingeschaltet war, dafür aber die negative Schwankung nicht mehr eintrat. Uebrigens hing das Gelingen des Versuches, wie es die Theorie verlangt, von der Gröfse der Capacität ab, so dafs ein Widerstand, der bei der einen Capacität den Ausschlag vermehrte, ihn bei einer gröfseren Capacität verminderte und bei einer noch gröfseren wieder vermehrte.

Doch, weil man bei dieser Beobachtungsmethode nur das Gesammtresultat der Entladung und nicht die einzelnen Schwankungen direct beobachtet, so eignet sich diese Methode nicht ohne Weiteres zur Beobachtung dieser Fälle von Entladungen; es bleibt aber noch ein Fall übrig, der auf diese Weise einer aufserordentlich exacten Beobachtung zugänglich ist, nämlich der Fall, dafs $\frac{\mu^2 W}{P}$ zwar grofs, λ aber dennoch sehr klein gegen λ' ist, weil der andere Factor desselben $1 - \sqrt{1 - \frac{4P}{\mu^2 W^2 C}}$ nahe 0 ist; dieser Fall tritt dann ein, wenn $\frac{4P}{\mu^2 W^2 C}$ sehr klein wird. Es ist das der Grenzfall, dem sich die nicht oscillatorischen Entladungen nähern, je weiter sie sich von den oscillatori-

schen entfernen. Bei der nunmehr über $\frac{4P}{\mu^2 W^2 C}$ gemachten Annahme können wir die Wurzel nach Potenzen dieser Gröfse entwickeln und in der Entwickelung beim ersten Gliede stehen bleiben; wir bekommen:

$$\sqrt{1-\frac{4P}{\mu^2 W^2 C}}=1-\frac{2P}{\mu^2 W^2 C}$$

es wird daher $\lambda=\frac{2}{WC}$; und indem man unendlich kleine Gröfsen gegen endliche vernachlässigt, folgt

$$\lambda'=\frac{2\mu^2 W}{P}.$$

Da ferner bei unserer Annahme λ gegen λ' sehr klein ist, so ist $e^{-\lambda' t}$ klein gegen $e^{-\lambda t}$, und $\lambda e^{-\lambda' t}$ ist vollends gegen $\lambda' e^{-\lambda t}$ zu vernachlässigen; für $\frac{\lambda'}{\lambda'-\lambda}$ können wir aber 1 setzen; es folgt daher für unsern Fall die einfache Formel:

$$\varphi=e^{-\frac{2t}{WC}}$$

eine Gröfse, die im Allgemeinen nicht verschwindend klein sein wird; wir bekommen daher Ausschläge, die sehr erheblich von der Formel:

$$J=\frac{n}{2}CE$$

abweichen.

Ich habe nun untersucht, in wie weit die beobachteten mit den so berechneten Abweichungen übereinstimmen. Ich bewirkte, dafs eine der Gröfsen φ, z. B. φ_2, sehr erheblich von 0 verschieden, φ_1 dagegen nahe 0 war; alsdann ergiebt unsere Theorie

$$J=\frac{1}{2}nCE(1-\varphi_2);$$

oder indem wir jetzt die Dauer der Entladung mit t bezeichnen:

$$J=\frac{1}{2}nCE\left(1-e^{-\frac{2t}{WC}}\right)$$

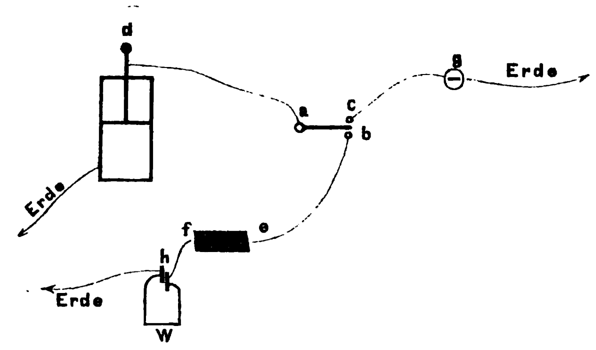
Wie man sieht, wird man $\frac{4P}{\mu^2 W^2 C}$ am leichtesten dadurch sehr klein machen können, dafs man W sehr grofs macht,

ohne P sehr grofs zu machen, d. h. einen grofsen Widerstand von geringer Länge einschaltet; ich habe es zweckmäfsig gefunden, für diese Versuche einen Widerstand von einem etwa 80^{mm} langen, 6^{mm} breiten auf Zeichenpapier mit Bleistift stark aufgetragenen Strich anzuwenden; derselbe bot einen Widerstand von etwa einer Million S. E.

Auf eine genaue Kenntnifs des absoluten Werthes des Widerstandes kam es bei den Versuchen nicht an, und es genügte, dafs der Widerstand während der kurzen Zeit, den die Versuchsreihe in Anspruch nahm, sich constant hielt. Es wurde der Einflufs dieses Widerstandes bei verschiedenen Werthen von C untersucht. Ich hatte zu diesem Zweck 4 Flaschen, die ich mit I, II, III und IV bezeichnen werde; die Flasche I war die kleinste, es war eine Lane'sche Maafsflasche; die Versuche selbst geben, im Vergleich zu dieser, ein Urtheil über die Gröfse der übrigen Flaschen. Es wurde die Capacität nun dadurch variirt, dafs erstens diese Flaschen, welche verschieden grofs waren, einzeln, dann zu je zweien, dreien oder alle vier combinirt angewandt wurden; so stellte ich mit diesen 4 Flaschen 12 verschiedene Versuche mit wechselnden Capacitäten an.

Zur Ladung dienten bei meinen Versuchen 12 Daniell'sche Elemente, als Commutator eine von Herrn Siemens construirte selbstthätige Wippe. Herr E. du Bois-Reymond, welcher im Besitze einer solchen Wippe ist, war so gütig, mir dieselbe bei meinen Versuchen zur Verfügung zu stellen, wofür ich Gelegenheit nehme, ihm an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen.

Die Wippe ist in der umstehenden Figur schematisch durch eine um a drehbare Zunge dargestellt, die zwischen den Contactanschlägen b und c oscillirt. Die Anordnung bei meinen Versuchen war die folgende:



Die Zunge *a* war leitend mit der inneren Belegung *d* der Leydener Flasche verbunden; die äufsere Belegung war zur Erde abgeleitet. Der Contactanschlag *b* war mit *e*, dem einen Pol der Säule verbunden, der andere Pol *f* war zur Erde abgeleitet. Der zweite Contactanschlag *c* war leitend mit dem einen Ende der Galvanometerrolle *g* verbunden, das andere Ende von *g* war zur Erde abgeleitet. Zwischen dem Pol der Kette *f* und der Erde befindet sich ein Schlüssel *h*, ist derselbe geschlossen, so geht der Strom direct von *f* zur Erde, ist er, wie in der Figur, offen, so mufs der Strom auf dem Wege von *f* zur Erde den passend gewählten Widerstand *W* passiren.

Liegt nun die Zunge bei *b* an, so ladet sich die Flasche. Beim Anschlag an *c* entladet sie sich; der Entladungsstrom geht durch die Galvanometerrolle und bringt, da er sich sehr rasch hintereinander wiederholt, einen Ausschlag der Galvanometernadel hervor, dessen Gröfse von *J* abhängt.

Da die Skala bei meinen Versuchen etwa 3^m vom Bussolenspiegel entfernt war, so darf ich die Ausschläge, deren gröfster 289^{mm} betrug, als proportional mit der Intensität ansehen. Nenne ich die Ausschläge, die erhalten wurden, wenn der Widerstand nicht eingeschaltet war, α, so ist $\alpha = \frac{an}{2} CE$, wo a eine Constante des Mefsapparates ist. Es ist also der Ausschlag bei Einschaltung mehrerer Flaschen gleich der Summe der Ausschläge bei Einschal-

tung der einzelnen Flaschen, etwas, was schon Herr Siemens durch seine Versuche bewiesen hat, und was sich auch bei unseren Versuchen zeigen wird. Alsdann wurde der Widerstand W durch Oeffnung des Schlüssels h eingeschaltet (siehe Figur), es ist alsdann der sich ergebende Ausschlag:

$$\alpha' = \frac{a\,n}{2} C\,E\left(1 - e^{-\frac{2\,t}{W\,C}}\right)$$

oder

$$\alpha' = \alpha\left(1 - e^{-\frac{2\,t}{W\,C}}\right)$$

oder da

$$C = \frac{2\,\alpha}{a\,n\,E}$$

ist, so folgt

$$\alpha' = \alpha\left(1 - e^{-\frac{t\,n\,a\,E}{s\,W\,\alpha}}\right).$$

Nehmen wir an, dafs t die Dauer eines Contactes, unabhängig von der Geschwindigkeit der Oscillation, stets derselbe Bruchtheil einer Oscillationsdauer ist, was bei den federnden Contacten der Siemens'chen Wippe nahe der Fall sein wird, so können wir $t = \varrho\,\frac{1}{n}$ setzen, oder $tn = \varrho$, wo ϱ vom Gange des angewandten Apparates nicht abhängt; wir haben

$$\alpha' = \alpha\left(1 - e^{-\frac{\varrho\,a\,E}{W\,\alpha}}\right),$$

α' ist also eine solche Function von α, welche von dem Gange des Apparates nicht abhängt. Da die Siemens'sche Wippe ein elektromagnetischer Rotationsapparat ohne Regulator ist, so ist es von Vortheil, dafs man sich bei der Prüfung der Formeln von der Geschwindigkeit ihres Ganges unabhängig macht; indessen zeigen doch die Versuche selbst, dafs der Apparat recht constant ging.

Wir setzen $\varrho\,\frac{aE}{W} = \tau$ und bekommen:

$$\alpha' = \alpha\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\alpha}}\right);$$

wir brauchen also nur τ zu kennen, um α' aus α zu berechnen. τ hat aber eine eigenthümliche Bedeutung und läfst sich direct experimentell ermitteln; es ist nämlich der Ausschlag, dem man sich nähert, wenn man bei eingeschaltetem Widerstand die Capacität unendlich werden läfst. Wir hatten

$$\alpha' = \frac{a\,n}{2}\, C\, E\left(1 - e^{-\frac{2\,t}{W\,C}}\right);$$

wird $WC = \infty$, so wird $\frac{2\,t}{WC}$ sehr klein; wir können $e^{-\frac{2\,t}{WC}}$ nach den Exponenten entwickeln und bei der ersten Potenz desselben in der Entwickelung aufhören, wir bekommen:

$$\lim. (\alpha')_{C=\infty} = \frac{a\,n\,t\,E}{W} = \tau.$$

Ein Condensator von unendlicher Capacität ist die Erde; freilich vollzieht sich die Entladung in der Erde von selbst, aber wir benutzen den Ladungsstrom; dazu lösen wir die Zunge a aus ihrer Verbindung mit den Flaschen und verbinden sie mit dem Pol e der Kette; die Galvanometernadel macht einen Ausschlag, dieser Ausschlag ist τ.

Ich beobachtete einen Ausschlag von 168,8 Scalentheilen und es ist daher:

$$\alpha' = \alpha\left(1 - e^{-\frac{168{,}8}{\alpha}}\right).$$

In der folgenden Tabelle ist das so berechnete α' mit dem wirklich gefundenen verglichen. Gleichzeitig gestattet die Tabelle einen Vergleich zwischen dem berechneten und beobachteten α; der Berechnung von α' liegt der jedes Mal beobachtete und nicht berechnete Werth von α zu Grunde.

Angewandte Flaschen	volle Ladung (α)		verzögerte Ladung (α')	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
I	35,0^{mm}	.	34,4^{mm}	34,7^{mm}
II	78,5	.	68,2	69,4
III	73,9	.	65,0	66,4
IV	101,6	.	81,4	82,7
I + II	113,4	113,5^{mm}	86,8	87,8
II + III	152,0	152,4	101,0	102,0
III + IV	176,0	175,5	107,7	108,6
IV + I	136,2	136,6	96,3	96,8
I + II + III	187,3	187,4	110,5	111,2
I + III + IV	210,8	210,5	116,0	116,2
II + III + IV	253,2	254,0	123,2	123,2
I + II + III + IV	288,5	289,0	127,3	127,8

Die Ursachen der kleinen Abweichungen, die die letzten beiden Verticalcolumnen zeigen, habe ich nicht ermitteln können. Beobachtungsfehler sind es nicht, dazu sind sie zu groſs, auſserdem haben sie stets denselben Sinn und machen sich bei den kleineren Capacitäten mehr geltend als bei den groſsen.

Wir haben oben den Fall behandelt, daſs bei der Ladung oder Entladung WC unendlich groſs wird; wir haben alsdann:

$$J = \varrho \frac{E}{W}$$

d. h. es flieſst in einer gewissen Zeit durch den Querschnitt der Schlieſsung dieselbe Elektricitätsmenge wie in dem Bruchtheil der zur Ladung resp. Entladung aufgewandten Zeit flieſsen würde, wenn man die Pole der Kette direct mittelst der zur Ladung resp. Entladung dienenden Schlieſsung verbände. Bei einigermaſsen groſsem Widerstand nähert man sich also mit wachsender Capacität rasch einer bestimmten Grenze der Intensität.

Die jetzt für die Zwecke der Telegraphie in Gebrauch

kommenden Condensatoren haben eine ungemein grofse Capacität. Zur Messung derselben ist also die Siemens'sche Methode der Capacitätsbestimmung nur mit Vorsicht zu gebrauchen. In England mifst man Capacitäten einfach dadurch, dafs man den Ladungs- oder Entladungsstrom durch die Galvanometerrolle gehen läfst und die Ablenkung der Nadel beobachtet [1]).

Aber auch bei dieser Methode macht sich der Einflufs der Verzögerung geltend, besonders wo es sich um grofse Capacitäten bei einigermafsen grofsen Widerständen handelt, und man ist nicht berechtigt, die Unterschiede, die man in den Ausschlägen wahrnimmt, wenn man die beiden Belegungen momentan oder längere Zeit mit den Polen der Kette verbindet, auf das Residuum oder wie es Herr Fleeming Jenkin nennt, auf die Absorption des Isolators allein zu schieben; dagegen wird man allerdings die Unterschiede, die man bei längerer Dauer der Schliefsung noch immer wahrnimmt, mit Hrn. Fleeming Jenkin auf die Absorption des Materials schieben müssen.

VIII. *Ueber das Verhältnifs der Quercontraction zur Längendilatation bei Kautschuk; von W. C. Röntgen.*

Die in der folgenden Notiz mitgetheilten Untersuchungen sollen den experimentellen Nachweis liefern, dafs das Verhältnifs von Quercontraction zu Längendilatation bei kleinen Verlängerungen von ungedehnten und mäfsig gedehnten Kautschukstäben nahezu den Werth 0,50 erreicht. Dieselben wurden veranlafst durch die mich anfänglich überraschende Beobachtung, dafs die cubische Compressi-

1) Siehe *Report of the British Association* 1867. *Experiments on Capacity. By Fleeming Jenkin.*

bilität des Kautschuks äufserst klein ist, eine Erscheinung, welche bei dem bedeutenden Elasticitätscoëfficienten dieses Materials nur durch die Annahme eines Werthes des angegebenen Verhältnisses, welcher wenig von 0,50 abweicht, zu erklären ist.

Ich fand zwar, dafs schon W. Thomson die Vermuthung ausgesprochen hat [1]), dafs die cubische Compressibilität von Gallerte und Kautschuk wenig von der des Wassers verschieden sey und dafs in Folge dessen das angegebene Verhältnifs sich dem Werth 0,50 nähern müsse, da mir jedoch eine directe, experimentelle Bestätigung nicht bekannt war, so entschlofs ich mich, diese durch einige Versuche zu liefern. Die angewendete Methode glaube ich als sehr einfach und für den vorliegenden Zweck als vollständig ausreichend bezeichnen zu dürfen; dieselbe mag zuerst Erwähnung finden.

Ein Kautschukstab von nahezu quadratischem Querschnitt (30 auf 28^{mm}) und von ungefähr $1,5^{m}$ Länge wurde vertical aufgehängt und am untern Ende mit einer passenden Vorrichtung zum Anhängen von Gewichtsstücken versehen. Anstatt die bei den verschiedenen Belastungen eintretenden Verlängerungen und Quercontractionen sofort während der Belastung zu messen, welche Messung wegen besonderer Aufstellung von complicirteren Messinstrumenten immer Schwierigkeiten hat, wurde in folgender Weise verfahren.

Ich wählte ein Stück einer cylindrischen, dünnwandigen Messingröhre (Stück eines alten Fernrohrs) und überzeugte mich durch wiederholte genaue Messungen, dafs der eine Rand desselben bis auf $0,01^{mm}$ genau kreisrund gearbeitet war. (Durchmesser $= 21,67^{mm}$). Diese Messingröhre wurde nun als Stempel benutzt, indem der kreisförmige Rand mit einer auf Leder gestrichenen, dickflüssigen Mischung von Alkohol, Schellack und Lampenrufs versehen und sodann vorsichtig gegen die Seiten-

1) Thomson und Tait, Handbuch der theoretischen Physik. 1. Bd. II, Seite 211.

fläche des gedehnten Kautschuks gedrückt wurde. Diese äufserst einfache Operation wurde bei jeder neuen Belastung wiederholt; die Seitenfläche des Kautschuks bekam nach jeder neuen Verlängerung einen scharf gezeichneten, kreisförmigen Stempel.

Wurden dann die angehängten Gewichte weggenommen und somit die erzeugten Verlängerungen aufgehoben, so waren, wie ohne weiteres einleuchtend ist, die Kreise Ellipsen geworden, mit Ausnahme desjenigen, welcher dem angehängten Gewicht Null entspricht. Die Axen dieser Ellipsen mufsten nun gemessen werden, denn wie unten gezeigt wird, ist die Kenntnifs dieser Axen, und der entsprechenden Belastung nothwendig und zugleich ausreichend zur Lösung der gestellten Aufgabe. Der Kautschukstab wurde zum Zweck dieser Messung horizontal aufgelegt, die Messung konnte dann in einfacher Weise mit grofser Genauigkeit mittelst eines Längencomparators oder einer Theilmaschine vorgenommen werden.

Selbstverständlich wurden diese Messungen sowie das Stempeln des Kautschukstabes erst dann vorgenommen, nachdem keine bedeutende Formveränderung in Folge der elastischen Nachwirkung mehr zu befürchten war.

Es folgen nun die Resultate zweier Versuchsreihen, bei der zweiten sind die angegebenen Werthe der Ellipsenaxe das Mittel aus den Messungen von je zwei Figuren, welche bei derselben Belastung gebildet wurden; durch diese doppelte Messung erzielte ich eine gröfsere Genauigkeit.

Versuchsreihe I.

Nummer der Figur	Belastung des betreffenden Querschnitts in Kilo	Kleine Ellipsenaxe in Millimeter	Grofse Ellipsenaxe in Millimeter
1	0,00	21,67	21,67
2	3,00	21,07	21,90
3	4,96	20,68	22,11
4	6,93	20,24	22,34
5	8,89	19,74	22,58
6	10,86	19,28	22,78
7	12,84	18,76	23,04
8	14,82	18,26	23,37
9	16,80	17,79	23,77
10	18,79	17,28	24,08
11	20,77	16,71	24,47
12	22,75	16,06	24,88

Versuchsreihe II.

Nummer der Figur	Angehängte Gewichte in Kilo	Kleine Ellipsenaxe in Millimeter	Grofse Ellipsenaxe in Millimeter
1	0,00	21,45	21,75
2	5,00	20,42	22,25
3	7,00	19,95	22,48
4	10,00	19,16	22,89
5	12,00	18,70	23,18
6	14,00	18,18	23,51
7	19,00	19,96	24,27

Aus diesen Daten wurden nun die folgenden Tabellen abgeleitet.

Tabelle I.

Verlängerung der Längeneinheit des ungedehnten Stabes	Elasticitäts-coëfficient ε	Verhältnifs von Quercontration zu Längendilatation μ	Zunahme der Volumeneinheit des ungedehnten Stabes
0,014	7,89	0,37	0,007
0,038	7,84	0,50	0,007
0,059	8,86	0,47	0,007
0,084	10,06	0,42	0,011
0,111	9,29	0,37	0,017
0,140	10,53	0,41	0,022
0,171	10,13	0,52	0,020
0,202	9,48	0,64	0,012
0,236	10,28	0,44	0,016
0,275	11,54	0,47	0,017
0,323	13,24	0,41	0,024

Tabelle II.

Verlängerung der Längeneinheit des ungedehnten Stabes	Elasticitäts-coëfficient ε	Verhältnifs von Quercontration zu Längendilatation μ	Zunahme der Volumeneinheit des ungedehnten Stabes
0,031	8,23	0,45	0,007
0,074	9,29	0,43	0,009
0,109	10,54	0,43	0,014
0,145	9,15	0,51	0,013
0,175	10,35	0,49	0,013
0,235	9,55	0,44	0,019

Die dritten Columnen dieser Tabellen enthalten die gesuchten Werthe des Verhältnisses von Quercontraction zu Längendilatation (μ); dieselben sind jedesmal aus den durch jeden Zuwachs der Belastung entstandenen Dimensionenveränderungen berechnet. Trotz der nicht unerheblichen

Abweichungen dieser Werthe unter sich, geht aus denselben überzeugend hervor, daſs der Werth dieses Verhältnisses μ bei 2 bis 5procentigen Verlängerungen sowohl von ungedehnten als von mäſsig gedehnten Kautschukstäbchen sich nahezu $= 0{,}50$ ergiebt.

Die Frage, ob innerhalb der gewählten Versuchsgrenzen der Werth von μ für derartige kleine Verlängerungen constant bleibt, oder ob sich derselbe gesetzmäſsig mit der Ausdehnung ändert, läſst sich nicht durch das vorliegende Material beantworten; die Genauigkeit der angewendeten Versuchsmethode reicht zu diesem Zweck nicht aus. Es scheint mir aber sehr wahrscheinlich, daſs der hohe Werth von μ bei nur mäſsig gedehnten Stäben, als eine Folge der leichten Verschiebbarkeit der Theilchen, abnehmen wird mit zunehmender Dehnung, und daſs schlieſslich bei sehr stark gedehnten Stäben, wo der Elasticitätscoëfficient bekanntermaſsen bedeutend abnimmt, auch der Werth von μ sich den Werthen, welche für Körper von gröſserer Starrheit gefunden wurden, nähert.

Es sei noch erlaubt das Folgende in Bezug auf den Gang der Berechnung der obigen Tabellen und die Nebenresultate mitzutheilen.

Columne „Belastung“ etc. Die unter Versuchsreihe I angeführte, der Figur 1 (s. S. 604) entsprechende Belastung 0,00 bezieht sich auf den *horizontal* hingelegten Stab; die Fig. 1 war deſshalb ein Kreis. Als die Figur 2 gebildet wurde, war der *verticale* Stab mit 2 Kilo belastet; die Stelle, wo die Figur 2 sich befand, lag 1,01 Met. vom untern Ende des ungedehnten Stabes. Da nun die ganze Länge desselben 1,53 Met. und sein Gewicht 1,37 Kilo beträgt, so war der Querschnitt des vertical aufgehängten Stabes bei der Figur 2, auſser durch die angehängten 2 Kilo, noch durch das Gewicht des darunter hängenden Kautschuks $= \frac{1{,}01}{1{,}53} \cdot 1{,}37$ $= 0{,}90$ Kilo und durch das Gewicht des für die Aufhängung der Gewichte benöthigten Hakens etc. $= 0{,}10$ Kilo

belastet; folglich war die in Rechnung zu ziehende Belastung = 3,00 Kilo.

Die Lage der Mitte der übrigen Figuren vom untern Ende ab war in folgender Weise gewählt:

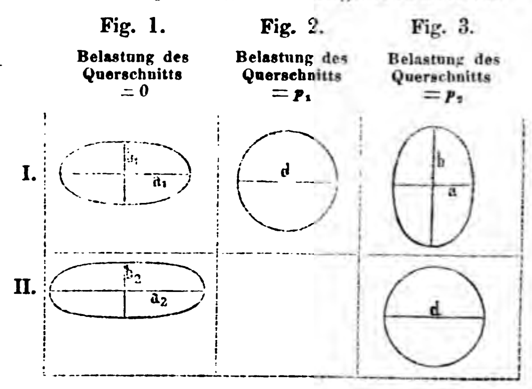
Nummer der Figur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Entfernung in Meter	1,05	1,01	0,97	0,93	0,89	0,85	0,83	0,81	0,79	0,77	0,75	0,73

Aus diesen Entfernungen läfst sich jedesmal in derselben Weise, wie es oben durchgeführt wurde, die vom eigenen Gewicht des Kautschuks herrührende Belastung berechnen und in Rechnung ziehen.

Bei der Versuchsreihe II wurde die 1. Figur auf dem durch keine Gewichtsstücke belasteten, vertical aufgehängten Stab gemacht, und defshalb ist die bei horizontaler Lage gemessene Figur eine Ellipse, welche bei verticaler Stellung des Stabes durch das eigene Gewicht des Kautschuks und das Gewicht des Hakens etc. zu einem Kreis gestreckt wird. Die oben besprochene Berechnung des jedesmalig in Rechnung zu ziehenden, geänderten Eigengewichtes des Kautschuks wurde bei Versuchsreihe II vermieden, indem ich bei jeder Belastung nicht eine, sondern zwei Figuren bildete, die eine oberhalb, die andere unterhalb der der vorigen Belastung entsprechenden Figuren, und nun das arithmetische Mittel der entsprechenden Ellipsenaxen den weiteren Rechnungen zu Grunde legte. Bei der einen Figur ist alsdann die vom dem Eigengewicht des Kautschuks herrührende Belastung des Querschnittes um denselben Betrag gröfser als bei der vorhergehenden Figur, um welchen diese Belastung bei der zweiten Figur kleiner ist als bei der vorhergehenden; folglich wird das arithmetische Mittel der Ellipsenaxen mit erlaubter Annäherung dem Fall entsprechen, wo das in Rechnung zu ziehende Eigengewicht sich nicht geändert hätte, oder m. a. W. wo die sämmtlichen Figuren an derselben Stelle gebildet worden wären. — Da nun bei der Berechnung des Elasticitätscoëfficienten immer die

Verlängerungen etc., welche in Folge einer *Mehr*belastung eintraten, zu Grunde gelegt wurden, so brauchte ich auf das Eigengewicht des Stabes keine weitere Rücksicht zu nehmen und gebe deſshalb auch bei Versuchsreihe II nur die „Angehängten Gewichte in Kilogr.“ an.

Columne „Verlängerung der Längeneinheit etc.“



In der vorstehenden Zeichnung seyen unter Fig. 1 zwei mit I und II bezeichnete, auf einander folgende Ellipsen des Kautschukstabes dargestellt, die Axen der Ellipse I seien a_1 und b_1, die der Ellipse II a_2 und b_2 und zwar gemessen bei horizontaler Lage des Stabes. Die Belastung, welche der Ellipse I entspricht, sei p_1, d. h. als der Querschnitt des Stabes, wo sich die Ellipse I befindet, mit p_1 Kilo belastet war, hatte die Ellipse I die Gestalt eines Kreises; Fig. 2 stellt diesen Kreis vom bekannten Durchmesser d dar. Die Belastung, welche der Ellipse II entspricht, sei p_2; die Figuren auf dem Kautschuk hatten bei dieser Belastung die unter Fig. 3 dargestellte Gestalt; I war eine Ellipse, mit den Axen a, b, II ein Kreis vom Durchmesser d.

Die Berechnung der Verlängerung der Längeneinheit des ungedehnten Stabes gestaltet sich nun äuſserst einfach. Ein Stück des ungedehnten Stabes von der Länge b_1 hat bei der Belastung p_1 die Länge d, folglich ist die gesuchte Verlängerung bei der Belastung p_1

$$= \frac{d - b_1}{b_1}.$$

Ebenso findet sich die Verlängerung der Längeneinheit des ungedehnten Stabes bei der Belastung p_2

$$= \frac{d - b_2}{b_2}.$$

Die in den andern Columnen der Tabellen angegebenen Werthe des Elasticitätscoëfficienten und des Coëfficienten μ haben immer Gültigkeit innerhalb des Intervalles je zweier auf einander folgenden Verlängerungen; ich habe deſshalb vorgezogen in der Columne „Verlängerung etc." die mittleren Verlängerungen anzugeben, welche jedesmal nach der Formel

$$\frac{\frac{d - b_1}{b_1} + \frac{d - b_2}{b_2}}{2} \text{ oder } \frac{d(b_1 + b_2)}{2 b_1 b_2} - 1$$

berechnet wurden.

Die in dieser Weise erhaltenen Zahlen geben somit durchaus nicht an, um wie viel die Längeneinheit des ungedehnten Stabes bei einer der angewendeten Belastungen verlängert wurde, sondern bedeuten Mittelwerthe dieser Verlängerungen, bei welchen die daneben stehenden Werthe des Elasticitätscoëfficienten etc. Gültigkeit besitzen.

Columne „Elasticitätscoëfficient." Es bedeute l die bei jedem Zuwachs der Belastung eintretende Verlängerung der Längeneinheit, q das arithmetische Mittel aus den Querschnitten des Stabes vor und bei der neuen Belastung und p der die neue Verlängerung erzeugende Zuwachs der Belastung; so wurde der Elasticitätscoëfficient ε berechnet nach der Formel

$$\varepsilon = \frac{l \cdot q}{p}.$$

Mit Rücksicht auf das schon von frühern Beobachtern[1]) gefundene Resultat, daſs die Dehnbarkeit des Kautschuks sich stark mit der Belastung ändert, war es durchaus geboten, den Elasticitätscoëfficienten aus verhältniſsmäſsig kleinen Verlängerungen zu bestimmen. Deſshalb wurde ε,

1) Villari. Ueber die Elasticität des Kautschuks. Diese Ann. 143, S. 88.

wie oben angegeben, immer aus der durch den Zuwachs der Belastung eintretenden Verlängerung berechnet und nicht aus der durch die ganze Belastung erzeugten Verlängerung des ungedehnten Stabes.

Die für diesen Coëfficienten erhaltenen Werthe haben somit eine beschränkte Anwendung; dieselben geben nämlich nur Aufschlufs über die Elasticitätsverhältnisse, welche bei kleinen, zwei- bis fünfprocentigen Verlängerungen eines Kautschukstabes, der in einem bekannten Verhältnifs gedehnt ist, in Rechnung zu ziehen sind. Es ist z. B. nicht ohne weiteres erlaubt, diese Werthe auf die kleinen, durch Schallwellen erzeugten Verdichtungen und Verdünnungen anzuwenden; für diese werden höchst wahrscheinlich die betreffenden Coëfficienten Werthe erhalten, welche nicht unerheblich kleiner sind als die oben mitgetheilten.

Die Berechnung von ε geschah in folgender Weise: Die durch die Mehrbelastung $p_2 - p_1$ erzeugte Verlängerung der Längeneinheit (l) wird erhalten, indem man beachtet, dafs der in Fig. 2 dargestellte, der Belastung p_1 entsprechende Kreis durch die Mehrbelastung $p_2 - p_1$ die in Fig. 3 I dargestellte Gestalt einer Ellipse angenommen hat; eine Länge gleich dem Kreisdurchmesser d wurde auf die Länge der Ellipsenaxe b vergröfsert, folglich beträgt die Verlängerung der Längeneinheit

$$\frac{b-d}{d}.$$

Die Axe b ist nun nicht direct gemessen, dieselbe ist aber

$$=\frac{b_1}{b_2}d,$$

denn b ist in demselben Verhältnifs gröfser als b_1, in welchem d gröfser ist als b_2; war doch bei der Belastung p_2 die Axe b_1 auf b und die Axe b_2 auf d (Fig. 1 und Fig. 3) ausgedehnt. Setzt man diesen Werth von b ein, so folgt:

$$l=\frac{b_1-b_2}{b_2}.$$

Um zweitens den mittleren Querschnitt q des Stabes zu berechnen, bestimmt man zuerst den Querschnitt q_1 des

Stabes bei der Belastung p_1, sodann den Querschnitt q des Stabes bei der Belastung p_2, addirt beide und dividirt die Summe durch 2. Der Querschnitt q_1 bei der Belastung p_1 ist in demselben Verhältnifs kleiner als 840 □Mm. (Querschnitt des ungedehnten Stabes) in welchem d^2 kleiner ist als $a_1{}^2$ (Figur 1), denn die Breite a_1 wurde durch die Belastung p_1 auf die Breite d reducirt. Folglich:

$$q_1 = 840 \frac{d^2}{a_1{}^2}.$$

Ebenso erhält man

$$q_2 = 840 \frac{d}{a^2{}_2},$$

und schliefslich:

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2} = 420 \frac{a^2{}_1 + a^2{}_2}{a^2{}_1\, a^2{}_2}\, d\,.$$

Der Werth der Mehrbelastung $p = p_2 - p_1$ ist ohne weiteres gleich der Differenz zweier auf einander folgenden, in den ersten Tabellen angegebenen Belastungen p_1 und p_2.

Die so berechneten Werthe von ε stimmen gut mit den von Villari gefundenen überein; auch liegen bei meinen Versuchen die Fehlergränzen nicht weiter auseinander als bei den Villari'schen.

Sehr bemerkenswerth ist das aus Tabelle I sich ergebende, anfängliche Wachsen von ε mit der Dehnung; diese auch schon früher gefundene, bis jetzt unerklärte Thatsache ist noch auffälliger, wenn man beachtet, dafs bei weiterer Dehnung eine bedeutende Abnahme von ε eintritt.

Columne: Verhältnifs von Quercontraction zu Längendilatation. Für die durch jeden neuen Zuwachs der Belastung eintretende Verkürzung der Breiteneinheit des Stabes findet man mit Beibehaltung der obigen Bezeichnungen den Ausdruck $\frac{a_2 - a_1}{a_2}$, in ähnlicher Weise wie oben für die Verlängerung der Längeneinheit $\frac{b_1 - b_2}{b_2}$ gefunden wurde. Der Bruch

$$\frac{(a_2 - a_1)\, b_2}{(b_1 - b_2)\, a_2}$$

giebt somit den Werth des gesuchten Verhältnisses.

Oben wurde ausdrücklich angegeben, dafs die gefundenen Werthe für 2 bis 5 procentige Verlängerungen Gültigkeit haben; es läfst sich nämlich leicht zeigen, dafs die Werthe dieses Verhältnisses ohne Angabe der Gröfse von den Verlängerungen, welche den Berechnungen dieser Werthe zu Grunde liegen, eine vollständig unbestimmte Bedeutung haben, und zwar deshalb weil diese Werthe bei gleichbleibenden, elastischen Eigenschaften des untersuchten Materials sich im Allgemeinen verschieden sind, je nach der Gröfse der gewählten Dimensionenveränderungen. Angenommen z. B. wir hätten einen geraden Stab mit quadratischem Querschnitt aus einem sehr dehnbaren Material, welches die Eigenschaft besitzt, dafs es bei einer durch eine Zugkraft erzeugten Dehnung sein Volumen nicht ändert. Wir hätten alsdann bei dem vertical aufgehängten Stab gefunden, dafs durch irgend welche Belastung die Längeneinheit um l vergröfsert und die Breiteneinheit um b verringert worden sey, so mufs, da das Volumen constant geblieben seyn soll

$$1 = (1 + l)\,(1 - b)^2,$$

woraus

$$\frac{b}{l} = \mu = \frac{1}{l}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{1+l}}\right).$$

Berechnen wir nun nach dieser Formel für verschiedene Verlängerungen der Längeneinheit die zugehörigen Werthe von μ, so ergeben sich folgende Resultate:

Verlängerung der Längeneinheit	0,001	0,03	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
Verhältnifs von Querconcentration zur Längendilatation	0,4996	0,489	0,367	0,293	0,211	0,167	0,112

Es ist aus dieser Tabelle ersichtlich, dafs alle Werthe von μ zwischen 0,50 und 0,00 dieselbe vorausgesetzte elastische Eigenschaft des Materials charakterisiren *können*; es wird aber eine Angabe z. B. $\mu = 0,367$ nur dann diesen Zweck erfüllen, wenn wir zugleich mittheilen, dafs

dieser Werth für eine bestimmte Verlängerung der Längeneinheit, im gewählten Fall = 0,5, Gültigkeit habe.

Sobald ein Körper nur verhältnifsmäfsig sehr kleine Dimensionenveränderungen zuläfst, wie es die meisten festen Körper in Wirklichkeit thun, wird die Angabe der Gröfse der Dimensionenveränderungen, aus welchen μ berechnet wurde, so lange überflüssig seyn als die Schwankungen, welche der Werth von μ in Folge der möglichen Aenderungen dieser Dimensionenveränderungen erleiden kann, vollständig innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler liegen. Da nun beim Kautschuk diese Bedingung nicht erfüllt ist, ist diese Angabe durchaus unerläfslich.

Ich glaubte diesen Gegenstand etwas ausführlich erörtern zu müssen, weil derselbe bei frühern Untersuchungen zu wenig oder gar nicht berücksichtigt wurde. Sowohl Wertheim als Villari finden bei ihren Untersuchungen über die Elasticität des Kautschuks, dafs der Werth von μ von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{6}$ mit wachsender Dehnung abnimmt; Wertheim erhält die Resultate[1]): „So lange die Verlängerungen nicht sehr bedeutend sind, findet man nahezu $\mu = \frac{1}{3}$“ und „so wie sich δ (die Verlängerung der Längeneinheit) der Einheit nähert . . . . wächst β (die Verkürzung der Breiteneinheit) in einem viel kleineren Verhältnifs als $\frac{1}{3}\delta$ und selbst als $\frac{1}{4}\delta$“ und [2]) „ferner, da die Versuche (mit Glas und Messing) nur sehr kleine Unterschiede ergeben und wir dasselbe Gesetz ($\mu = \frac{1}{3}$) durch Versuche beim Kautschuk gefunden haben, so können wir es für jetzt als strenge richtig ansehen“. . . Villari sagt[3]): „Aus meinen Beobachtungen geht also hervor, dafs die Verringerung der Einheit des Durchmessers, so lange die Länge sich nicht verdoppelt hat, gleich ist $\frac{1}{3}$ der Verlängerung der Längeneinheit, und dafs bei gröfseren Verlängerungen die Abnahme des Durchmessers in einem geringeren Verhältnifs erfolgt, als von Poisson angegeben ist.

1) Diese Annalen Band 78, Seite 386.
2) A. a. O. Seite 400.
3) Diese Annalen Band 143, Seite 302.

Diefs kommt darauf zurück, dafs zu Anfang des Ziehens die Volumenzunahme des Kautschuks gröfser ist als die, welche sich zeigt, wenn dasselbe seine Länge verdoppelt hat."

Diese Schlüsse sind durch eine falsche Interpretation der Versuchsresultate entstanden und sind deshalb unrichtig; sobald wir die Gröfse der Verlängerungen berücksichtigen, welche den Berechnungen von μ zu Grunde liegen, so liefern sowohl die Wertheim'schen als die Villari'schen Versuche sehr gute Belege für die Richtigkeit meiner Resultate. Villari findet z. B., dafs bei einer Verlängerung der Längeneinheit = 0,6872 die dabei eintretende Verkürzung der Breiteneinheit sich zu dieser Verlängerung der Längeneinheit verhält wie 0,333 zu 1, und ebenso bei einer Verlängerung der Längeneinheit von 3,0016 das Verhältnifs 0,164. Berechnen wir nun nach der oben für Körper, welche ihr Volumen durch einseitigen Zug nicht ändern, aufgestellten Formel die Werthe des Verhältnisses von Quercontraction zu Längendilatation für die Verlängerungen der Längeneinheit = 0,6872 und = 3,0016, so finden wir diese Verhältnisse = 0,335 resp. = 0,167, also in beiden Fällen etwas kleinere Werthe als Villari beim Kautschuk; d. h. ein Kautschukstab ändert sein Volumen nur äufserst wenig, wenn derselbe um das 0,6872 oder 3,0016 fache seiner ursprünglichen Länge ausgedehnt wird; m. a. W. das Verhältnifs von Quercontraction zur Längendilatation bei sehr kleinen Dimensionenveränderungen behält bei allen Zuständen der Dehnung zwischen dem 0 und 3fachen der ursprünglichen Länge wenigstens annähernd denselben Werth, nahezu 0,50.

Wie erwähnt, betrug die Verlängerung bei meinen Versuchen 2 bis 5 Proc. der jedesmaligen Länge; bei den meisten Versuchen war dieselbe nahezu 3 Proc. In der kleinen Tabelle auf S. 612 finden wir für eine Verlängerung der Längeneinheit = 0,03, für μ den Werth 0,489, folglich um nahezu 2 Proc. kleiner als den Gränzwerth 0,50, welcher für äufserst kleine Verlängerungeu gültig ist.

Deshalb schliefsen wir, dafs auch wenigstens näherungsweise für Kautschuk solche aus 3 procentigen Verlängerungen berechnete Werthe von μ um 2 Proc. kleiner sind als diejenigen, welche äufserst kleinen Dimensionenveränderungen entsprechen würden. Reducirt man nach dieser Methode sämmtliche gefundene Werthe auf unendlich kleine Dimensionenveränderungen, und bildet das arithmetische Mittel aus diesen reducirten Werthen, so findet man aus Tabelle I den Mittelwerth 0,466, aus Tabelle II 0,473; die mittleren Fehler der Resultate betrugen $\pm$ 0,023, resp. $\pm$ 0,013.

Die Frage, ob dieses Verfahren strenge richtig sey, bleibt, da keine entscheidenden Versuche vorliegen, vorläufig unentschieden; die vorliegende Arbeit bezweckt aber auch nicht für μ eine Zahl zu finden, von welcher die zweite Decimale garantirt ist, sondern dieselbe soll nur, wie Eingangs erwähnt, den Nachweis liefern, dafs μ für kleine Verlängerungen eines Kautschukstabes nahezu $=$ 0,50 ist.

Columne: „Volumenveränderung der Volumeneinheit etc.“ Denken wir uns aus dem horizontal aufgelegten, vollständig unbelasteten Stabe zu jeder Ellipse ein rechtwinkliges Parallelepiped herausgeschnitten, dessen Grundfläche die grofse Axe der betreffenden Ellipse zu Seiten hat, und dessen Höhe gleich der kleinen Axe der betreffenden Ellipse ist, dessen Inhalt somit $a^2_1\, b_1$ ist, so war bei der Belastung, bei welcher die betreffende Figur als Kreis abgedruckt wurde, dieses Parallelepiped ein Cubus mit der Kante d, somit vom Inhalt d^3; die durch jene Belastung erzeugte Volumenänderung der Volumeneinheit des ungedehnten Stabes ist alsdann gleich

$$\frac{d^3}{a^2_1\, b_1} - 1.$$

Nach dieser Formel sind die in den letzten Columnen von Tabelle I und II enthaltenen Zahlen berechnet; dieselben sind verhältnifsmäfsig erheblich gröfser als die von

Villari gefundenen, eine Erscheinung, die wahrscheinlich der verschiedenen Beschaffenheit des von uns beiden untersuchten Kautschuks zuzuschreiben ist. Dem entsprechend würden sich bei sehr kleinen Dimensionenveränderungen des Villari'schen Kautschuks Werthe von μ ergeben, welche gröfser wären als die oben erhaltenen, welche somit dem Gränzwerth 0,50 noch näher kämen.

Hohenheim, März 1876.

IX. *Ueber den Einflufs des Eosins auf die photographische Wirkung des Sonnenspectrums auf das Silberbromid und Silberbromojodid; von Capt. J. Waterhouse,*

Assist. Surveyor General of India.

(Aus dem *Proceed. of the asiatic Soc. of Bengal*, vom Herrn Verfasser übersandt.)

In der Novembersitzung dieser Gesellschaft legte ich einige Platten vor, welche die Wirkunng der rothen Strahlen des Spectrums auf die mit einem blauen Pigment bestrichenen (*stained*) trockenen Schichten von Collodium-Silberbromid zeigten. Seitdem habe ich von Berlin eine Probe eines neuen rothen Pigments, genannt *Eosin*, erhalten und damit Resultate auf die damit bestrichenen Platten von trocknem Bromid bekommen, in welchen besonders das Factum von Interesse ist, dafs die photographische Wirkung des Spectrums auf solche Platten ganz verschieden ist von der gewöhnlichen Wirkung auf unbestrichene Platten, dafs, statt das Maximum der Wirkung auf Indigo und Violett liegt, es auf Grün und Gelb fällt, wie aus Fig. 13, Taf. VII zu ersehen. Dieser Effect steht ganz im Einklang mit Hrn. Dr. Vogel's Theorie, dafs

die Empfindlichkeit der trockenen Collodium-Silberbromid-Schichten auf jeder besonderen Stelle des Spectrums verstärkt werden kann durch Bestreichen mit einem geeigneten Pigment, welches diese Stelle absorbirt, andere aber nicht; allein eine so deutliche Veränderung in der Lage des Maximums der Wirkung vom Indigo zum Grün ist meines Wissens zuvor noch nicht auf Schichten von Silberbromid beobachtet worden, obwohl Dr. Vogel sie auf Schichten von Silberchlorid, die mit Rosein bestrichen worden, wahrgenommen hat (Berlin, Deutsche chemische Gesellschaft 1874, S. 546).

Das Pigment, welchem man den Namen *Eosin* gegeben hat, von *'Εῶς*, das Roth der Morgendämmerung, ist nach Hofmann [1]) das Pthalein vom Dibromresorcin oder Tetrabromofluorescin; es ist löslich in Wasser und in Alkohol, und die Lösung ist ein helles Orangeroth, mit einer starken grünlich-gelben Fluorescenz, die in der wässrigen Lösung bis zum Grün, und in der alkoholischen bis zum Gelben reicht. Mit dem Spectroskop untersucht, zeigt eine schwache wässrige Lösung starke Verdunklung des Spectrums von unterhalb *E* bis über *F*, mit einem stark hervortretenden Absorptionsstreifen um *E* und *b* und einem zweiten schwächeren bei und oberhalb *F* (Fig. 10, Taf. VII). Eine schwache alkoholische Lösung zeigt ähnliche Streifen, doch mehr gegen das Roth hingeschoben; der stärkere Streifen beginnt bei *b* und erstreckt sich bis zum Drittel des Abstands zwischen *E* und *D*, während der schwächere Streif unterhalb *F* ist (Fig. 11, Taf. VII).

Dr. Vogel hat es als eine Bedingung zum Gelingen des Versuches bezeichnet, dafs das angewandte Pigment sich chemisch mit freiem Jod oder Brom verbinde, und ich wurde speciell veranlafst dieses Pigment zu dem Versuche zu wählen, weil ich wähnte, es möchte besonders geeignet seyn zu diesem Zweck, da es eine Verbindung von Resorcin ist, einer Substanz, die sich leicht mit Brom und besonders mit Jod verbindet.

1) Berliner Deutsche chemische Gesellschaft VIII, 62 und 146.

Die uutersuchten trocknen Bromidplatten wurden auf zweierlei Weisen dargestellt:

1) Durch Anwendung eines mit dem Pigment gefärbten, bromisirten Collodiums. Diefs Collodium zeigte keine Fluorescenz und war von heller, in's Orange neigender Goldfarbe, ohne eine Spur von jener diesem Pigmente eigenen schönen Rosenfarbe. Diefs rührte jedoch davon her, dafs das Collodium durch langes Aufbewahren sauer geworden war, da eine mehr neutrale und frischere Probe eine schön gelbe Fluorescenz und eine Rosenfarbe zeigte. Mit dem Spectroskop untersucht, fehlten die Absorptionsstreifen oder waren so schwach, dafs man sie nicht mehr unterscheiden konnte, was man bei einer sauren wässrigen Lösung des Pigments beobachtet. Die aus diesem Collodium gebildeten Häutchen waren etwas undurchsichtig und zeigten im direct durchgelassenen Licht eine schwach gelbliche Opalescenz, allein im reflectirten Licht oder auf weifses Papier gelegt zeigten sie eine deutliche Nelkenfarbe. Mit dem Spectroskop untersucht, waren die eigenthümlichen Absorptionsstreifen im Grün nicht wahrnehmbar.

2) Durch Anwendung einer wässrigen Lösung des Pigments auf Platten, die mit unbestrichenen bromisirten Collodium bereitet waren, nachdem das freie salpetersaure Silber durch genügendes Waschen entfernt worden. Diese Häutchen waren dichter als die ersten und zeigten eine tiefe Orange-Färbung im durchgelassenen, und eine starke Nelkenfarbe im reflectirten Licht. Mit dem Spectroskop untersucht, waren keine Absorptionsstreifen sichtbar; oberhalb *F* war das Spectrum ganz verdunkelt.

Wie schon gesagt, zeigt das Absorptionsspectrum des Pigments gute deutliche Streifen im Grün und zu Folge der Theorie des Dr. Vogel mufs dieser Theil des Spectrums mit erhöhter Intensität auf die mit diesem Pigment bestrichenen Platten des trocknen Bromids wirken; obwohl die Wirkung auf die Platte sich näher dem Roth als der Absorptionsstreif der Farbe erwarten läfst, gemäfs dem Kundt'schen Gesetz, dafs wenn nicht-absorbirende

Medien mit einem absorbirenden Stoff gemischt sind, der Absorptionsstreif keine constante Lage hat, sondern gegen das Roth hin auftritt, im Verhältnifs als die Dispersion des hinzugefügten nicht-absorbirenden Mediums zunimmt.

Trockne Platten, bereitet mit gefärbtem bromisirtem Collodium, und eine Zeit von 1 bis 5 Minuten dem Spectrum eines kleinen Spectroskops mit gerader Durchsicht von etwa 6 Zoll Brennweite ausgesetzt, zeigen nach der Entwicklung eine viel gröfsere Empfindlichkeit für die grünen als für die blauen, indig-farbenen oder violetten Strahlen; das Maximum der Wirkung liegt unter *E* und erstreckt sich halbwegs bis *D*, und nimmt dann ab bis alle Wirkung gerade um *D* aufhört. Ueber *E* wird die Wirkung allmählig schwächer bis nahe *F*, jenseits dessen ein breiter Streif von abnehmender Wirkung sich auf mehr als halben Wege bis *G* ausdehnt, gefolgt von einer schwachen, aber steigenden Wirkung, die sich etwas über *H* erstreckt, in das Ultra-Violett hinein. Die erhöhte Wirkung im Gelb und Grün ist stark bezeichnet durch ihren Contrast mit der sehr schwachen Wirkung im Blau, Indigo und Violett.

Auf trocknen Platten, die durch Eintauchung in eine wässrige Lösung des Pigments bereitet worden, waren die Erscheinungen im Allgemeinen dieselben, aber das Bild war stärker und der Streif der Maximumswirkung zwischen *E* und *D* mehr ausgedehnt gegen *D*, an welchem Punkt die Wirkung fast plötzlich aufhört (Fig. 13, Taf. VII). Der Streifen der abnehmenden Wirkung in dem Blau eben über *F*, welcher sich fast auf halbem Wege bis *G* ausdehnt, ist sehr klar bezeichnet. Dieselbe abnehmende Wirkung, welche die erhöhte Empfindlichkeit für weniger brechbare Strahlen begleitet, wird auch auf den mit verschiedenen Pigmenten bestrichenen Platten beobachtet, aber die Ursache davon ist noch nicht erklärt und fernere Beobachtungen sind erforderlich, um das Gesetz ihres Vorkommens zu erläutern.

Es ist bemerkenswerth, dafs auf der Platte vor der

Entwicklung Spuren von Wirkung deutlich im Gelb und Grün sichtbar waren, obgleich im Indigo und Violett wie gewöhnlich nichts gesehen werden konnte; dies ist das einzige Beispiel, wo ich dies beobachtet habe, obwohl mehre Farben, die versucht wurden, eine erhöhte Empfindlichkeit für die weniger brechbaren Strahlen zeigten.

Ein Blick auf die Figuren der Tafel VII wird zeigen, daſs diese Resultate ganz im Einklang sind mit Dr. Vogel's Theorie und sie stark bestätigen. Da jedoch der Dr. Vogel seine Regel in allgemeinen Ausdrücken als gültig für *jede* Farbe aufgestellt hat [1]), so müſsten Versuche mit verschiedenen Pigmenten angestellt werden, ehe man einen entscheidenden Schluſs ziehen könnte. Die Resultate einer solchen Untersuchung hoffe ich ehestens der Gesellschaft vorzulegen.

Eine fernere Eigenthümlichkeit dieses Pigments ist, daſs gewöhnliche feuchte Platten, die mit einem dasselbe enthaltenden bromo-jodirten Collodium dargestellt sind, eine deutliche Verlängerung der photographischen Wirkung des Spectrums in das Grün und Relb zeigen, die sich über ihre gewöhnliche Gränze *b* erstreckt, meistens bis *E*, nahe bei *D*. Das bestrichene bromo-jodirte Collodium ist stark fluorescirend und behält seinen rosenfarbenen Anflug. Mit dem Spectroskop untersucht, zeigt es zwei starke Absorptionsstreifen im Grün (Fig. 14, Taf. VII).

Das photographische Bild des Spectrums, welches man auf bestrichenen feuchten bromo-jodirten Platten erhält, ist im Character ganz verschieden von dem auf trocknen Bromidplatten; wir haben ein Bild von schöner Dichtigkeit und starker Wirkung, die sich von oberhalb *H* bis etwas unter *G* erstreckt, wo ein plötzlicher und deutlich markirter Streif geschwächter Wirkung vorhanden ist, die sich zwischen *F* und *E* erstreckt, von welchem Punkt an die Wirkung abnimmt bis zu ihrem Minimum zwischen *b* und *E* und wiederum steigt bis *E*, wo eine markirte Zunahme der Wirkung sich bis halbwegs *D* erstreckt, wo

1) Berliner Deutsche chemische Gesellschaft VIII, 62 und 146.

sie allmälig steigt, bis sie bei etwa *D* verschwindet (Fig. 15, Taf. VII). Die Zunahme in der Erstreckung der photographischen Wirkung gegen *D* hin ersieht man aus dem Vergleich der Figuren 15 und 16, von welcher die letztere das Spectrum zeigt, das von einer unbestrichenen feuchten Bromojodidplatte aufgenommen ist.

Es ist bemerkenswerth, dafs ein Streifen abnehmender Wirkung fast entsprechend der Lage des Raumes zwischen den Absorptionsstreifen des Pigments beobachtet wird; wahrscheinlich werden fernere Untersuchungen ähnliche Effecte bei anderen Pigmenten darthun.

Aus dieser hervorstehenden Empfindlichkeit für die grünen und gelben Strahlen des Spectrums, möchte man schliefsen, dafs feuchte Platten, bereitet mit dem mit Eosin bestrichenen Collodium, eine erhöhte Empfindlichkeit für Laubwerk und andere grün oder gelbgefärbte Gegenstände zeigen und sich nutzbar erweisen würden für das Photographiren farbiger Mappen, Zeichnungen und anderer Documente, z. B. der auf gelbem Papier geschriebenen Sanskrit-Manuscripte. Beim Versuche mit einer Landschaft fand ich, dafs das Pigment die Empfindlichkeit der Platte sehr bedeutend schwächte und dafs die Belichtung etwa um das Dreifache der Zeit verlängert werden mufste, die für ähnliche unbestrichene Platten erforderlich war. Selbst bei dieser verlängerten Besichtung war in dem Detail des Laubwerks keine oder eine geringe Verbesserung merkbar, allein das Bild war dichter als gewöhnlich und die Schatten waren besonders klar und scharf. Ich habe auch Blumensträufse zu photographiren versucht, so wie ein bestrichenes Fensterglas, welches Roth, Grün, Gelb und Blau enthielt, sowohl mit trocknen Bromid-Platten als mit feuchten Bromojodidplatten, fand aber wenig praktischen Vortheil bei dem Gebrauch von bestrichenem Collodium, obgleich die Platten eine geringe Zunahme in der Empfindlichkeit für Gelb zeigten. Fernere Versuche, Letterndruck auf gelbem, grünem und rothem Papier zu copiren, gaben ähnliche Resultate, nnd der einzige wohl markirte

Vorzug der bestrichenen Platten bestand für solchen Zweck in der gröfseren Dichtigkeit, verbunden mit Klarheit der Schatten, welche von Nutzen seyn kann in Fällen, wo eine verlängerte Belichtung von keinem Belangs ist.

Aus diesen Resultaten geht hervor, dafs die photographische Wirkung des Spectrums nur ein sehr geringer Index für die Wirkung farbiger Gegenstände ist, und dafs noch Methoden zu finden sind, welche uns in den Stand setzen, viele der Schwierigkeiten, die bei Farben in der praktischen Photographie vorkommen, zu überwinden; die Beobachtungen haben jedoch ihren Werth indem sie zeigen, dafs die photographische Wirkung des Spectrums sich weiter erstreckt als gewöhnlich angegeben wird; fernere Untersuchungen mögen zu nützlichen praktischen Anwendungen des Princips der Bestreichung des Collodiumhäutchens führen.

X. *Ueber die Wirkung des Lichts auf das Selen; vom Prof. W. G. Adams.*

(*Proc. of the Roy. Soc.* 1875, *Vol. XXIII, p.* 535.)

Der Aufsatz enthält einen Bericht von mehren Versuchsreihen, die 1874 angestellt wurden, um

1) zu ermitteln, ob die Veränderung im elektrischen Widerstand des Selens von strahlender Wärme, von Licht oder chemischer Wirkung herrühre,

2) zu messen den Betrag der Widerstandsveränderung bei Einwirkung des Lichts aus verschiedener Quelle und durch verschiedene absorbirende Medii,

3) zu bestimmen, ob die Wirkung augenblicklich oder allmälig sey, und womöglich zu messen den Gang der Wirkung.

Das Selen bildete einen der vier Widerstände in Wheatstone's Brücke und der durchschnittliche Widerstand desselben betrug etwa $2\frac{1}{2}$ Megohms.

Die beiden Widerstände, welche constant gehalten wurden, waren 4 und 2000, so dafs der Widerstand des Selens das 500-fache des veränderlichen Widerstands betrug, der zu seiner Balancirung nothwendig war.

R bezeichnet diesen, das Selen balancirenden Widerstand. Die Büchse, welche das Selen enthielt, wurde auf die Seite gelegt; sie hatte einen Schieber, welcher verschlossen blieb bis zum Moment der Bestrahlung; vor dem Schieber war ein schwarzer Schirm mit einer Oeffnung gegenüber dem Selen, 6 Ctm. lang und $3\frac{1}{2}$ Ctm. breit, in oder vor welche verschiedene Absorbentia gebracht werden konnten.

Die angewandten Absorbentia waren doppeltchromsaures Kali, schwefelsaures Kupferoxyd, Rubin-, Orange-, Grün- und Blau-Glas. Auch wurden Platten von Steinsalz, Alaun, Glimmer und Quarz angewandt.

Mit dem Schieber auf der Büchse wurde der Widerstand des Selens gemessen und gefunden, dafs er mit der Erwärmung durch den Strom langsam und regelmäfsig zunimmt. Zu den meisten Versuchen wurde eine Batterie von 30 Leclanche'schen Zellen angewandt.

Es wurde gefunden, dafs je stärker die Batteriekraft, desto geringer der Widerstand des Selens war. Versuche mit 5, 30 und 35 Zellen gaben folgende Resultate:

Widerstand *R*	mit	5	Zellen	. .	5400	Ohms
-	- -	35	-	. .	4400	-
-	- -	5	-	. .	5400	-
-	- -	35	-	. .	4600	-

Nach zwei Stunden:

Widerstand *R*	mit	30	Zellen	. .	4800	Ohms
-	- -	5	-	. .	5750	-

Die Abnahme des Widerstandes bei steigender Batteriekraft kann theils vom Rheochord herrühren, theils davon, dafs in dem Selen beim Durchgang des Stroms, eine

mit diesem steigende entgegengesetzte elektromotorische Kraft ähnlich der Polarisation entsteht.

Bestrahlung mit Licht verringert den Widerstand des Selens, dies läfst sich durch eine der bei den folgenden Hypothesen erklären.

1) Dafs das Licht bei seiner Wirkung auf das Selen eine Polarisationskraft errege, welche sich dem durchgehenden Strome widersetze.

2) Dafs das Licht das Selen dadurch zu einem besseren Elektricitätsleiter macht, dafs es seine Oberfläche verändere, ähnlich wie es bei der Oberfläche eines fluorescirenden Körpers der Fall ist, durch welche dieser befähigt wird, nach der Bestrahlung Licht auszusenden.

Bei derselben Batteriekraft bewirkt eine Temperaturzunahme eine Vergröfserung des Widerstandes des Selens. Im December 1874, ehe die grofse Kälte eintrat, betrug der Widerstand *R* bei 30 Zellen etwa 5200, während der grofsen Kälte vom 18. December bis 4. Januar war *R* etwa 4400. Dies war der Werth von *R* am 1. Januar, 1 Uhr Nachmittags an einem hellen kalten Tage. Am 5. Januar, 12 Uhr war draufsen die Temperatur auf 44°F. gelangt, und der Werth von *R* fand sich gleich 5400. Diese Werthe wurden vor Oeffnung der Büchse erhalten und die ersten Versuche wurden vor den genannten Tagen gemacht.

Nachdem das Selen einige Tage oder selbst Stunden verschlossen gelegen, war es bei erster Bestrahlung empfindlicher gegen Licht; und diese Empfindlichkeit wuchs mit der Zeit, während welcher es im Dunklen gehalten wurde. Folglich ist der erste Versuch im Allgemeinen nicht vergleichbar mit den übrigen.

Bei Bestrahlung wird der Widerstand verringert, dann aber wieder ins Dunkle gebracht, kehrt das Selen in sehr wenigen Minuten *beinahe* zu seinem früheren Zustande zurück.

Die Veränderung des Widerstandes, wenn man das

Selen dem Tageslicht aussetzt, beläuft sich auf ein Viertel seines ganzen Widerstandes.

Die Versuche mit verschiedenen Absorbentien scheinen zu zeigen, dafs die Wirkung derjenigen Media, welche alle mehr chemisch wirkenden Strahlen absorbiren, nahe eben so grofs ist, wie ohne sie, so dafs also die chemischen Strahlen nur eine sehr geringe Wirkung gaben.

Versuche bei Kalklicht im Steinsalz, Alaun und Quarz, und deren Combinationen zeigten, dafs der Widerstand abnimmt im Verhältnifs zur gesteigerten Beleuchtung. Dies scheint zu zeigen, dafs die Wirkung fast gänzlich abhängt von der Leuchtkraft des auf das Selen fallenden Lichts.

Versuche bei elektrischem Licht mit berufstem Steinsalz, (berufstem) Alaun oder einer Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff zeigten, dafs dunkle Wärmestrahlen keine kräftige Wirkung auf das Selen haben.

Eine Reihe von Versuchen hatte den Zweck, den instantanen Effect des Lichts von dem allmäligen zu trennen.

Dies geschah, indem man den Widerstand des Selens vor seiner Bestrahlung durch einen Widerstand *R* der Drahtrollen aufwog, und dann *R* um 300, 400 oder 500 Ohms verminderte, je nach der Helligkeit des Lichts, so dafs keine plötzliche Ablenkung entstand, wenn im ersten Augenblick der Bestrahlung der Strahl hergestellt wurde.

Es war schwierig zuvor zu schätzen, welche Verringerung man an *R* anzubringen habe; allein nach einigem Probiren war es ganz möglich die plötzliche Ablenkung dies- oder jenseits des Nullpunkts zu machen und die Nadel durch fortdauernde Verringerung des Werthes von *R* während der Bestrahlung dem Nullpunkte nahe zu halten.

Auf diese Weise können die Effecte der Bestrahlung in successiv gleichen Zeiträumen gemessen werden.

Das durch farbige Gläser und andere absorbirende Media gegangene Licht wurde mittelst des Spectroskops untersucht, und dabei fand sich, dafs die gelblich grünen Strahlen den elektrischen Zustand des Selens am wirksamsten veränderten.

Eine andere Reihe von Versuchen wurde gemacht, um die Wirkung des Lichts aus verschiedenen Quellen zu ermitteln.

Es wurde ein Bunsen'scher Brenner angewandt und Chlorbarium, Chlorstrontium, Thallium und Salmiak in die Flamme gebracht.

Der Effect des Bariums schien schwächer zu seyn als der des Strontiums.

Mit Salmiak in der Flamme war die Wirkung eben so groſs wie mit Strontium und anhaltender.

Mit Thallium ist der Effect bedeutend gröſser, allmäliger und nachhaltiger als mit Strontium.

Bei Wiederholung eines Versuchs ist der Effect viel schwächer als der bei erster Bestrahlung aus einer neuen Lichtquelle.

Mit dem Bunsen'schen Brenner wurden die Versuche sowohl in seinem gewöhnlichen Zustand angestellt als auch wenn die Flamme durch Verschluſs der Luftlöcher leuchtend gemacht worden.

Eine Bestrahlung mit der gewöhnlichen Bunsen'schen Flamme auf nur einige Secunden bewirkte eine Ablenkung von etwa 10 Abtheilungen der Skala. Nach dieser geringen Abnahme des Widerstandes kehrte die Nadel langsam auf Null zurück und wich dann nach der andern Seite ab, so wie die von dem Bunsen ausstrahlende Wärme vom Selen absorbirt wurde.

Als die Flamme leuchtend gemacht wurde, wich die Nadel plötzlich und mit groſser Schnelligkeit ab.

Mit der gewöhnlichen Bunsen'schen Flamme erfolgte keine Ablenkung, allein die leuchtende Flamme bewirkte eine plötzliche Ablenkung, die in wenigen Secunden auf 250 Skalentheile stieg.

Dies entspricht einer Widerstandsveränderung in *R* von 1250 Ohms.

Dieser Versuch wurde in etwas verschiedener Weise wiederholt. Das Selen wurde balancirt, vor der Bestrahlung mit der leuchtenden Bunsen'schen Flamme ward *R*

um 1000 Ohms verringert. Als man den Contact herstellte und zugleich auch die Bestrahlung, zeigte sich, daſs der plötzliche Effect etwas geringer als 1000 Ohms war; allein in wenigen Secunden kehrte die Nadel auf Null zurück, und um sie auf Null zu halten, muſste man den Widerstand weiter um 300 Ohms verringern.

In Folge der Bestrahlung hatte sich der Widerstand in weniger als einer Minute um den vierten Theil seines ganzen Betrages verringert.

Die Bestrahlung mit einer gewöhnlichen Wachskerze verringerte den Widerstand des Selens um 300,000 Ohms oder etwa um ein Achtel seines ganzen Werthes.

Die Leuchtkraft dieser Lichtquellen wurden mittelst eines Bunsen'schen Photometers verglichen.

Das Licht der gewöhnlichen Bunsen'schen Flamme konnte kaum gemessen werden, betrug aber über $\frac{1}{200}$ einer gewöhnlichen Kerze (*candle*), und das der leuchtenden Bunsen'schen etwa das von 10 solcher Kerzen, während das einer Wachskerze (*taper*) im besten Zustande ungefähr ein Viertel von dem einer gewöhnlichen Kerze (*candle*) betrug.

Die Wärmewirkung dieser drei Quellen wurde mittelst einer Thermosäule und eines empfindlichen astatischen Galvanometers verglichen.

In dem Abstande eines Fuſses von der Säule betrug die Ablenkung, durch die gewöhnliche Bunsen'sche Flamme erzeugt, $46\frac{1}{2}^{0}$, und die durch die leuchtende Flamme des Bunsens 52; während die einer Wachskerze gar nicht gemessen werden konnte.

Diese Versuche zeigen deutlich, daſs die Strahlung der dunklen Wärme nur eine sehr geringe Wirkung hat, die Wirkung vielmehr fast gänzlich, wenn nicht alleinig vom Licht herrührt.

Da die erzeugten Wirkungen durch Ablenkungen der Nadel gemessen wurden, so wurden einige Versuche angestellt, um den Werth der Skalentheile in Widerständen zu bestimmen, woraus hervorging, daſs mit dem 10. Stoſs (*shunt*) auf das Galvanometer und mit 30 Zellen, 20 Ska-

lentheile aequivalent waren 100 Ohms Widerstand und ohne den Stofs 100 Skalentheile aequivalent mit 100 bis 110 Ohms.

Es wurden auch einige Versuche gemacht, zu ermitteln, ob das Mondlicht irgend eine Veränderung in dem elektrischen Widerstand des Selens hervorbringen würde. Die Versuche wurden bei Halbmond, als der Mond hoch stand, so dafs sein Licht schief auf das Fenster fiel und nicht direct auf das Selen.

Als man das Mondlicht mittelst eines Planspiegels auf das Selen warf, wurde die Nadel mit einem Male 80 Skalentheile abgelenkt. Als man den Spiegel aufserhalb des Fensters anbrachte, so dafs das Mondlicht winkelrecht durch das Fenster auf das Selen fiel, betrug die Ablenkung 40 Theile; dabei wurde das Fenster während des Versuchs geschlossen gehalten.

Am folgenden Abend, als der Mond sehr schief auf das Fenster schien und das Selen innerhalb des Fensters direct seinem Licht ausgesetzt ward, betrug die Ablenkung der Nadel 100 Skalentheile und stieg nach etwa 3 Minuten langer Bestrahlung auf 150 Theile.

Der Widerstand des Selens änderte sich von 60000 auf 70000 Ohms.

Diese Versuche zeigen, dafs die Wirkung auf das Selen hauptsächlich, wenn nicht gänzlich von dem sichtbaren Theil des Spectrums herrührt. Licht aller Arten, besonders das grüngelbe, erzeugt einen instantanen Effect, dem ein mehr oder weniger allmäliger folgt, der noch nach mehren Minuten zu steigen fortfährt.

Diese Thatsachen führen als mögliche Erklärungen auf zwei Hypothesen, welche als Leitfäden bei ferneren Versuchen dienen können, jedoch ohne neue Belege nicht als beweisend anzusehen sind.

1) Dafs das auf das Selen fallende Licht in demselben eine elektromotorische Kraft entwickelt, die dem durchgehenden Batteriestrom entgegenwirkt, ähnlich der Polarisation bei Flüssigkeiten.

2) Daſs das auf das Selen fallende Licht eine Veränderung in dessen Oberfläche hervorruft, ähnlich der, welche es in der Oberfläche eines phosphorescirenden Körpers bewirkt, und daſs in Folge dieser Veränderung der elektrische Strom befähigt wird, leichter auf der Oberfläche des Selens fortzugehen.

XI. *Ueber die Wirkung des Lichts auf Tellur und Selen; vom Prof. W. G. Adams.*

(*Proc. of the Roy. Soc. Vol. XXIV*, p. 163.)

Zwei Platindrähte wurden den Enden einer etwa einen Zoll langen Stange von Tellur angeheftet, dadurch daſs man sie roth glühend machte und dann plötzlich mit den Enden in Berührung setzte. Die Platindrähte schmolzen einen kleinen Theil des Tellurs und wurden mit ihm verlöthet, der Widerstand der Stange und der Drähte betrug etwa ein halbes Ohm. Das Tellur wurde in eine Büchse gebracht und sein Widerstand aufgewogen (*balanced*); dann wurde es dem Licht einer Paraffinlampe ausgesetzt gerade wie bei den Versuchen mit Selen. Anfangs schien das Licht keine Wirkung zu haben, allein in Folge der Wärme der Lampe nahm der Widerstand des Tellurs zu.

Als ein rechtwinkliges Gefäſs mit Wasser zwischen Lampe und Tellur gestellt wurde, bewirkte die Bestrahlung keine Aenderung im Widerstande des Tellurs, zum Beweis, daſs wenn eine Abnahme des Widerstandes durch das Licht bewirkt worden, sie gänzlich durch die Wärmekraft des Stroms und den Rückstand von strahlender Wärme aufgewogen wurde.

Als das rechteckige Wassergefäſs durch einen Becher voll Wasser ersetzt wurde, so daſs sich das Licht der

Lampe auf dem Tellur concentrirte, zeigte *der Widerstand des Tellurs eine Abnahme*, welche allmälig wuchs bis die Galvanometernadel 80 Skalentheile abwich. Darauf wurde die Nadel durch Veränderung des verschiebbaren Widerstands der Kette auf Null zurückgebracht. Die Uebereinstimmung zwischen den Beträgen der Widerstandsveränderung war bei verschiedenen von Zeit zu Zeit angestellten Versuchen sehr eng. So war am 31. October bei drei Versuchen

die Veränderung beim	ersten	Versuch	124 mm	Draht
- - -	zweiten	-	120 -	-
- - -	dritten	-	122 -	-

d. h. ungefähr eine Abnahme von einem Tausendstel von dem ganzen Widerstand des Tellurs bei Bestrahlung mit dem Licht der Paraffinlampe.

Bei Wiederholung der Versuche mit Tellur, welches sieben Tage lang dem Lichte nicht ausgesetzt worden, zeigte sich dasselbe viel empfindlicher. Als er ein halbes Meter entfernt von der Paraffinlampe aufgestellt ward, wich die Nadel bei Bestrahlung um 30 Skalentheile ab, zum Beweise, dafs der Widerstand des Tellurs jetzt ohne Dazwischensetzung des Bechers mit Wasser um eben so viel verringert worden als früher mit Dazwischensetzung dieses Bechers. Als jetzt ohne weitere Veränderung der Becher mit Wasser zwischen Lampe und Tellur gestellt wurde, so dafs der Brennpunkt auf lefzteres fiel, stieg die Ablenkung der Nadel auf 80 und dann langsamer auf 100 Skalentheile. Beim Compensiren dieser Ablenkung fand sich, dafs um die Nadel auf Null zurückzuführen, der Schiebe-Widerstand um 400 Millimeter verringert werden mufste. Folglich betrug die Verringerung, welche in dem Widerstand durch Bestrahlung mit der Paraffinlampe hervorgebracht wurde, $\frac{1}{300}$ des gesammten Widerstands des Tellurs.

Als ich das früher gebrauchte Selen den Strahlen derselben Paraffinlampe in 1 Meter Abstand aussetzte, wurde der Widerstand desselben um ein Fünftel seines ganzen Werths verringert.

Aus den obigen Versuchen ersehen wir, daſs im Abstand von einem halben Meter (d. h. bei vierfacher Lichtstärke) die Widerstandsveränderung des Tellurs unter denselben Umständen nur $\frac{1}{1006}$ des gesammten Widerstands ist.

Bei Bestrahlung des Selens mit einer constanten Lichtquelle aus verschiedenen Abständen verhielt sich die Widerstandsveränderung desselben nach 10 Minuten (gemessen durch die Schwingungen der Nadel) fast genau umgekehrt wie der Abstand, d. h. direct wie die Quadratwurzel der Leuchtkraft. Dies Gesetz ist gültig, die Lichtquelle mochte eine Kerze oder eine Argand'sche Lampe von 16 Kerzen Leuchtkraft seyn.

Im Mittel aus einer Anzahl ziemlich gut übereinstimmender Versuche betrugen die Ablenkungen bei verschiedenen Abständen mit der

	bei $\frac{1}{4}$ Met.,	bei $\frac{1}{2}$ Met.,	bei 1 Met.,	bei 2 Met.
Argand'schen Lampe		170	83	39
Kerze		41	18	8
Kerze	82	39	18	8

Eine andere Reihe von Versuchen mit einer Argand'schen Lampe (deren Leuchtkraft gleich der von 12 Kerzen war) gab bei 1 Meter Abstand folgende Resultate:

mit der Argand'schen Lampe die Ablenkung 19 in 10 Sec.
mit der Kerze die Ablenkung . . . . 66 - - -

Das Verhältniſs der Ablenkung ist sehr nahe 1 : 3,5.

Diese Versuche zeigen, daſs die Veränderung im Widerstand des Selens *sich direct verhält wie die Quadratwurzel der Leuchtkraft.*

XII. *Studien über Diffraction, geometrische Methode zur Discussion der Diffractionsprobleme;* *von Hrn. A. Cornu.*

(*Compt. rend. T. LXXVIII, p.* 113.)

Ich beabsichtige in einer Reihe von Aufsätzen verschiedene theoretische und experimentelle Untersuchungen über Diffraction mitzutheilen. Ich beginne mit einer kurzen Angabe einer geometrischen Methode, welche gestattet, die meisten klassischen Probleme der Diffraction einer cylindrischen Welle fast anschaulich zu lösen und auf einer ein für allemal gemachten geographischen Zeichnung darzustellen. Sie gründet sich auf ein, zuweilen mit dem Namen der Fresnel'schen Regel bezeichnetes kinematisches Theorem über die Zusammensetzung paralleler Schwingungsbewegungen von gleicher Periode.

Wenn man jede Schwingungsbewegung symbolisch vorstellt durch eine Gerade, deren Länge gezählt vom Anfangspunkt gleich ist ihrer Amplitude und deren Richtung gegen eine feste Axe ihre Phase repräsentirt, so wird die Schwingungsbewegung, die aus dieser Superposition aller dieser Bewegungen hervorgeht, symbolisch dargestellt als Amplitude und als Phase durch die Gröfse und Richtung der Resultante aller dieser Geraden.

Die Anwendung dieses Theorems gestattet, die Summationen, welche man bei den Diffractionsphänomenen antrifft, zu ersetzen durch die Untersuchung der Resultante oder Sehne eines Bogens der Curve, deren Definition aus der von Fresnel gegebenen elementaren Analyse des Phänomens hervorgeht.

Denken wir uns, eine cylindrische Welle vom Radius r schicke eine permanente Schwingungsbewegung nach einem Punkte N, der in dem Abstande $r+d$ vom Centrum der Welle liegt. Zerlegen wir die Basis der Welle in unend-

lich kleine Bögen ds. Nach dem Huyghens'schen Princip und den Fresnel'schen Bemerkungen schliefst man, dafs die Schwingungsbewegung des Punktes N gegeben ist durch die Formel

$$u = k \int ds \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{r+d}{2r\lambda a} s^2 \right)$$
$$= A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \varphi \right) \quad . \;\; . \;\; . \quad (1)$$

wo λ die Wellenlänge und T die Periode der Schwingungsbewegung. Die Gränzen des Integrals hängen ab von dem Stück der Welle, deren Wirkung auf den Punkt N man sucht. Die Amplitude A und die Phase φ, die resultiren, erhält man durch Identification mit dem letzten Ausdruck.

Wir können diese Summation geometrisch ausführen, indem wir nach der Fresnel'schen Regel die nach dem Punkt N gesandten Amplituden zerlegen durch jedes Element ds der Basis der Welle. Sind nämlich Mm_1, m_1m_2, $m_2\,m_3$ die unendlich kleinen Bögen ds, in welche die Basis der Welle zerlegt ist (wo M der *Pol* der Welle oder der nächste Punkt an N), so functionirt jeder derselben als Lichtquelle und sendet zum Punkte N eine Schwingungsbewegung, deren unendlich kleine Amplitude $d\sigma$ ist; allein die Phase dieser Bewegungen variirt wie die Gangunterschiede δ in Bezug auf den Pol. Tragen wir diese Bögen $d\sigma$, von einem festen Punkte μ aus und legen sie End an End, $\mu\mu_1$, $\mu_1\mu_2$, $\mu_2\mu_3$ . . . so dafs ihre Winkel mit einer festen Richtung die Phasendifferenz mit dem Pole vorstellen. Man erhält somit eine polygonale Linie, welche die Eigenschaft besitzt, dafs die Gerade, welche zwei ihrer Punkte vereinigt, durch ihre Gröfse und Richtung die Amplitude und die Phase repräsentirt, welche aus den von den entsprechenden Bögen der Basis der Welle ausgesandten Schwingungsbewegungen hervorgehen.

Gleichung der repräsentativen Linie. Sind x, y die Coordinaten eines Punktes, $d\sigma$ das Element dieser Curve, so giebt die Proportionalität der elementaren Bögen

$$d\sigma = \sqrt{dx^2 + dy^2} = k\,ds.$$

Da die Neigung eines Elements gegen die x-Axe gleich ist der Phasendifferenz, so schliefst man daraus

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tang} 2\pi\varphi &= \frac{dy}{dx}, \\ \text{mit} \qquad & \\ \varphi = \frac{\delta}{\lambda} &= \frac{r+d}{2r\lambda d}s^2 = \alpha s^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

wenn man, Kürze halber, mit α den Coëfficienten von s^2 bezeichnet.

Berechnet man die Werthe von dx und dy und integrirt, so kommt

$$x = k\int ds \cos\alpha s^2, \qquad y = k\int ds \sin\alpha s^2.$$

Man erkennt, dafs die Fresnel'sche Integrale gleichsam die jedem Punkt zugeordnete Abscisse e bilden.

Geometrisch besitzt die Curve eine charakteristische Eigenschaft; es ist *die Curve, deren Krümmungsradius sich umgekehrt wie der Bogen verhält.* Dies erweist sich sogleich, wenn man den Werth des Bogens $d\sigma$ durch den Contingenzwinkel $2\pi d\varphi$ dividirt, ein dem Krümmungsradius gleiches Verhältnifs

$$R = k \cdot \frac{r\lambda d}{2\pi(r+d)} \times \frac{1}{s} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Die transcendente Natur der Curve erlaubt keine vom Calcül unabhängige geometrische Construction; man mufs die Tafel über die numerischen Werthe der Fresnel'schen Integrale zu Hülfe nehmen. Man weifs, dafs das angenommene Argument v sich aus den vorhin gegebenen Ausdrücken ergiebt, wenn man setzt

$$\alpha s^2 = \frac{T}{2} v^2$$

woraus

$$s = v\sqrt{\frac{r\lambda d}{2(r+d)}}\, v^2 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

und die Integrale werden

$$\left.\begin{aligned} x &= k\sqrt{\frac{r\lambda d}{2(r+d)}}\int_0^s dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 \\ y &= k\sqrt{\frac{r\lambda d}{2(r+d)}}\int_0^s dv\sin\frac{\pi}{2}v^2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

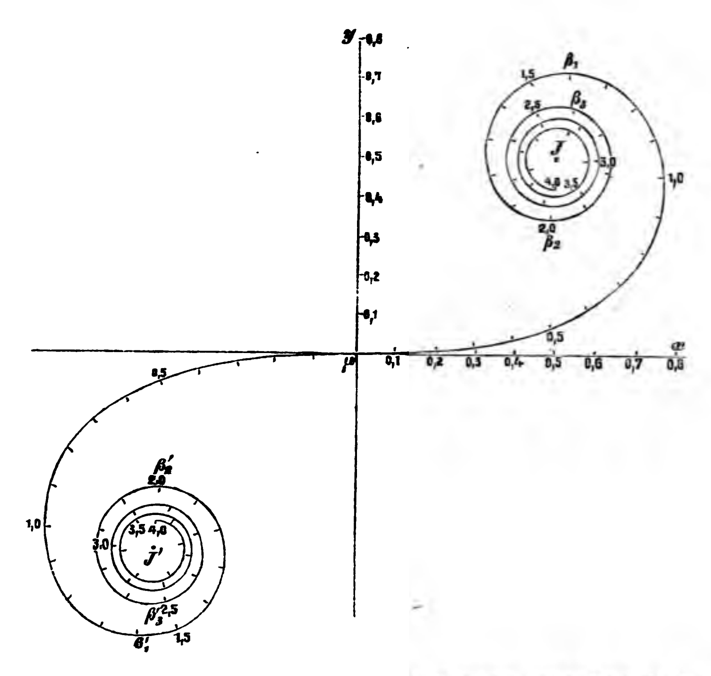
Die nachfolgende Curve wurde construirt, indem man die Werthe dieser Integrale (abgesehen vom constanten Factor) als Abscissen und Ordinaten auftrug und die Gränze s vom Zehntel zum Zehntel c variirte. Man wird bemerken, dafs diese Curve, welche die Gestalt einer doppelten *Spirale* hat, ein Centrum im Anfangspunkt μ und zwei Asymptotenpunkte J, J' besitzt.

Diese Asymptotenpunkte, die auf einer unter 45° gegen die x-Axe neigenden Geraden liegen, rühren her von dem Werthe $=\frac{1}{2}$, gegen welche die beiden Integrale für einen unendlichen Werth der oberen Gränze convergiren.

Die Anzeige der Construction eines jeden Punkts, der an den s gleichen Bogen der Gränze, welcher dieser Punkt entspricht, hat man bestehen lassen. Vermöge dieser Einrichtung ist man überhoben, sich mit der Skale der Proportionalität zwischen Curve und Welle zu beschäftigen. Dieselbe Curve kann für alle Fälle dienen und die Tafel der Integrale ersetzen. Man discutirt die Probleme, indem man v als Variable nimmt und nun durch die Formel (4) auf den Werth von s zurückgeht.

Gebrauch dieser Curve. — Die Gränzen dieser Mittheilung erlauben nicht die interessanten Anwendungen in Ausführlichkeit zu geben; man findet sie im *Journ. de physique théorique et appliqué* 1874, *T. III*, *p.* 1. Um indefs den Geist dieser Methode, welche mir zum Unterrichte brauchbarer erscheint, begreiflich zu machen, werde ich den Fall der Diffraction an dem geradlinigen Rand eines unbegränzten Schirms kurz auseinander setzen.

Gesetzt die Ebene der Tafel, auf welche die Fransen pro-



jicirt sind, sei parallel der Tangentialebene an der cylindrischen Welle, welche den Rand des Schirmes bildet. Betrachten wir einen Punkt *N* auf dem beleuchteten Theil der Tafel, sehr weit vom geometrischen Schatten entfernt. Dieser Punkt *N* wird die Wirkung der Welle fast ganz auffangen. Die totale Intensität wird nun repräsentirt durch das Quadrat der Entfernung *JJ'* der Asymptotenpunkte; in dem Maafse als dieser Punkt *N* sich dem geometrischen Schatten nähert, wird das entferntere Stück der gegenüberliegenden Halbwelle immer mehr von dem Schirm verdeckt. Dieses Verschwinden eines wirksamen Stücks der Welle ergiebt sich aus der Begränzung des Spiralbogens an einem Punkt, der sich immer mehr von dem Asymptotenpunkt *P* entfernt, welcher der *N* gegenüberliegenden Halbwelle entspricht

Der Radiusvector erleidet periodische Veränderungen, in Folge welcher die Lichtstärke durch Maxima und

Minima geht. Diese Veränderungen vergröfsern die Amplitude in dem Maafse als N sich dem geometrischen Schatten nähert, denn die durch das bewegliche Ende des Radiusvector beschriebenen Spiralwindungen werden immer gröfser und gröfser. Nach einem letzten Minimum und einem letzten Maximum, den gröfsten Windungen, nimmt der Radiusvector fortwährend ab. An der Gränze des geometrischen Schattens, wenn der Radiusvector am Punkt μ anlangt, ist die Intensität auf ein Viertel ihres ursprünglichen Werthes reducirt und darüber hinaus geschieht die Abnahme ohne Maxima und Minima.

Man erkennt in dieser symbolischen Analyse des Phänomens die Erklärung der äufseren Fransen und die fortwährende Abnahme des Lichts in dem geometrischen Schatten.

Um den Gebrauch dieser Curve vollends darzuthun, und sie auf die Bestimmung des numerischen Werths der Lichtstärke in jedem Punkt des Schirms anzuwenden, genügt es durch Z den Abstand dieses Punktes vom geometrischen Schatten zu bezeichnen; die ähnlichen Dreiecke erlauben zu schreiben:

$$\frac{Z}{s} = \frac{r + d}{r}$$

woraus

$$Z = v \sqrt{\frac{(r + d)\lambda d}{2r}}.$$

Man berechnet sonach den Werth von v, welches das Ende des nützlichen Bogens der Curve definirt, der dem Asymptotenpunkt hinzuzufügen ist. Der Abstand dieser beiden Punkte giebt die Quadratwurzel der Lichtstärke.

Auf ähnliche Weise werden alle Umstände, welche der Schatten eines Schlitzes, eines Drahtes usw. darbietet, discutirt und berechnet.

XIII. *Ueber elektrische Figuren in festen Isolatoren; von W. Holtz.*

Auch in festen Isolatoren kann die elektrische Entladung bleibende Figuren erzeugen, welche bei genauerer Betrachtung wesentliche polare Unterschiede erkennen lassen. Man erhält solche Figuren am einfachsten mit Hülfe desselben Apparats, welchen man gebraucht, um den Funken durch dicke Glasstücke zu treiben[1]), und zwar unmittelbar in der Kittschicht, welche die plangeschliffene Fläche des Glascylinders mit dem betreffenden Stücke verbindet, wenn man die Dichtigkeit nicht so schnell und so stark anwachsen läfst, dafs die Entladung ihren Weg durch das Glasstück nimmt. Man bemerkt alsdann in dieser Kittschicht, welche leichter durchbrochen wird als Glas, von der Spitze des Leiters ausgehend, eine ganz eigenthümliche Entladungsform, keinen Funken nämlich, sondern einen sich ruckweise vergröfsernden Büschel, indem die Elektricität den Isolator nicht an einer Stelle und auf einmal, sondern an verschiedenen Stellen in successivem Fortschreiten und mehr und mehr sich verzweigenden Linien durchbricht, eine Entladungsform, welche wohl auch anderen Entladungen eigen seyn mag, aber dort von so kurzer Dauer ist, dafs man das Fortschreiten der Erscheinung nicht beobachten kann. Der Charakter dieser Erscheinung aber ist je nach der Polarität des Leiters verschieden, und dieselbe Verschiedenheit zeigen die Figuren, welche als die Wirkung der Entladung zu betrachten sind.

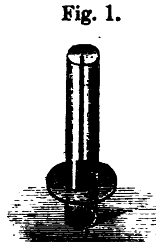
Die eben besprochene Darstellung ist jedoch wenig rationell, da man die Figuren nicht gröfser erhält, als der Umfang des Cylinders ist, und kaum so grofs, weil man den Versuch früher abbrechen mufs, damit kein durchschlagender Funke die plangeschliffene Fläche beschädige. Auch kann man die so erhaltenen Figuren nicht aufbe-

1) Siehe hierüber meine Abhandlung d. Ann., Bd. 130, S. 118.

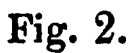
wahren, um sie eingehender zu betrachten, oder mit andern zu vergleichen, weil sie gleichzeitig mit der Abtrennung des Glasstücks zerstört werden. Umständlicher, aber zweckentsprechender ist die folgende Methode der Darstellung.

Man nimmt zwei runde von 50 bis 60 ^{mm} grofse aus dünnem Spiegel- oder gradem Fensterglase, deren eine mit einer kleinen mittleren Oeffnung versehen ist, erwärmt jede für sich vorsichtig, bis die betreffende Kittmasse auf ihr schmilzt, bestreicht die eine Seite ganz, die andere nur in der Mitte, aber so, dafs jede am Glase klebende Luftschicht vollständig beseitigt ist, prefst hierauf die eine Scheibe fest an den Glascylinder, die Spitze des Leiters durch die erwähnte Oeffnung schiebend, die andere fest an ein andres, kurzes, cylindrisches, aber massives Glasstück und drückt nun, den Cylinder in die eine, dieses in die andere Hand nehmend, die beiden Scheiben mit ihren ganz bestrichenen Flächen, aber diesmal weniger fest, aufeinander. Fig. 1 veranschaulicht die in solcher Weise zusammengesetzten Theile. Der Versuch gelingt am besten, wenn die Glasmassen noch nicht vollständig erkaltet sind, und man verfährt dabei ungefähr so, als ob die Elektricität das angekittete Glas durchbrechen sollte; jedoch ist es besser, die eine, nämlich die dem letzteren zunächst befindliche Elektrode abzuleiten und möglichst langsam zu drehen bis die Anfänge der Figur gebildet sind. Aber auch in der plangeschliffenen Fläche des Glascylinders tritt meist noch immer eine ähnliche Figur auf, und der Versuch ist in jedem Falle abzubrechen, bevor sich diese der Peripherie der fraglichen Fläche nähert. Man trennt nun, nachdem Alles vollständig erkaltet ist, zuerst den Cylinder (indem man ihn in der Hand hängen läfst und, mit dem Rücken eines Buches daran entlang gleitend, der oberen Scheibe einen kurzen Schlag versetzt), hierauf in ähnlicher Weise das kurze cylindrische Glas-

Fig. 1.



stück ab, und kann die Figuren so zwischen den Scheiben Monate lang und länger aufbewahren, vorausgesetzt, daſs sie weder zu kalt noch zu warm gelegt werden.


Fig. 2.

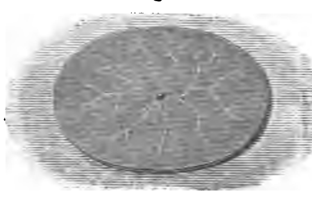
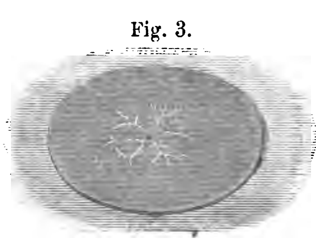


Fig. 3.



Figur 2 zeigt die positive, Figur 3 die negative Figur, wie beide, Unregelmäſsigkeiten abgerechnet, in gleicher Zeit und bei gleicher Dichtigkeit zu entstehen pflegen. Die negative ist viel kleiner, ungleichmäſsiger, verkrüppelter und sie ist es in Wirklichkeit noch mehr, als ich es durch die Zeichnung wiedergeben wollte. Sie enthält zuweilen nur einen Hauptstamm, zuweilen deren mehrere, und die Hauptstämme sind an ihren Enden allerdings ziemlich reichhaltig verzweigt. Aber diese Verzweigungen sind kurz und, was wesentlicher ist, sie sind nicht, wie bei der positiven Figur, zu immer weiteren Verzweigungen geneigt. Es macht den Eindruck, als ob die negative Elektricität, sey es in der Masse, sei es in der eigenthümlichen Form des Isolators einen gröſseren Widerstand finde. Wir erhalten übrigens einen ähnlichen Unterschied der Erscheinung, wenn wir statt der Kittmasse eine isolirende Flüssigkeit oder eine dünne Luftschicht substituiren. Und wenn wir die körperlichen, nicht flachgedrückten Büschel in der Luft mit einander vergleichen, so lassen sich auch hier mehr oder weniger dieselben polaren Unterschiede erkennen.

Woraus die Figuren nun bestehen, und wie sie sich bilden, davon überzeugt man sich bald, wenn man sie unter dem Mikroskope betrachtet. Man muſs sie jedoch bei durchgehendem Licht sowohl, als bei auffallendem ansehen. Man erkennt dann, daſs die helleren Linien, welche die Figur ausmachen, aus hohlen Räumen bestehen, die nach dem Centrum hin weiter, geschwärzter und mehr

zusammenhängend sind, während sie sich nach der Peripherie hin verengen, farbloser werden und zum Theil nur noch getrennte runde oder langgestreckte Luftbläschen darstellen. Man erkennt nun auch, daſs die Röhren der negativen Figur weiter als die der positiven sind, und daſs sich die äuſsersten Enden jener wieder verdicken, während diejenigen der positiven immer feiner werden.

Es unterliegt hiernach wohl keinem Zweifel, daſs die Elektricität, mag sie auch der schwächsten Büschelentladung angehören, die Masse, sey es elektrolytisch, sey es calorisch, zersetzt, und daſs sich auf ihrem Wege die ausgeschiedenen Gase zu Röhren formen, an deren Wänden sich der gleichzeitig ausgeschiedene Kohlenstoff absetzt. Die Bildung dieser Röhren setzt natürlich eine Compression der benachbarten Masse voraus, und diese zeigt sich auch darin, daſs die hohlen Räume mit der Zeit wieder ein wenig kleiner werden, weil die Gase vermuthlich bei ihrer Entstehung wärmer und somit expansiver sind, als später. Jedes Röhrenstück aber ist gewissermaſsen ein Leiter, nicht nur wegen des geringen Luftwiderstandes, sondern auch wegen des ausgeschiedenen Kohlenstoffs, und jedes Röhrenende ist gewissermaſsen eine Spitze, die Fortsetzung des zugespitzten Leiters bildend. Darf man sich hiernach wundern, wenn die Entladungsform eine ruckweise fortschreitende ist, da jeder Schritt erst die Möglichkeit eines weiteren Schrittes gewährt, und darf man nicht vielleicht eine ähnliche Entladungsform bei andern Entladungen voraussetzen, wo gleichfalls, wenn auch nicht durch Absonderung von Kohlenstoff, so doch durch Erwärmung die Funkenbahn zu einem Leiter wird?

Die Figuren, wie wir sie entstehen lieſsen, sind nur die Wirkung von Büschelentladungen. Die Zersetzung der Masse kann daher keine groſsen Dimensionen annehmen. Anders, wenn wir einen Funken hindurchschicken, zumal einen solchen von einem groſsen Conductor oder einer Leydner Flasche. Die Funkenbahn erscheint alsdann viel stärker geschwärzt, und die sich entwickelnden

Gase haben eine solche Gewalt, daſs sie die zusammenhaftenden Scheiben häufig von einander sprengen. Aehnlich ist der Erfolg, wenn wir eine längere Zeit schwächere Funken hindurchschicken, und hiernach erklärt es sich auch, weshalb die Figuren in ihrer Mitte mehr geschwärzt erscheinen, weil die Röhren hier nämlich häufigeren Entladungen ausgesetzt gewesen sind. Verfolgt man dergleichen Wirkungen weiter, so gelangt man übrigens leicht zu der Ansicht, daſs ein besonderer mechanischer Effect der Entladung überhaupt nicht existirt, dieser vielmehr jedesmal auf die plötzliche Erzeugung neuer, oder die Erwärmung bereits vorhandener Luft- oder Glasbläschen zurückzuführen ist.

Wer die Bildung solcher Figuren noch eingehender prüfen will, muſs sie während der Entstehung selbst unter dem Mikroskope beobachten. Um dem letzteren Platz zu machen, muſs alsdann das kurze cylindrische Glasstück entfernt werden. Dies bedingt aber wieder, daſs man die dem Mikroskop als der zweiten Elektrode zugekehrte Glasscheibe stärker, und zu gleicher Zeit die Kittmischung weniger schwerflüssig wählt, weil jene sonst leicht durchbrochen würde. Man sieht nun deutlich jeder Lichterscheinung die correspondirende Röhrenbildung folgen, aber man nimmt auch dort eine Röhrenbildung wahr, wo man überhaupt keine Lichterscheinung bemerkt hat, weil sie vermuthlich gegen das Tageslicht zu schwach gewesen ist. Uebrigens ist unverkennbar, daſs zwischen jeder Lichterscheinung und der ihr nachschieſsenden Röhre eine meſsbare Zeit vergeht.

Die elektrischen Figuren in festen Isolatoren unterscheiden sich in jedem Falle wesentlich von den Lichtenberg'schen Figuren, da bei ihnen die characteristische Ringform fehlt, welche die negative der letzteren kennzeichnet. Hieraus lieſse sich vielleicht der Schluſs ziehen, daſs die Ringform überhaupt nicht als eine Wirkung der Elektricitäts-, sondern nur als eine Wirkung der Luftbewegung zu betrachten sei.

XIV. *Ueber die beim Evacuiren eines gegebenen Raumes zu leistende Arbeit; von F. Koláček,*

Gymnasiallehrer in Brünn.

Man pflegt bei Beurtheilung der Brauchbarkeit von Luftpumpen mehr auf die erreichbare Verdünnungsgränze als auf die hiezu verwendete Arbeit Rücksicht zu nehmen, und dies mit um so gröſserer Berechtigung, als die Reibungswiderstände ihrer Gröſse wegen den theoretischen Werth des verbrauchten Arbeitsquantums nicht ganz klar hervortreten lassen. Eine nach dieser Richtung angestellte Rechnung ergab ein nicht uninteressantes Resultat, das ich nicht unterdrücken zu sollen glaubte.

I.

Es sey ein einerseits geöffneter Hohlraum mit variablem Querschnitte q gegeben. Die Oeffnung möge durch einen vollständig verschlieſsenden plastischen Kolben verschlossen werden, der sich überall trotz des variabeln Querschnittes genau an die Wandungen anlegt. Eine Flüssigkeit ist ein Beispiel für einen solchen Kolben. Am Boden des Hohlraumes sey ein unendlich empfindliches Ventil angebracht, das sich nach auswärts öffnet. Der Druck auſserhalb und im Hohlraume sey im Momente des Verschlieſsens p. Drückt man den Kolben solange hinein, bis auch die letzte Spur von Luft durch das Ventil entwichen ist, und zieht ihn wieder bis in seine anfängliche Stellung zurück, so hat man den Hohlraum vollständig luftleer gemacht. Die hiebei verbrauchte Arbeit läſst sich folgendermaaſsen berechnen: Bei der Einwärtsbewegung des Kolbens befindet sich derselbe, wenn von der Schwere und Reibung abstrahirt wird, in jeder Lage im neutralen Gleichgewicht, indem vermöge des vorhandenen Ventiles der Luftdruck im Hohlraum gleich dem äuſseren ist, der Kolben bewegt sich somit durch eine continuirliche Reihe von Gleichgewichtslagen, so daſs die hiebei gewonnene und verbrauchte

Arbeit nach dem Prinzipe der virtuellen Geschwindigkeiten der Null gleich ist.

Beim Herausziehen des Kolbens wird jedoch zur Ueberwindung des äufseren Luftdruckes Arbeit verbraucht, deren Betrag durch den Ausdruck

$$\int p\, q\, d\, x = p \int q\, d\, x$$

gegeben ist, wenn mit x eine zur Kolbenfläche normale Gerade gemeint ist. Der Sinn des gewonnenen Ausdruckes ist der, dafs die zum Evacuiren eines Raumes nothwendige Arbeit dem Produkte aus dem evacuirten Volumen und dem äufseren Luftdrucke gleich ist. Diese verbrauchte Arbeit findet sich als potentielle Energie in der äufseren Luft vor, in dem diese die Fähigkeit besitzt, den Kolben bis an den Boden zu drücken, und insofern eine verwendbare, genau so gsofse Arbeit zu leisten. Für den Experimentirzweck ist jedoch letztere Arbeit unverwendbar, somit erstere als verloren zu bezeichnen.

II.

Dafs man Luftpumpen der erwähnten Art nur in besonderen Fällen, bei cylindrischen Hohlräumen, und da nur bei Anwendung von Flüssigkeiten gebrauchen kann, ist selbstverständlich. Die gewöhnlich verwendeten Luftpumpen unterscheiden sich von ihnen dadurch, dafs der Kolben nicht in dem eigentlichen zu evacuirenden Raume seine Bewegungen durchmacht, und sind deshalb für die Luftleermachung beliebiger Räume brauchbar.

Nachdem einstieflige Ventilluftpumpen seltener gebraucht werden, so möge die Rechnung auf den Fall einer zweistiefligen Luftpumpe beschränkt werden. Es möge vorausgesetzt werden, dafs das Mariotte'sche Gesetz mit hinlänglicher Sicherheit die Druck- und Dichteveränderungen, die in Folge der Kolbenbewegung eintreten, wiedergiebt. Strenge genommen müfste an die Stelle desselben jenes Gesetz treten, das man bei Berechnung der Schallgeschwindigkeit und überhaupt in allen jenen Fällen anwen-

det, wo sich Gasmassen ohne äufsere Wärmezufuhr oder Wärmeabgabe ausdehnen oder zusammenziehen.

Die Luftpumpe soll vellkommen genau seyn, so dafs der schädliche Raum gleich Null wird.

In einem bestimmten Augenblicke liege ein Kolben auf dem Boden auf, während der andere seine höchste Lage, die vom Boden um v entfernt ist, einnimmt. R sey das Volumen des Recipienten und Canales, $K = q \cdot v$ jenes des Stiefels, D die Dichte der äufseren Luft, δ jener im Recipienten und Stiefel.

Indem der äufsere Luftdruck an dem einen Kolben gehobên wird, während er den andern herabdrückt, darf dieser Einflufs des äufseren Luftdruckes unbeachtet bleiben, so dafs man sich auch die äufsere Luft wegdenken kann. Der aufliegende Kolben steige eben zum $n+1$ten Male, durch die Expansion der aus dem Recipienten nachfliefsenden Luft. Die hiebei durch Expansion gewonnene Arbeit ist offenbar

$$\int_{x=0}^{x=v} \frac{R}{R+qx} \cdot \frac{\delta}{D} \cdot p \cdot q \cdot dx = R \cdot \frac{\delta}{D} \cdot p \cdot \log e \frac{R+k}{R}.$$

Mit x ist die Entfernung des Kolbens vom Boden gemeint, mit $\frac{R}{R+qx} \cdot \frac{\delta}{D} \cdot p$ der entsprechende Luftdruck in eben demselben Augenblicke. In dem niedersteigenden Kolben besteht die durch Ueberwindung der Expansion verbrauchte Arbeit aus zwei Theilen. Solange durch Compression die Luft im Stiefelraume den Druck der äufseren Luft noch nicht erreicht, beträgt die geleistete Arbeit

$$\int_{0}^{v = v\frac{\delta}{D}} dx \cdot \frac{V}{V-x} \cdot p \cdot \frac{\delta}{D} \cdot q,$$

Hierin bedeutet x die jeweilige Entfernung des Kolbens von seiner höchsten Lage, und $V - V\frac{\delta}{D}$ die aus dem Mariotte'schen Gesetze berechnete Entfernung, bei welcher

der Druck der comprimirten Luft dem äufseren Luftdrucke gleich geworden ist.

Die von da ab bis zum Aufstofsen an den Boden geleistete Arbeit ist

$$p \,.\, q \,.\, V \,.\, \frac{\delta}{D}.$$

Die durch den $n+1$ten Kolbenzug verbrauchte Arbeit ist somit

$$A_{n+1} = p\,K \,.\, \frac{\delta}{D}\left[1 + \log{}' \frac{D}{\delta} - \frac{R}{K} \log{}' \left(1 + \frac{K}{R}\right)\right].$$

Bekanntermaafsen ist die nach Vollendung des $n$ten Kolbenzuges erreichte Verdünnung gegeben durch $\delta = \frac{D}{\sigma^n}$, wobei $\sigma = 1 + \frac{K}{R}$, so dafs endlich der Ausdruck A_{n+1} die folgende Form annimmt

$$A_{n+1} = \frac{p\,K}{\sigma^n}\left[1 - \log{}'\left(\sigma^{\frac{R}{K}}\right)\right] + p \,.\, K \frac{n}{\sigma^n} \,.\, \log{}'\sigma.$$

Die bis zum $n$ten Kolbenzug überhaupt verbrauchte Arbeit ist die Summe aller A.

Man erhält dieselbe, — sie sey mit L_{n+1} bezeichnet — in der Form

$$L_{n+1} = p\,K\left(1 - \log{}'\left(\sigma^{\frac{R}{K}}\right)\right) \sum_{n=0}^{n=n} \frac{1}{\sigma^n} + p\,K \,.\, \log{}'\sigma \sum_{n=0}^{n=n} \frac{n}{\sigma^n}.$$

Führt man die Reihensummation aus, so erhält man endlich:

$$L_{n+1} = p\,K\left(1 - \log{}'\left(\sigma^{\frac{R}{K}}\right)\right)\left(\frac{\frac{1}{\sigma^{n+1}} - \frac{1}{1}}{\frac{1}{\sigma} - 1}\right)$$

$$+ p\,K \log{}'\sigma \,.\, \frac{\sigma}{\sigma - 1}\left[\left(\frac{1}{\sigma^{n+1}} - \frac{1}{\sigma}\right)\frac{\sigma}{1 - \sigma} - \frac{n}{\sigma^{n-1}}\right].$$

Combinirt man diese Gleichung mit $\delta = \frac{D}{\sigma^{n+1}}$, so erhält man eine Formel zur Bestimmung der aufgewendeten Arbeit in dem Falle, wenn ein gegebener Verdünnungsgrad erzielt werden soll. Eine vollständige Luftleerung erfordert $n = \infty$.

Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{\sigma^n}$ convergirt dann für $\sigma < 1$, welche Bedingung immer erfüllt ist, und gleicht dem Ausdrucke $= \left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\right)^2$.

Nach einigen Reductionen entspringt der Formel für L_{n+1} der Ausdruck; $L = p\,(R + K)$.

Letztere Formel besagt, daſs der Arbeitswerth wieder durch die Multiplication der evacuirten Räume (Recipient und der Raum eines Stiefels) mit dem Luftdrucke gefunden werden kann. Hieraus ergiebt sich, daſs Luftpumpen mit einem kleinen Stiefelraum weniger Evacuirungsarbeit verursachen, doch werden sie aus dem Grunde nicht verwendet, weil sie in praktischer Durchführung keinen hohen Verdünnungsgrad zulassen.

Ersetzt man in der Formel für L den Luftdruck p einmal durch $b\,s$, das andere Mal durch $\int_0^x d\,x\,.\,\sigma$, so erhält man zwei neue Formeln

$$L = b\left[s\,(R + K)\right] \qquad L = \int_0^x d\,x\,\sigma\,(R + K).$$

In diesen Formeln bedeutet b die Quecksilberhöhe des äuſseren Luftdruckes, s das specifische Gewicht des Quecksilbers, σ jenes der atmosphärischen Luft in irgend einer Erhebung x über dem Horizonte, X die Höhe der Atmosphäre überhaupt. Der Sinn der zwei letzten Formeln ist dann der folgende.

Die zum Evacuiren von Räumen verwendete Arbeit gleicht jener, die zur Erhebung der mit Quecksilber gefüllten Räume auf die Barometerhöhe erfordert wird, oder jener, durch welche die aus den Räumen zu entfernende Luft bis an die Gränze der Atmosphäre erhoben werden kann, einzig vorausgesetzt, daſs die Räume bei ihrem Durchschreiten der Atmosphäre unverschlossen bleiben, damit in jedem Augenblicke der Dichten-Ausgleich mit der umgebenden Luft stattfinden kann.

Es ist selbstverständlich, daſs die Erreichung einer Verdünnungsgränze gleiche Arbeit erfordert, wie die Erhebung in jenen Theil der Atmosphäre, wo die gewünschte Verdünnung schon besteht. Dieselben Relationen gelten auch für Evacuirungen mit einer einstiefligen, oder einer Quecksilberluftpumpe. Bei der ersteren berücksichtige man, daſs der auf dem Kolben lastende Luftdruck ebenso oft gehoben als gesenkt wird. Dies trifft auch bei der Geiſsler'schen Luftpumpe zu, bei welcher der Schwerpunkt des Quecksilbers nach einer Reihe von Senkungen und Erhebungen seine ursprüngliche Stellung einnimmt. Die weiteren Rechnungen führen zu genau denselben Resultaten, indem sich im Stiefelraume der einfachen Pumpe dieselben Vorgänge nach einander wiederholen, während sie in der zweistiefligen Luftpumpe neben einander eintreffen. Dasselbe gilt von der Quecksilberpumpe, die nichts weiter ist als eine einstiefligе Pumpe mit vollkommen plastischem Kolben, dem Quecksilber.

Es erübrigt noch die Bemerkung, welchen Einfluſs der schädliche Raum auf die entwickelten Formeln hat. Es ist leicht zu übersehen, daſs durch das Vorhandenseyn des schädlichen Raumes der Arbeitswerth L fast unberührt bleibt. Nach der Bedeutung des schädlichen Raumes stoſst der niedergehende Kolben nicht auf den Boden an, er verbraucht nicht die Arbeit, die zur Durchschreitung des mit Luft von äuſserem Drucke gefüllten schädlichen Raumes nothwendig wäre; er erhebt sich aber auch nicht vom Boden aus, wenn er aufsteigt, gewinnt also auch jene Arbeit nicht zurück, die ihm bei der nach oben gerichteten Durchschreitung des Raumes ertheilt worden wäre. Einzig und allein hat also der schädliche Raum auf die zu erreichende Verdünnungsgränze, nicht aber auf die verbrauchte Arbeit einen merklichen Einfluſs. Lieſse man eine Luftpumpe bei, mit äuſserer Luft communicirendem Recipienten und dann bei abgesperrtem Recipienten arbeiten, so wäre der Unterschied der geleisteten Arbeit der Arbeitswerth des Evacuirens. Im Groſsen und Gan-

zen kann eine Bestätigung der abgeleiteten Formeln von der Erfahrung erwartet werden. Sollten jedoch sehr erhebliche Abweichungen vorkommen, so müfste das Mariotte'sche Gesetz durch jenes schon erwähnte strengere ersetzt werden, welches eigentlich die Relation zwischen Druck und Dichte in diesem Falle angiebt. Ob nicht Umstände anderer Art störend einwirken, oder ob die Arbeitsmessung mit derart hinlänglicher Sicherheit vollzogen werden kann, dafs eine Bestimmung des Verhältnisses der Wärmecapacitäten möglich wird, wage ich nicht zu entscheiden.

Brünn, 1. Februar 1876.

XV. *Ueber die physikalischen Eigenschaften des Galliums; von Hrn. Lecoq de Boisbaudran.*

(*Journ. de physique, T. V, p.* 277.)

Das reine Gallium schmilzt bei ungefähr + 29°,5 C.; es schmilzt also rasch, so wie man es in die Hand legt. Wenn es vollständig geschmolzen ist, hält es sich aufserordentlich leicht in Ueberschmelzung. Im Februar und März hielt sich ein Kügelchen in der Luft meines Laboratoriums zu Cognac länger als einen Monat flüssig, obwohl es jeden Tag mit einem Stahlstift zertheilt und wieder vereinigt ward und zwar bei Temperaturen, die mehrmals zu Null und vielleicht selbst darunter herabgingen. Das überschmelzte Gallium gesteht so wie man es mit einem Stückchen festen Galliums berührt.

Unter + 29°,5 oder in der Kälte und in Ueberschmelzung ist das flüssige Gallium sehr beweglich, aber scheinbar mit einem dünnen Häutchen überzogen, unter welchem man das Metall fliefsen sieht, wenn man die Röhre, welche es enthält, neigt. Es haftet am Glase, auf welchem es sich beim Reiben mit einem Stäbchen leicht ausbreitet.

Selbst wenige Grade unter seinem Schmelzpunkt ist

das starre Gallium hart und für ein so leicht schmelzbares Metall merkwürdig zähe, deſsungeachtet läſst es sich mit einem Messer leicht schneiden, wie ein schmiedbares Metall und zeigt in dieser Beziehung einige Analogie mit dem Aluminium.

Das Gallium krystallisirt mit groſser Leichtigkeit. Eine kleine fast sphärische Masse von 6 Centigramm, der lösenden Wirkung der Chlorwasserstoffsäure ausgesetzt, erlangte recht nette polyedrische Umrisse und so ausgedehnte Flächen, wie wenn die ganze Masse einem einzigen Krystall angehört hätte.

An der Luft bis zur lebhaften Rothgluth erhitzt, oxydirt sich das Gallium nur sehr schwach an der Oberfläche und verflüchtigt sich nicht.

Eins der hervorstechendsten Kennzeichen des Galliums ist die Bildung eines Spectrums, gebildet aus zwei violetten Linien, deren hellste 417,0 zur Wellenlänge hat, die andere 403,1. Dieſs Spectrum erhält man, wenn man den Inductionsfunken auf eine Salzlösung von Gallium überspringen läſst; es ist ein sehr empfindliches Reagens auf das neue Metall. In der Gasflamme beobachtet man dagegen nur mit groſser Mühe eine schwache Spur der Linie 417.

Die Dichtigkeit des Galliums (vorläufig bestimmt an einem 6,^{cg}4 wiegenden Stücke) fand sich = 4,7, wonach es zwischen dem Aluminium und Indium stehen würde.

XVI. *Berichtigung; von F. Zöllner.*

In meinem Aufsatze „zur Geschichte des Weber'schen Gesetzes" (diese Annalen, Bd. 158, S. 472, Juli-Heft 1876) habe ich S. 479 „*perpetual motion*" durch „beharrliche Bewegung" übersetzt. Wie ich nachträglich belehrt worden bin, besitzt die englische Sprache kein besonderes Wort, um den Begriff einer „beharrlichen Bewegung" von dem

wesentlich hiervon verschiedenen Begriffe eines *„perpetuum mobile"* zu unterscheiden. Auch dieser Begriff wird durch *„perpetual motion"*[1]), *„the perpetual motion"*[2]) und *„a perpetual motion"*[3]) wiedergegeben. Demgemäfs ersuche ich den Leser, meine a. a. O. ausgesprochene Behauptung, Hr. Tait habe auch die „beharrliche Bewegung" als einen Widerspruch gegen das Princip der Erhaltung der Energie betrachtet als eine irrthümliche zu berichtigen.

Ich benutze diese Gelegenheit um gleichzeitig noch zwei Druckfehler in der oben erwähnten Arbeit zu verbessern.

S. 474 in der 9. Zeile von oben ist zu lesen: „von einem *endlichen* Abstande bis zu dem Abstande $r = o$" statt: „von einem Abstande $r = o$."

S. 482 mufs in der Helmholtz'schen Formel $\cos\vartheta^2$ statt $\cos\vartheta^1$ gesetzt werden.

XVII. *Radiometrische Notiz; von Dr. Arthur Schuster in Cambridge.*

Soeben kommt mir das 9. Heft Ihrer Annalen zu, in welchem Sie mir die Ehre erweisen, einen Versuch, den ich vor einiger Zeit über das Radiometer anstellte, zu erwähnen.

Sie werden entschuldigen, wenn ich Sie auf ein kleines Versehen aufmerksam mache, welches sich in die betref-

1) *Balfour Stewart. The conservation of Energy. London* 1874, *p.* 140. *„He can prove that perpetual motion is impossible."*

2) *P. G. Tait. Sketch of Thermodynamics. Edinburgh* 1868, *p.* 57. *„Therefore the perpetual motion might be obtained.*

3) *Rees. Cyclopaedia. London* 1819, *Vol. XXIV. Article Motion*: *„This celebrated problem of a perpetual motion consists in the inventing of a machine: which has the principle of its motion within itself."*
„To find a perpetual motion or ta construct an engine etc. . .
„The possibility of a perpetual motion." . . .

fende Notiz in Bezug auf das von Crookes in veränderter Form gemachte Experiment eingeschlichen hat.

Es wird nämlich erwähnt, dafs die von Crookes benutzte Lichtmühle stehen blieb, wenn man einen Magnet näherte und Sie machen dazu die Bemerkung, dafs Sie diefs an Ihrem Radiometer nicht bemerken konnten.

Die Erklärung des Widerspruches ist eine einfache. An dem von Crookes verfertigten Radiometer war ein kleiner Magnet befestigt, der etwa dazu dienen sollte das Kreuz durch Anwendung magnetischer Kräfte zur Ruhe zu bringen selbst wenn Lichtstrahlen auf dasselbe fielen.

Dafs in diesem Falle die Hülle sich nach der entgegengesetzten Seite dreht, ist eine Folge der aus meinem Versuch fliefsenden Thatsache, dafs die auf die Mühle wirkenden Kräfte innere Kräfte seyn müssen, d. h. solche, die zwischen der Mühle und der Hülle wirken durch Vermittelung der in der Hülle enthaltenden Gase.

Ich bemerke nur noch, dafs die von Crookes gemachte Beobachtung, dafs die im Wasser schwimmende Hülle sich schliefslich langsam in derselben Richtung wie das Kreuz dreht, von Herrn Prof. Righi nicht bestätigt wurde. (*La Scienza applicata Vol. I, Part. II.*)

Herr Prof. Righi, der den Versuch in der ihm von Crookes gegebenen Gestalt wiederholte, fand, dafs, wenn das Kreuz sich mit gleich bleibender Geschwindigkeit dreht, die Hülle vollständig stationär bleibt. Eine constante, auf die Hülle wirkende Kraft wäre mir bei der sensitiv aufgehangenen Hülle sicher nicht entgangen. Zur Wiederholung der Versuche ist es übrigens nicht nöthig das Radiometer in verdünnter Luft aufzuhängen.

Dieselben Erscheinungen zeigen sich unter atmosphärischem Druck. Bei den zur Bestimmung der Gröfse der Kraft nothwendigen genaueren Messungen (dieselben werden in den *Philosophical Transactions* erscheinen) ist es allerdings wünschenswerth, die, wenn auch nur geringen Störungen durch Luftströmungen zu eliminiren.

XVIII. *Thallen, dessen Quellen und Historisches betreffend dessen Entdeckung; von Henry Morton, Ph. Dr.,*

Präsident des Stevens Institute of Technology, Hoboken, N.-J. Ver. St.

Da neuerdings das Thallen in unreinem Zustande und in beträchtlicher Quantität hergestellt und unter verschiedenen Namen verbreitet worden ist, so halte ich es für angemessen, um etwaigen zukünftigen Erörterungen vorzubeugen, die Aufmerksamkeit der Chemiker auf die wirklichen Beziehungen der verschiedenen dasselbe enthaltenden Mischungen zu lenken.

Bei uns in Amerika destillirt man gewöhnlich das Petroleum in zwei Portionen.

Zuerst erwärmt man dasselbe in grofsen Destillirkolben bis alle die leichteren hauptsächlich aus Benzin und Brennölen bestehenden Oele entfernt sind; man erhält dann einen Rückstand von Petroleum-Theer, dessen Dichte etwa 20° Baumé beträgt.

Dieser Rückstand wird dann in andere kleinere Kolben übertragen, die gewöhnlich von anderen Fabrikanten zur Gewinnung von Schmierölen und Paraffin betrieben werden.

Die letzgenannten Kolben sind senkrechte Cylinder, 9 Fufs im Durchmesser und 3 bis 4 Fufs hoch. Dieselben sind auf allen Seiten von Backstein-Gemäuer umgeben, welches einen Zug bildet, durch den alle Brennprodukte gehen müssen. Die Verdichtung geschieht auf die gewöhnliche Weise. Zuerst erhält man ein Product, bekannt unter dem Namen „Leichtes Oel", dessen Dichte von 35 bis 40 Baumé beträgt. Dies wird dem Kerosin-Fabrikanten zurückgeschickt. Nachher nimmt die Dichte des Products fortwährend zu, und man erhält die Schmieröle und das Paraffinöl, welche den gröfsten Theil des Destillats bilden.

Gegen das Ende der Operation, wenn man dieselbe bis auf den äufsersten Punkt treibt, und der Boden des

Kolbens bereits rothglühend ist, fängt ein zäher theeriger Stoff an langsam aus dem Verdichtungs-Apparat zu laufen oder bleibt auch im oberen Theil des Kolbens zurück. Dieser Stoff ist die einzige Originalquelle des Thallen, und kann man denselben „Thallenöl“ oder „Thallentheer“ nennen; ebenso wie man die Quelle des Paraffins „Paraffinöl“ nennt.

In einer äufserst kleinen Menge dieses Stoffs, welche mir Professor Horsford im Februar 1872 schickte, entdeckte ich die Gegenwart eines krystallinischen, festen, dem Anthracen ähnlichen Kohlenwasserstoffs. Einige Monate später erhielt ich eine gröfsere Quantität des Theers durch Hrn. John Traux von Pittsburgh und gelang es mir daraus den neuen Kohlenwasserstoff auszuscheiden und zu reinigen, dem ich den Namen Thallen gab. Siehe *Chemical News*, 1872, Vol. 26, p. 274.

Mein Reinigungsverfahren war wie folgt: Durch Auswaschen des Theers mit Benzin (Petroleum, Naphtha) erhielt ich das Thallen in unreinem Zustande als olivengrünes, krystallinisches Pulver, durch öfters wiederholtes Digeriren und Waschen mit heifsem Alkohol entfernte ich eine beträchtliche Menge einer braunen Substanz. Schliefslich erhielt ich das Thallen in reinem Zustande durch wiederholte Krystallisirung aus heifsem Benzol, als citronengelbes Pulver mit einem Schmelzpunkt von ungefähr 460° F.

Mein Freund Dr. Geo. F. Barker fand durch Analyse, dafs die Zusammensetzung des neuen Stoffs wahrscheinlich mit der des Anthracen C_{14} H_{10} identisch sey; sein Schmelzpunkt aber, sein Verhalten zu Lösungsmitteln, seine Reactionen mit Brom, Chlor, Pikrinsäure und mit oxydirenden Substanzen bewiesen jedoch, dafs es ein gänzlich verschiedener Körper ist.

Einige Zeit nachher verschaffte mir mein Freund Dr. H. C. Bolton, Analysen von Dr. Tieman zu Berlin mit folgendem Resultat:

	Gem. Thallen		H_2O		H	
I.	0,2821	gab	0,1430	=	5,63	Procent.
II.	0,2750	„	0,1412	=	5,70	„
			CO_2			
I.	0,2821	„	0,9622	=	93,02	„
II.	0,2750	„	0,9384	=	93,06	„

Das Anthracen verlangt H 5.62, C 94,38.

Es ist mir jetzt gelungen, durch die Gefälligkeit meines Freundes Professor J. O. Langley aus Pittsburgh eine grofse Menge des Rohmaterials zu bekommen, welches ich bereits gereinigt habe und womit ich jetzt beschäftigt bin die Verbindungen und Produkte des Thallen zu studieren und dessen wahre chemischen Beziehungen zu ermitteln.

Auf der Philadelphia-Ausstellung befanden sich diesen Sommer eine Reihe von Körpern, genannt Petrozcene, Carbozcene, Bicarbozcene etc. etc., hergestellt durch Auswaschen einer beträchtlichen Menge von Thallentheer mittelst Benzin, auf die von mir in 1872 beschriebene Weise, und durch bruchweise Destillation des so gewonnenen unreinen Thallens.

Durch die Gefälligkeit des Dr. H. W. E. Tweddle, des Fabrikanten dieser Körper, ist es mir möglich gewesen dieselben zu untersuchen, und ich fand, wie vielleicht vorauszusehen war, dafs dieselben wesentlich aus Thallen in verschiedenen Graden von Unreinheit bestehen. Das sogenannte Percarbozcene ist ungefähr so rein wie das bei meinem Reinigungsverfahren mit Benzin und Alkohol gewaschene Thallen.

Da viele Proben dieser Substanzen an fremde Chemiker vertheilt wurden und zwar unter den obigen neuen Namen, so ergreife ich diese Gelegenheit die Aufmerksamkeit derselben auf die wahre Znsammensetzung der Körper sowie

auf meine Mittheilungen über dieses Thema zu lenken. Dieselben finden sich in:

Chemical News, 1872, *Vol.* 26, *p.* 272.
Moniteur Scientifique (*Quesneville*), *Vol.* 15, *p.* 356.
American Chemist, *Vol. III*, *p.* 162.
Philosophical Magazine, *Vol.* 46, *p.* 89.
Poggendorff's Annalen, Bd. 155, S. 551.

XIX. *Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern; von Dr. Eilhard Wiedemann.*

I.

Al Hazen filii Alhayzeni Arabis optica heifst die Schrift, die von Risner übersetzt, im 16. Jahrhundert dem Studium der Optik im Abendlande eine neue Wendung gab. Wurden doch durch sie die alten Euclidei'schen Anschauungen, widerlegt, nach denen die Lichtstrahlen von dem Auge ausgehend die Gegenstände gleichsam betasten sollten. Es hat deshalb wohl einiges Interesse zu fragen, welcher der arabischen Gelehrten der Verfasser des obigen Werkes war; um so mehr, als Herr Tyndall[1]) in seiner Rede auf der englischen Naturforscherversammlung zu Belfast von Neuem die Aufmerksamkeit auf die grofsen Verdienste gelenkt hat, die sich die arabisch schreibenden Nationen (meist waren es Perser), um die weitere Entwickelung der Naturwissenschaften erworben haben. Herr Tyndall schreibt nicht nur das Werk über Optik, sondern auch das Buch Al Khazini's von der Waage der Weisheit mit den trefflichen, darin enthaltenen specifischen Gewichtsbestimmungen dem obigen Al Hazen zu. Er hat sich dabei an Draper[2]) angeschlossen, der selbst wieder der Publica-

1) *Tyndall Address delivered at Belfast, pg.* 16.
2) Draper, Geschichte der geistigen Entwicklung Europas, übersetzt von Dr. Bartels.

tion der letzteren Schrift von Khanikoff[1]) und den Bemerkungen des herausgebenden Comités gefolgt ist. Da uns von dem erstgenannten Werke bisher nur die lateinische Uebersetzung von Risner zu Gebote stand, so mufste es unentschieden bleiben, ob Hazen und Hayzen Transscriptionen für die Namen Ḥasan, Haiṯam oder al Khazini sind.

Bei einem Besuch in Leyden gelang es mir, in dem dort befindlichen Codex 201 der Golius'schen Sammlung arabischer Handschriften das Original eines Commentares von Kamal ed-din Abul Ḥasan al Farisi zu einem grofsen optischen Werke von Abu Alî al Ḥasan ibn al Haiṯam al Baṣi zu finden.

Wie stets in den arabischen Commentaren werden Satz- oder Kapitelweise die Worte des behandelten Autors eingeführt und dann besprochen. Besondere Einführungsformeln lassen den Commentar von dem ursprünglichen Text unterscheiden. Eine Vergleichung der Worte des Ḥasan ibn al Haiṯam in der obigen Handschrift mit der Risner'schen Uebersetzung hat mir ergeben, dafs dieselben fast vollkommen übereinstimmen, so z. B. da wo von der Construction des Apparates zur Bestimmung der zusammengehörigen Einfalls- und Brechungswinkel beim Uebergang des Lichtes von Luft in Wasser gesprochen wird. Es ist also der Verfasser des obigen optischen Werkes Ḥasan ibn al Haiṯam (ṯ entspricht dem englischen th) und nicht Al Khazini. Letzterer erwähnt übrigens selbst Ibn al Haiṯam in seiner Schrift, so dafs beide unmöglich ein und dieselbe Person sein können.

Wir kennen demnach bis jetzt von bedeutenderen arabischen Physikern unsern Ibn al Haiṯam, den grofsen Optiker, Abul-Rihan al Birûni, den ersten der Araber, von dem uns genaue specifische Gewichtsbestimmungen überliefert sind, und Al Khazîni, der das Werk al Birûnis fortsetzte und seine Kenntnisse, Versuche und

1) *Khanikoff. Analysis and extracts of the book of the balance of wisdom etc. Journ. of the American Oriental Society, Vol. VI. pg.* 128.

Theorien in dem Buch von der Wage der Weisheit niederlegte[1]).

II.

Ferner sei mir eine kleine Bemerkung sprachlichen Inhalts gestattet. In der englischen Uebersetzung des Werkes von Al Khazîni findet sich die folgende Stelle:

„The weight of any heavy body, of known weight at a particular distance from the centre of the world, varies according to the variation of its distance therefrom; so that so often as it is removed from the centre, it becomes heavier, and when brought nearer to it, is lighter."

Auf äufserst sinnreiche Weise hat Herr Professor Poggendorff diesen Satz mit seiner Theorie der Fallmaschine in Verbindung gebracht, nach der ein Körper beim Heben so zu sagen schwerer, beim Senken leichter erscheint, und war diese Erklärung nach dem Wortlaut der englischen Uebersetzung vollständig berechtigt. In dem arabischen Text heifst es aber wörtlich:

Das Gewicht eines jeden Körpers von bekanntem Gewicht in gegebener Entfernung von dem Erdmittelpunkt ändert sich im Verhältnifs der Aenderung seines Abstandes von demselben und zwar so, dafs, wenn er entfernter *ist*, er schwerer *ist*, und wenn er näher *ist*, er auch leichter *ist*.

Im arabischen Original ist also von der schwierigeren Beobachtung der Aenderung der Gewichte bei der Bewegung noch nicht die Rede.

Leipzig, im October 1876.

1) Auch in einem türkischen Lehrbuche der Mineralogie aus dem XV. Jahrhundert von Jahja ibn Muhammed al Ghaffârî, das auf der hiesigen Stadtbibliothek aufbewahrt wird, habe ich mit gütiger Unterstützung von Herrn Prof. Loth eine Tabelle der spec. Gewichte nach Al Birûni gefunden, die mit den in diesen Annalen publicirten von Clement Mullet aufgefundenen Bestimmungen Al Birûnis im Wesentlichen übereinstimmen.

XX. *Daniel Bernoulli's Gastheorie, eine historische Notiz;*
von Dr. G. Berthold in Ronsdorf.

Als durch Herrn Paul du Bois-Reymond[1]) die Gastheorie Daniel Bernoulli's wieder an's Licht gezogen, und durch mich[2]) darauf aufmerksam gemacht wurde, dafs Daniel Bernoulli bereits das mechanische Aequivalent der Kohle zu berechnen suchte, mufste es mit Recht Verwunderung erregen, dafs derartige Anschauungen schon in jenen Zeiten sich geltend machen konnten. Mir hatte gleich anfangs ein Satz[3]) in der Hydrodynamik Bernoulli's Bedenken eingeflöfst, indem nämlich D. Bernoulli den Theil an lebendiger Kraft, welcher bei dem Stofse unelastischer Körper scheinbar verloren geht, an die *„materia subtilis"* übergehen und derselben inhärent bleiben läfst. Dafs es sich nun in der That bei der Gastheorie Daniel Bernoulli's nicht um eine Anticipation moderner Ideen, sondern um Speculationen handelt, welche wesentlich in der Cartesianischen Physik wurzeln, das ergiebt sich evident aus einer Abhandlung, *„De la nature et des propriétés de l'aiman"*, welche, von Daniel und Johann II. Bernoulli gemeinschaftlich verfafst, i. J. 1746 mit einem Theile des von der Pariser Akademie ausgesetzten Preises bedacht wurde.

In der berühmten Stelle der zehnten Section der Hydrodynamik, in welcher es heifst: Man denke sich ein cylindrisches Gefäfs mit einem beweglichen Deckel, auf welchem ein Gewicht ruht; das Gefäfs enthalte sehr kleine Moleküle, welche mit der gröfsten Geschwindigkeit nach allen Richtungen bewegt werden etc., hatte D. Bernoulli unterlassen, anzugeben, wie er sich diese Bewegung der Moleküle unterhalten denkt. Die Vorstellung, welche sich

1) Diese Ann. 1859, Bd. CVII, S. 490.
2) Rumford und die mechanische Wärmetheorie etc. Heidelberg 1875. S. 16.
3) *Hydrodynamica etc. Argentorati* 1738. 4°. Sect. I. § 20 p. 13.

Daniel Bernoulli gebildet hatte, wie die Bewegung der Moleküle der Luft bewirkt werde, ergiebt sich erst, wenn man die Abhandlung über den Magnet herbeizieht; da zeigt es sich denn klar, wie sehr D. Bernoulli noch von den Nachwehen der Cartesianischen Physik befangen war, indem diese Bewegung der Gasmoleküle auf die Wirkung der *materia subtilis* zurückgeführt wird. Ich lasse den betreffenden Passus, der übrigens mehrfaches Interesse bietet, hier folgen[1]): *Il ne sera pas hors de propos de faire voir à ce sujet, en quoi consiste la fluidité et l'élasticité des fluides. Je crois donc comme démontré, que l'air est un amas de petits corps agités en tout sens; non contigus, mais laissant de grandes intervalles entre eux. Ces petits corpuscules s'entrechoquant continuellement, changent les uns la direction des autres; et cette agitation confuse doit sans doute être entretenue par un fluide beaucoup plus subtile, qui traverse l'air. On voit bien que cette idée de l'air répond parfaitement à toutes ses propriétés: elle explique en quoi consiste son élasticité, sa qualité de souffrir de grandes dilatations et condensations; pourquoi son élasticité est à peu près en raison réciproque de son volume; pourquoi cette élasticité est augmentée par la chaleur, qui cause une plus grande agitation dans les parties de l'air; et enfin, pourquoi cette élasticité est en raison doublée, de la vitesse avec laquelle les parties sont agitées: je puis même démontrer, sur certaines expériences qu'on a faites, quelle doit être la vitesse absolue dans ce mouvement d'agitation, pour un degré de chaleur donné, quelle est la grosseur de ces parties par rapport à leur intervalle moyen; en quel volume l'air peut être condensé par une force infinie; quelle est la vitesse du son; quel doit être le son absolu d'un tuyan d'orgue d'une hauteur donnée etc., et tous ces résultats ont un charactère de vérité, qui frappe et qui confirma merveilleusement l'idée que je viens de donner des fluides élastiques tels que l'air.*"

1) *Recueil des pièces qui ont remporté les prix de l'académie royale des sciences. Tome V. A Paris* 1752. 4°. p. 121 § 5.

Trotzdem sich Daniel Bernoulli in den vorhergehenden Paragraphen (l. c. § 3 et 4 p. 119 s.) dagegen sträubt, nach Descartes alles durch Materie und Bewegung zu erklären, so verfällt er doch, durch die Zuhülfenahme der *materia subtilis*, wieder in die Schlingen der Cartesianischen Physik. Ergiebt sich nun aus dem Vorhergehenden, dafs Daniel Bernoulli mit seinen Hypothesen noch völlig auf dem Boden seiner Zeit steht, so nimmt die Art und Weise, wie D. Bernoulli seine Hypothese durchführt, unsere ungetheilte Bewunderung nach wie vor in Anspruch. Gleichzeitig ergiebt sich aber nun klar, worin der Unterschied der Bernoulli'schen und der modernen Gastheorie besteht, sowie dafs die moderne Theorie der Gase, wie sie zuerst von Joule[1]) und Krönig[2]) aufgestellt wurde, die Anschauungen Daniel Bernoulli's in einem wesentlichen Punkte überholt hat.

XXI. *Ueber die Photographie der Töne; eine Entgegnung von Hermann W. Vogel.*

Im Heft 9, 1876, Band 161 dieser Annalen findet sich S. 142 ein Artikel über „Photographie der Töne" von Herrn Dr. Stein in Frankfurt a. M., in welchem S. 149 bis 151 einer kurzen Notiz von mir über einen ähnlichen Gegenstand in so wahrhaft ausfallender Weise gedacht ist, wie sie in diesen Annalen wohl noch nicht vorgekommen ist.

Indem ich dem Herrn Dr. Stein die Ehre, diesen neuen Ton in dieser Zeitschrift angeschlagen zu haben, mit Vergnügen überlasse, bemerke ich zur Feststellung des Thatbestandes kurz Folgendes:

1) *Memoirs of the Manchester Literary and Philosophical Society*, Novbr. 1851. — Joule selbst nennt als seinen Vorgänger Herapath, *Annals of Philos. New Ser.* London 1821. No. I—IV.

2) Grundzüge einer Theorie der Gase. Berlin 1856. — Diese Annalen J. 1856. Bd. XCIX, S. 315.

Im Januarheft 1876 des *Philadelphia-Photographer* publicirte mein Freund Wilson eine Correspondenz von mir, worin ich von einer Idee, die König'schen Tonflammenfiguren (vergl. d. Annalen 146, 1) mittelst Cyangas zu photographiren, sprach. *Zwei Monate später*, d. i. den 17. *März* d. J. theilt mir Herr Dr. Stein mit, er würde mir einen neuen Artikel über „Photographie der Töne" für die von mir herausgegebenen *photographischen Mittheilungen* senden, *ohne jedoch eine Silbe über den Inhalt des Artikels zu äufsern.*

Anfang *Mai* d. J., als ich bereits mit Vorbereitungen für meine am 16ten erfolgte Reise nach Amerika (als Juror der Weltausstellung daselbst) vollauf zu thun hatte, und alle anderen nicht dringlichen Angelegenheiten meinem Stellvertreter überlassen mufste, erhielt ich von Herrn Dr. Stein das zugesagte Referat.

Am 13. Mai erhielt ich noch eine Postkarte von demselben, lautend:

„Ihre Notiz über „Photographie der Töne" habe ich eben gerade im „Philadelphia-Photographer" gelesen, möchte aber gerne von Ihnen hören, worauf diese Notiz beruht. — —

Mit dem Wunsche: Glück auf die Reise und besten Erfolg

Ihr Dr. Stein."

Ich beantwortete diese Postkarte in gleich freundlichem Ton und reiste 24 Stunden später ab, alles Uebrige meinem Stellvertreter überlassend.

Wenn derselbe nicht sofort an die Publication des Stein'schen Referats gegangen ist, so mag das daher rühren, dafs derselbe für den Gegenstand kein sonderliches Interesse hatte, woraus ich ihm keinen Vorwurf machen kann.

Im September kehrte ich von Amerika zurück und war, Nichts ahnend, nicht wenig erstaunt, nach den letzterhaltenen freundlichen Abschiedsworten des Herrn Dr. Stein auf der Hamburger Naturforscher-Versammlung von *demselben* mit einem öffentlichen Angriff empfangen zu wer-

den, der meine aus dem Philadelphia-Photographer in amerikanische und später in deutsche Zeitungen *ohne mein Wissen und ohne meine Verantwortung* übergegangene Notiz als Ausgangspunkt nahm. Ich antwortete sofort darauf nach Gebühr. Meine Ueberraschung wurde aber noch gröſser, als ich in dem mir sehr verspätet zugegangenen 9. Heft d. Z. den fast gehässigen Angriff gegen mich fand, in dem Herr Dr. Stein seine Entrüstung äuſsert, daſs in einer im Juniheft der photographischen Mittheilungen erschienenen Notiz über die Photographie der König'schen Tonflammenbilder seiner (nach einer ganz anderen Richtung hin gehenden) Arbeit nicht gedacht ist.

Herr Dr. Stein ergeht sich da in Kraftausdrücken wie: „völliges Ignoriren (seiner) Arbeit", „Inanspruchnahme von Ideen", „das sich selbst widersprechende Behaupten niemals erwiesener Thatsachen", „phantastisch sanguinisch hoffnungsvoller Standpunkt", „Vogel'sche Luftgebilde", und kämpft schlieſslich gegen diese „*Luftgebilde*", für seine Priorität, *die nach den oben gegebenen Daten von selbst zusammenfiele*, wenn sie überhaupt hier in Betracht käme!

Aber die graphischen Methoden *zur Bestimmung der Schwingungszahl* (und zu ihnen gehört auch Stein's sogenannte „Photographie der Töne") haben zu der König-schen Arbeit über Tonflammenbilder auch *nicht die geringste Beziehung* und ebenso wenig wie König in seiner Arbeit jener Methoden auch nur mit einer Silbe gedenkt, ebenso wenig habe ich Veranlassung dazu in meiner sehr kurzen Notiz, durch welche ich nur die Aufmerksamkeit der Forscher auf den Gegenstand lenken wollte, wie ich das schon oft gethan habe, wenn ich selbst nicht Zeit oder Gelegenheit hatte, ein Thema durch zu arbeiten.

Ich bin demnach in einem Artikel über König's Tonflammenbilder zum Ignoriren des Stein'schen Referats vollständig berechtigt, und weise deſshalb die leidenschaftlichen Angriffe des Herrn Dr. Stein hiermit zurück![1])

1) Daſs fast gleichzeitig mit diesen Angriffen auch eine den Gegenstand betreffende gegen mich gemünzte anonyme Notiz in der *Gartenlaube* (deren Mitarbeiter Herr Dr. Stein ist) erschien, ist wohl nur Zufall??

Zur Sache bemerke ich noch, daſs ich Herrn Wilson meine Notiz im December v. J. *deutsch* schrieb. Durch fremde Hand wurde sie eben nicht sehr präcis in's Englische übertragen und gedruckt. Amerikaner lieben es, ihren Mittheilungen effectvolle Farben aufzusetzen. — An dem Gegenstand aber halte ich trotz Herrn Dr. Stein's schwächlichen Einwänden fest. Noch Niemand hat vor König *Laute* bildlich dargestellt und daſs solches gelungen, berechtigt zu der Hoffnung, daſs auch die bildliche Darstellung eines gesprochenen Wortes sich noch ermöglichen lassen werde.

Sehr bezeichnend für die Tactik des Herrn Dr. Stein ist es aber, daſs dieser die erwähnte durch die Uebersetzung gefärbte amerikanische Notiz *nach liebenswürdigem Briefwechsel mit mir* zu meinem Nachtheil gegen mich ausbeutet, während ich in weiter Ferne verweilte (denn zur Zeit des Datums seines Aufsatzes, d. i. den 25. August befand ich mich noch in New-York) und ich nicht einmal die Verantwortung für die in der Zwischenzeit nicht von mir besorgte Redaction meiner Zeitschrift übernehmen konnte.

Hätte sich Herr Dr. Stein über letztere zu beklagen gehabt, so hätte er sich nur an die stellvertretende Redaction zu wenden brauchen, und es wäre ihm mit Vergnügen Genugthuung geworden.

Berlin, den 20. November 1876.

XXII. *Ueber Herrn Sonreck's Theorie der Schwingungs-Erregung und der Bewegung der Luftsäule in offenen und gedeckten Pfeifen; von Alexander J. Ellis.*

(Zweite briefliche Mittheilung.)

In dem letzten Satze meiner, Band 159, Seite 176 Ihrer Annalen zum Abdruck gelangten brieflichen Mittheilung,

hoffte ich es aufser Zweifel gesetzt zu haben, dafs ich nicht im mindesten die Selbstständigkeit und Originalität der darin besprochenen Untersuchungen und Theorien vom Hrn. Sonreck anfechten wollte. Die von mir gebrauchten Worte „beinahe als eine Uebersetzung zu betrachten sey," hatten natürlich blofs die Absicht, die auffallende Aehnlichkeit auszudrücken, die mir in's Auge fiel, in dem Hauptpunkt der Theorien von den HHrn. Sonreck und Hermann Smith, namentlich, dafs der Ton der Orgelpfeifen dem zungenartigen Verhalten des Anblasestromes sein Entstehen verdankte, und in den wörtlichen Auffassungen der vom Hrn. Sonreck in den Annalen, und früher von mir selbst nach Hrn. Smith in meinem Werke gegebenen Erklärungen. Ich sehe nicht ein wie es irgend Einem einfallen konnte, dafs ich auf die Plagiatur anspielte Da aber Hr. Sonreck zu meinen scheint, dafs man diese Worte auf die so eben besprochene Weise deuten könnte, habe ich es gewagt Sie mit einer zweiten Mittheilung zu belästigen, um allen solchen Muthmafsungen vorzubeugen. Die beiden Herren scheinen verschiedene Wege bei ihren Entdeckungen eingeschlagen zu haben, was den Nutzen hat, dafs der Eine den Anderen bekräftigt. Herr Sonreck benachrichtigt mich, dafs er die Untersuchungen in 1864 anfing, ungefähr um dieselbe Zeit wie Hr. Smith. Aber es traf zu, dafs Hr. Sonreck erst in 1876 seine Theorien veröffentlichte, und dafs Hr. Hermann Smith aufser der ersten Andeutung in 1867, die seinigen in einer langen Reihe in „*Nature*" erschienenen und in Umfang Hrn. Sonreck's Abhandlung übertreffenden Briefe, entwickelt hat, woraus ersichtlich ist, dafs der karge Auszug in meinem Buche gar nicht als ein genügender Bericht über seine Untersuchungen und Versuche gelten kann. Das wird Jedem klar seyn aus dem folgenden Verzeichnifs der Titel und der Data der erwähnten Briefe. Die Zeitschrift „*Nature*" ist wohl allen Naturforschern zugänglich.

1) „*On Approach caused by Velocity, and Resulting in Vibration,*" 8. Mai 1873, *p.* 25; 2) „*On some Errors of*

Statement concerning Organpipes in recent Treatises on Natural Philosophy", 15. Mai 1873, *p.* 45; 3) „*Harmonic Causation and Harmonic Echoes*", 11. September 1873, *p.* 383; 4) „*On the Variability of the Node in Organpipes*", 19. Februar 1874, *p.* 301; 5) „*On the Physical Action taking place at the Mouth of Organpipes*," 2. Juli 1874, *p.* 161; 6) „*On the Process of Tonemaking in Organpipes*," 15. October 1874, *p.* 481; 7) „*On the Building up of the Tone in „Gamba" Organpipes*," 25. Februar 1875, *p.* 325; 8) „*On the Peculiarities of Stippedpipes, Hummingtops, & other Varieties of Organpipes*," 24. Juni 1875, *p.* 145; 9) „*On the Nature of Musicalpipes having a Propulsive Mode of Action*", 27. April 1876, *p.* 511.

25 Argyll Road, Kensington, London d. 24. Nov. 1876.

XXIII. *Bemerkung zur vorstehenden Mittheilung des Hrn. Ellis; von F. W. Sonreck.*

Herr Ellis hat mir in der freundlichsten Weise den Appendix seines Buches übersandt, in welchem der Auszug über die fragliche Theorie des Hrn. Smith enthalten ist. Dieser Auszug, welcher gemäfs der ersten brieflichen Mittheilung des Hrn. Ellis (Bd. 159, S. 176) von Hrn. Smith vor dem Abdruck revidirt wurde, stellt seine Theorie vollständig genug dar, um sie mit der meinigen vergleichen zu können.

Die vorgenommene Vergleichung hat das Resultat ergeben, dafs die Erklärung und Beweisführung meiner Theorie sich im vollsten Gegensatz zu den Anschauungen des Hrn. Smith befindet, und stimmen wir nur in der Auffassung der Bewegung des Anblasestromes überein. Dafs Herr Ellis eine „beinahe wirkliche Uebersetzung" von S. 710 seines Auszuges in meiner Abhandlung auf S. 132 bemerkt haben wollte, war mir schon deshalb un-

erklärlich, weil ich von der Theorie des Hrn. Smith nicht die geringste Kenntnifs hatte. Ich habe Hrn. Ellis den Beweis geliefert, dafs er sich mit obiger Aeufserung in einem doppelten Irrthum befinde, weil sich weder im *Wortlaute* noch in *dem Sinne* eine Uebereinstimmung derselben zwischen den von Hrn. Smith und mir gegebenen Erklärungen nachweisen läfst; ich bedauere sehr, dafs dieser Irrthum in vorstehender Mittheilung nicht offener zurückgenommen wird.

Ob die Theorie des Hrn. Smith in einem der bezeichneten Briefe zutreffender entwickelt ist, als in dem Auszuge des Hrn. Ellis, das würde von den deutschen Lesern der Annalen am leichtesten zu beurtheilen seyn, wenn die Uebersetzung eines der Briefe in den Annalen erschiene. Auch dürfte es weniger auf die Zahl derartiger Schriften oder den Umfang, sondern mehr auf die Qualität der Beweisführnng in der vorliegenden Frage ankommen.

Cöln, den 6. December 1876.

XXIV. *Ueber den Einflufs der Schallschwingungen auf das Radiometer; von Hrn. Jeannel.*

(*Compt. rend. T. LXXXIII, p.* 445.)

Ich habe gefunden, dafs gewisse Schallschwingungen das Radiometer in drehende Bewegung versetzen.

In Halb-Dunkelheit wurden drei Radiometer *A*, *B*, *C* von ungleicher Empfindlichkeit und in vollständiger Ruhe auf den inneren Resonanzboden (*tablette intérieure*) einer Salon-Orgel gestellt. Die tiefen Töne, die der drei ersten Octave, riefen Drehungs-Bewegungen hervor. Die tiefsten Töne wirkten am meisten; indefs riefen *fa* und das gekreuzte *fa* (*dièse*) der unteren Octave, besonders mit dem Spiel des Brummkreisels (*bourdon*) die schnellste Rotation hervor. Das *ut*, das *ré* und das *mi*, obgleich tiefer, wirkten viel weniger.

Nicht alle Radiometer verhielten sich in Bezug auf *Schnelligkeit* in dem *Sinn* ihrer rotirenden Bewegungen auf gleiche Weise. So drehte sich vermöge der Wirkung des *fa* und des (gekreuzten) *fa* (*dièse*) der unteren Octave das Radiometer *A*, das wenigst empfindliche gegen Licht, mit einer Geschwindigkeit von etwa einem Umgang in der Secunde, mit den geschwärzten Flächen der Flügel voraus, d. h. umgekehrt wie beim Lichte. Die gegen das Licht empfindlicheren Radiometer *B* und *C*, drehten sich langsamer und im Sinne der vom Licht erzeugten Bewegung d. h. mit der glänzenden Fläche der Flügel voraus.

Ich erkläre mir diese Thatsachen so. Da gewisse Töne keinen Effect hervorbringen, so ist klar, daſs die Nadel, der innere Träger der Mühle, muſs im Einklang vibriren können mit den Tönen der Orgel, damit die Rotationsbewegung entstehe. Gewisse Vibrationen der Tafel der Orgel (*tablette del'orgue*) übergeführt zu der Nadel, theilen ihr circulare oder angulare Vibrationen mit, und daraus entspringt die Rotation der Mühle, welche sie trägt. Was nun diese Erklärung am besten zu begründen scheint, ist der Umstand, daſs wenn man den Finger (*pulpe du doigt*) auf den Scheitel des Radiometers legt, die Vibrationen und zugleich die Drehungen unterdrückt werden.

Der Resonanzboden (*tablette*) eines Piano giebt ähnliche Wirkungen, aber schwächer.

Wenn man alle diese Versuche in einem Raume anstellt, wo das diffuse Licht fast stark genug ist, um das Radiometer in Thätigkeit zu setzen, so bewirken die tiefen Töne, selbst die schwächsten, die Rotation im gewöhnlichen Sinn, d. h. mit den glänzenden Flächen voraus, das Rasseln der Wagen auf den Straſsen genügt.

Eine Erklärung bietet sich hier von selbst dar, die Flügel erleiden den Impuls der Kraft, welche sie in Bewegung setzt; allein diese Kraft wird aufgewogen durch die Reibung des Hütchens auf der Spitze der Nadel. Es kann keine Bewegung eintreten. Allein wenn die Schwingungen hinzukommen, wird das Hütchen abgehoben von der Spitze der Nadel, auf eine Zeitlang der Reibung entzogen und kann dem Impulse gehorchen. Daraus folgt, daſs das Radiometer unter dem Einfluſs von Schwingungen viel empfindlicher gegen das Licht ist als im Zustand der Ruhe.

Namenregister

zum

Jahrgang 1876.

(Die Bände 157, 158, 159 sind bezeichnet durch VII, VIII, und IX.)

C.

D.

E.

F.

G.

L.

M.

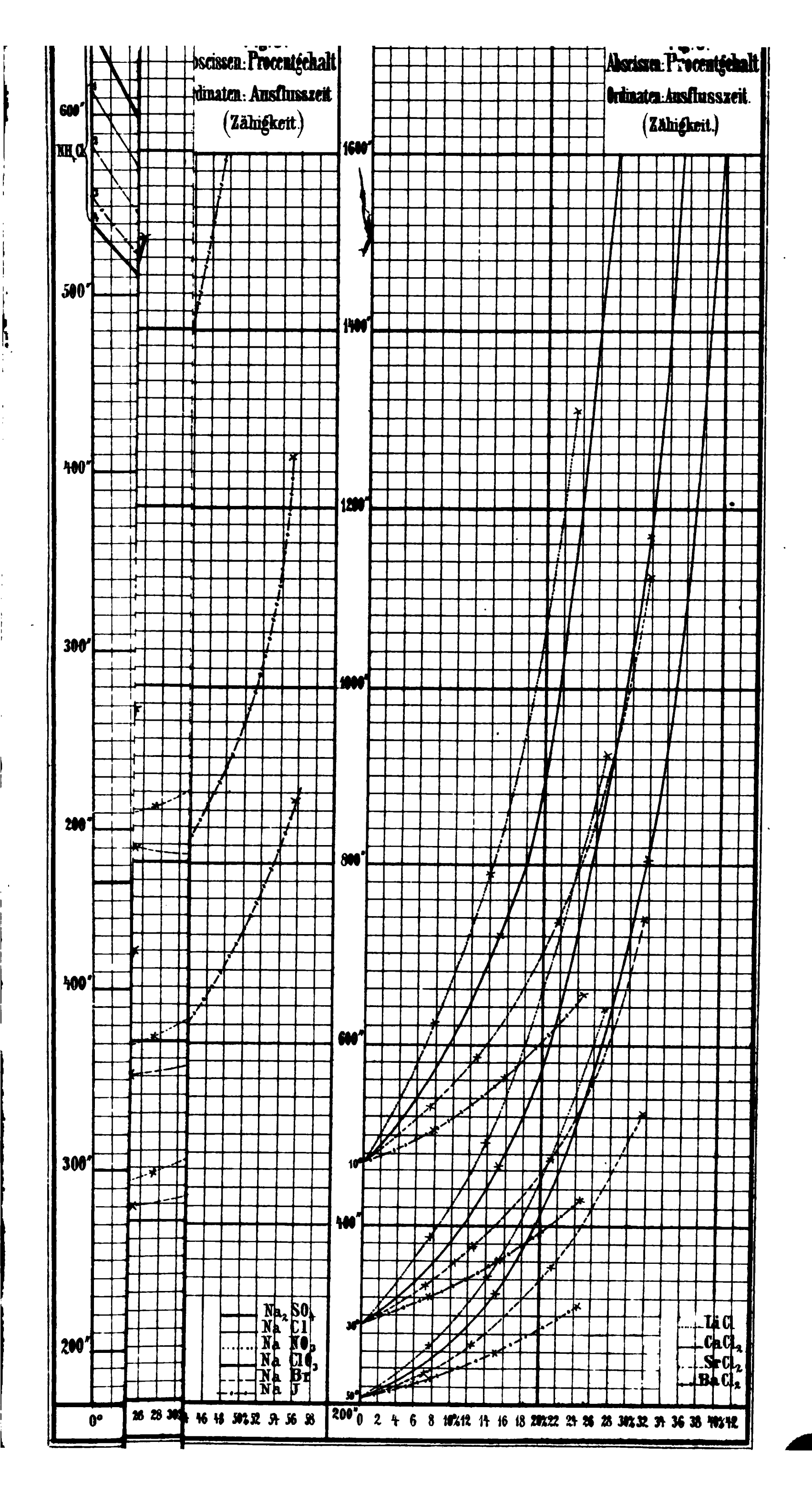
N.

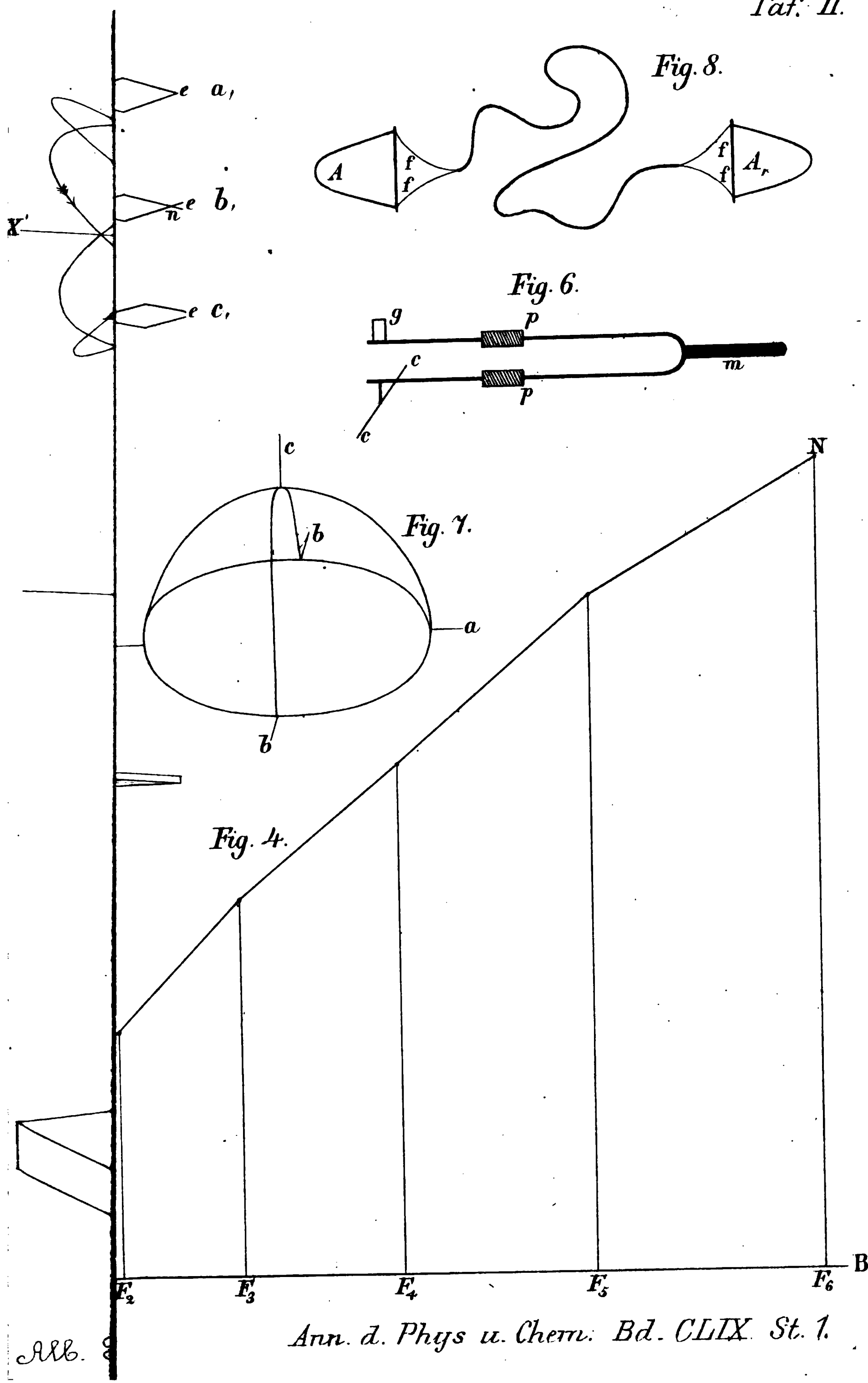
O.

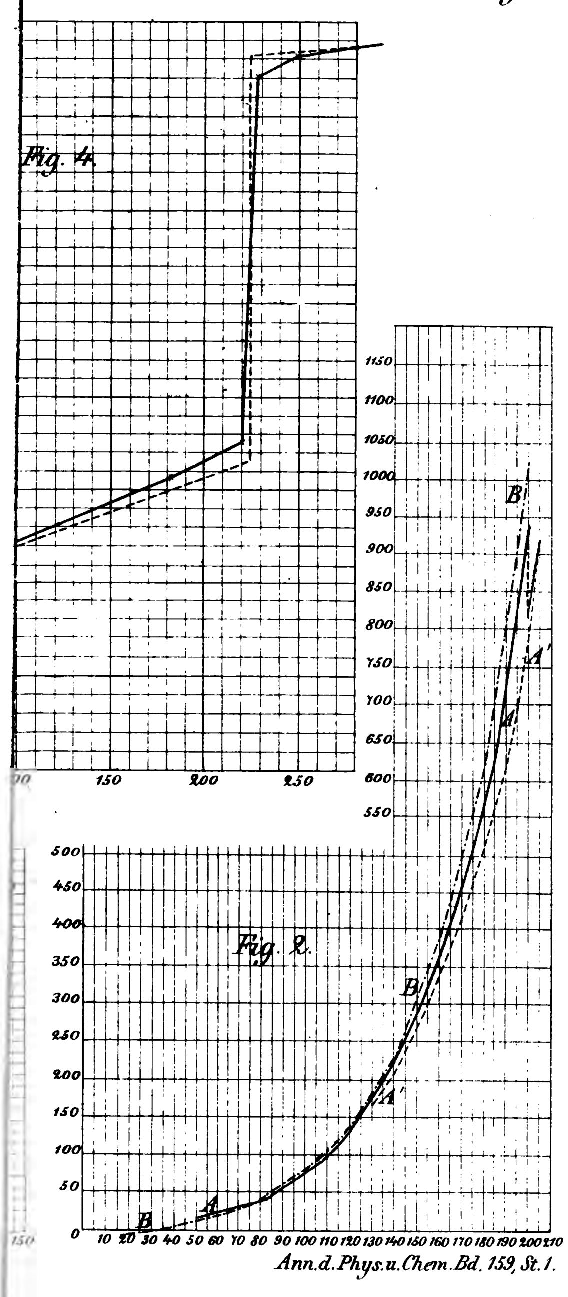
P.

R.

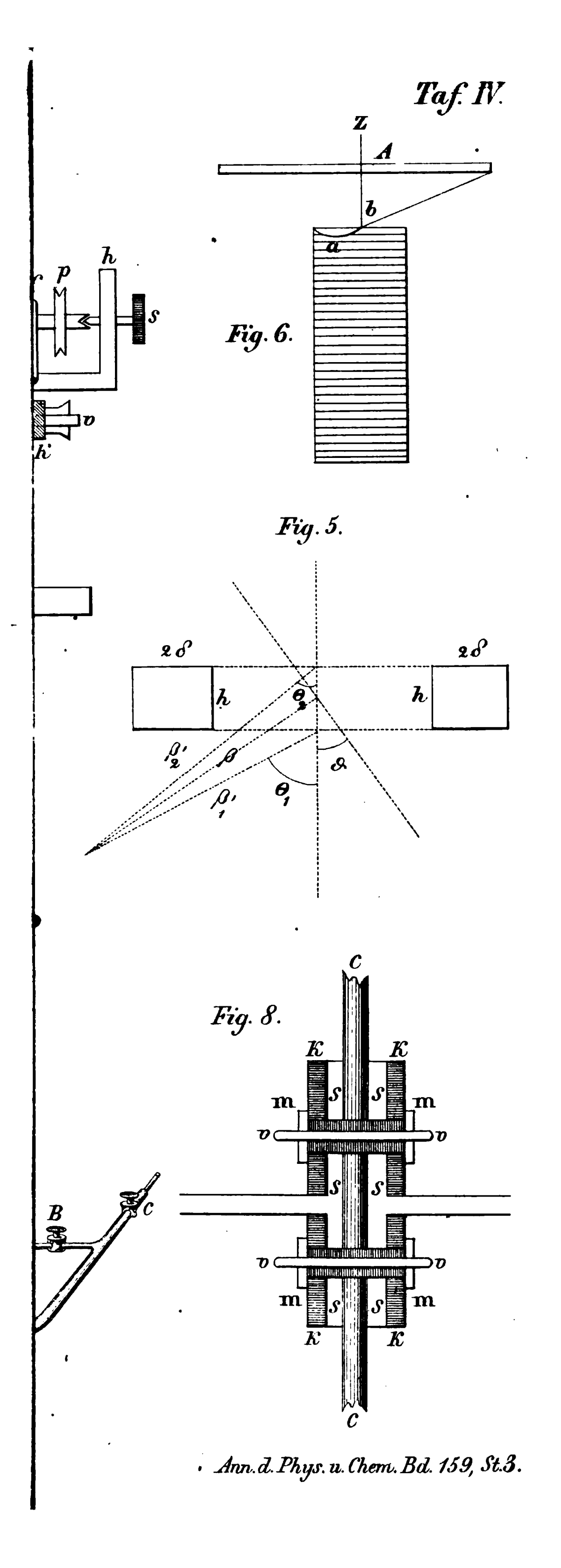
A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.


Abscissen: Procentgehalt
Ordinaten: Ausflusszeit
(Zähigkeit.)
Abscissen: Procentgehalt
Ordinaten: Ausflusszeit.
(Zähigkeit.)
Na_2SO_4
$NaCl$
$NaNO_3$
$NaClO_3$
$NaBr$
NaJ
$LiCl$
$CaCl_2$
$SrCl_2$
$BaCl_2$


e a,
e b,
n
X'
e c,
Fig. 8.
A
f
f
f
f
A_r
Fig. 6.
g
p
c
m
p
c
c
N
Fig. 7.
b
a
b
Fig. 4.
B
F_2
F_3
F_4
F_5
F_6


Fig. 4.
150
200
250
1150
1100
1050
1000
950
900
850
800
750
700
650
600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
Fig. 2.
B
A
A'
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200 210

Taf. IV.



z
A
b
a
Fig. 6.
h
p
s
v
h'
Fig. 5.
2δ
2δ
h
h
θ2
β'2
β
ϑ
θ1
β'1
Fig. 8.
C
K
K
m
s
s
m
v
v
s
s
v
v
m
s
s
m
K
K
C
B
C

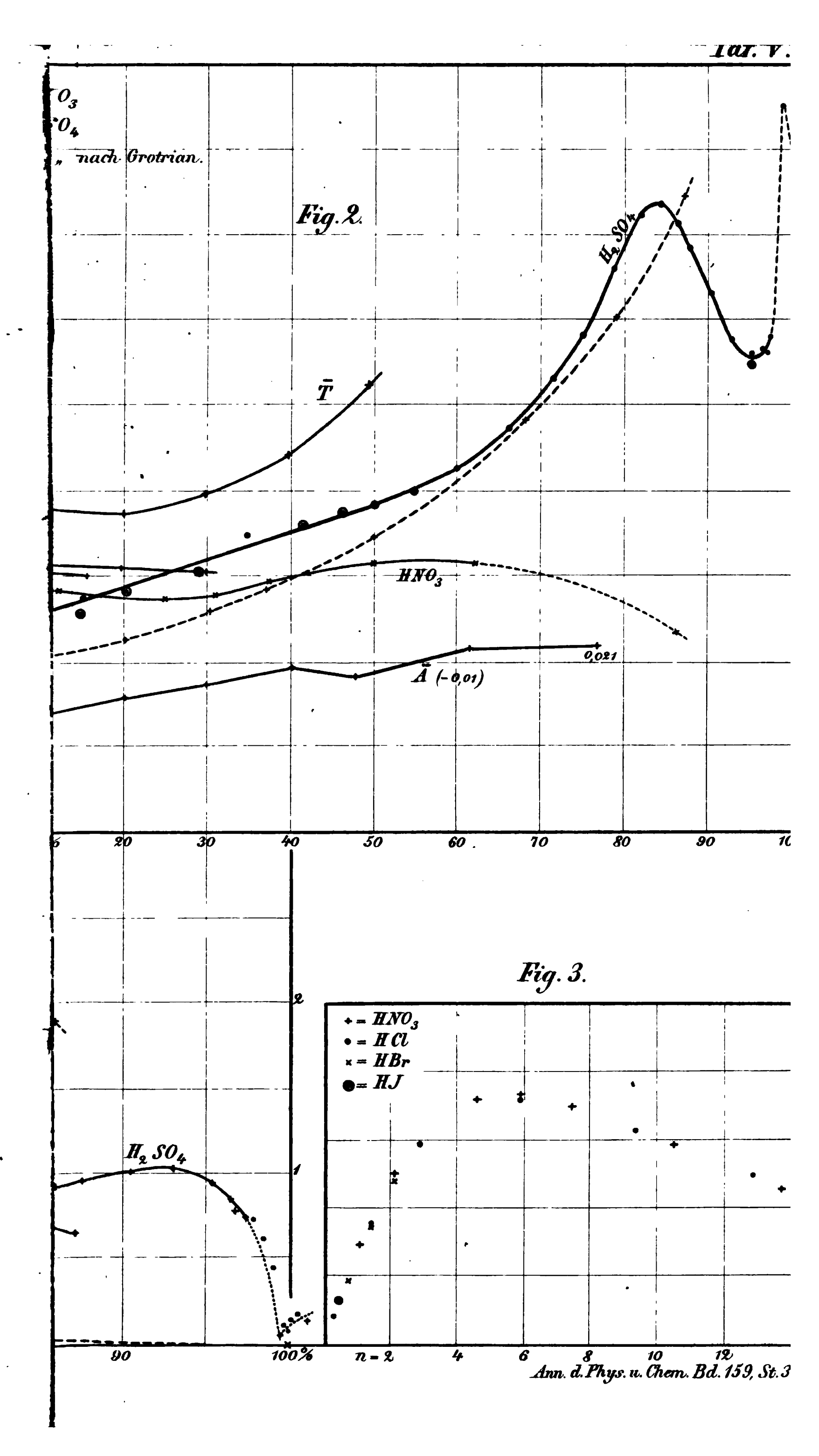
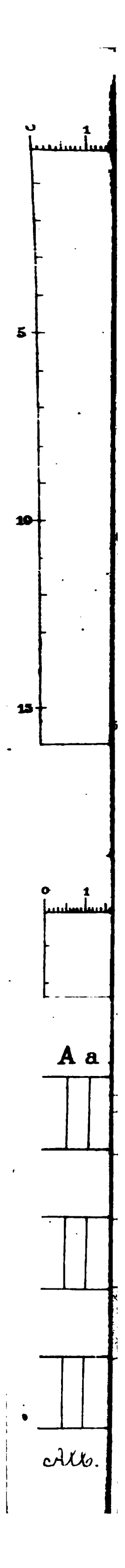

O3
O4
" nach Grotrian.
Fig. 2.
H2 SO4
T̄
HNO3
0,021
Ā (-0,01)
20
30
40
50
60
70
80
90
Fig. 3.
+ = HNO3
• = HCl
× = HBr
● = HJ
H2 SO4
2
1
90
100%
n = 2
4
6
8
10
12

Fig. 1.

Fig. 2 b.



0
1
5
10
15
0
1
A a